

АПРОКСИМАЦИЯ НА ЭВМ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ И ТРУДОЕМКОСТИ ИХ ИСПЫТАНИЙ

Разработка оптимальных конструкций сложных изделий, способных обеспечить высокую производительность труда при испытаниях, требует определения связи их надежности с параметрами производственного процесса (в первую очередь, с трудоемкостью).

Учитывая случайную природу элементов, образующих исследуемое множество, применим аппарат корреляционно-регрессионного анализа для предварительного выбора модели [1].

На рис. 1 приведена графическая интерпретация функции $p=f(C)$ p - показатель надежности; C - стоимость денежных вкладов в обеспечение заданного уровня "р" (кривая 1). Кривизна этой функции имеет естественное "физическое объяснение": с ростом вкладов "С" и приближением "р" к единице эффективность вкладов, т.е. отношение $\frac{\Delta p_{j,j+1}}{\Delta C_{j,j+1}}$, уменьшается, а добиться равенства $p = 1$ практически невозможно.

Анализ кривой 1 по первой и второй производным показывает:

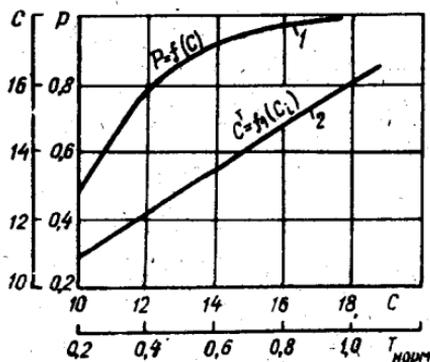
$$\frac{dp_j(C_j)}{dC_j} > 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2p_j(C_j)}{d^2C_j} > 0.$$

Таким образом, имеет место выпуклость в рассматриваемом интервале $(0, \frac{1}{\gamma} - 1)$. Виду кривой 1 на рис. 1 наиболее соответствует, по крайней мере, три математические функциональные модели:

$$y_1 = a_1 x^{\beta_1} + c_1, \quad (1)$$

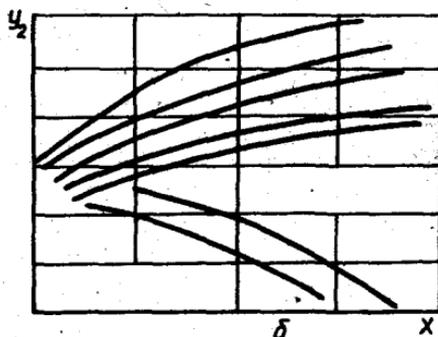
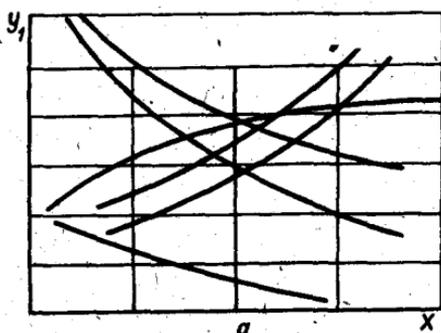
$$y_2 = a_2 e^{\beta_2 x} + c_2, \quad (2)$$

$$y_3 = a_3 x^2 + \beta_3 x + c_3. \quad (3)$$



Р и с. 1. Зависимость показателя надежности от стоимости (1) и стоимости от трудоемкости (2)

Однако анализ поведения функций (1) и (3) при произвольных изменениях коэффициентов a, b, c показывает резкий характер их влияния на функцию, что представлено на рис. 2 а, в. Это означает, что выбор моделей (1) и (3) для исследования



противоречит условиям моделирования [2]. Функция (2) имеет минимальную зависимость от изменения указанных коэффициентов (рис. 2, б).

С другой стороны, функции (1) и (2) не обладают экстремумами, хотя последнее свойство обнаруживается у функции (3), что соответствует характеру исследования. В качестве компромисса остановимся на функции (3), имея в виду, что, во-первых, на стадии эксперимента отсев производится с помощью метода выравнивания [2], и, во-вторых, практическая область аргумента довольно узкая.

Перейдем теперь от координаты "стоимость С" к координате "трудоемкость испытания Т". Известно, что функциональная связь T_j и части

Р и о. 2. Виды возможных математических моделей: а-поведение функции $y_1 = a_1 x^{b_1} + c_1$, при $c_1 = const, a_1 = var, b_1 = var$; б-поведение функции $y_2 = a_2 e^{b_2 x} + c_2$, при $c_2 = const, a_2 = var, b_2 = var$; в-поведение функции $y_3 = a_3 x^2 + b_3 x + c_3$, при $c_3 = const, a_3 = var, b_3 = var$

стоимости C_j (обозначим ее C_j^T), непосредственно затраченной на реализацию величины T_j , имеет вид

$$C^T = \kappa \sum_{j=1}^n T_j, \quad (4)$$

где K - постоянный коэффициент, зависящий от разряда работ (K_1), их тарифа (K_2), квалификации, (K_3) и количества исполнителей (n), так что в общем виде

$$K = K_1 K_2 K_3 n.$$

Таким образом, функция $C_j^T = f(T_j)$ имеет линейный вид, что показано на рис. 1 прямой 2.

Проводя замену переменной C_j на $K T_j$ в уравнении вида (3), не меняющей характера связи, можно предположить следующий вид (первое приближенное) искомой модели:

$$\rho = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 \quad (5)$$

Таким образом, зависимость $\rho = f(T)$ может быть аппроксимирована многочленом вида

$$\rho = \sum_{j=0}^2 a_j (T)^j \quad (6)$$

Перед экспериментом предварительная адекватность многочлена (6) была проверена методом выравнивания [2]. С этой целью выравнивались значения T_i и $Y_i = \Delta p_i$, так как было установлено, что заданные числовые значения образуют арифметическую прогрессию с шагом h . Результат выравнивания показан на рис. 3, откуда видно, что выбранная зависимость далека от линейной (кривая 1).

Для восстановления линейности были дополнительно проанализированы кривые $\rho = f(T_i)$ по годам, начиная с первого года выпуска данной модификации сложного изделия. Повторный результат выравнивания представлен на рис. 3 (кривая 2).

В итоге оказалось, что зависимость $\rho = f(T)$ должна быть задана в виде корреляционной функции двух переменных: собственно трудоемкости T и номера текущего года t , исчисляемого с момента запуска изделия в серийное производство.

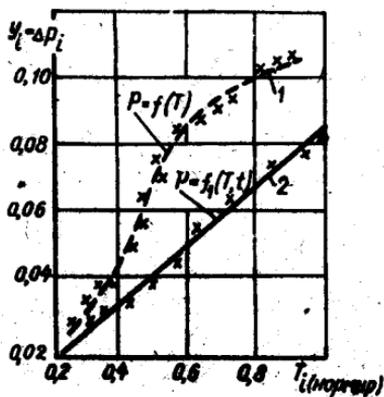


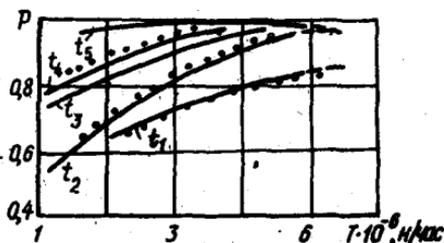
Рис. 3. График выравнивания выбранной модели

Следовательно, для аппроксимации был выбран многочлен вида

$$f = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} (T)^i (t)^{j\beta}, \quad (7)$$

где β — некоторое натуральное число.

Графическая интерпретация табличных значений „ p ” и „ T ” дана на рис. 4. Построенные таким образом кривые назовем переходными характеристиками, имея в виду возможность взаимного перехода элементов рассматриваемого множества. Точки кривых, соответствующие табличным координатам, назовем узлами.



Р и с. 4. Исходные и аппроксимированные переходные характеристики: — аппроксимация; узлы

переходной характеристики и их сравнение с исходными данными. Коэффициенты аппроксимирующей функции a_{ij} определялись по методу наименьших квадратов [1], исходя из минимума квадратичного отклонения:

$$\Phi(a_{ij}) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L [f(T_{kl}, t_{kl}) - f_1(T_{kl}, t_{kl})]^2 \quad (8)$$

Подстановкой выражения (8) в (7) было получено:

$$\Phi(a_{ij}) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left[\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} (T_{kl})^i (t_{kl})^{j\beta} - f_1(T_{kl}, t_{kl}) \right]^2, \quad (9)$$

где функция f_1 задана двухпараметрической таблицей в узлах ($K=1 \dots K; L=1 \dots L$).

После дифференцирования (9) по a_{ij} и приравнивания к нулю производных была получена система линейных алгебраических уравнений 9 порядка:

Несмотря на сравнительно простой вид выражения (7), необходимо было провести значительный объем работ, связанных с исследованием поведения аппроксимирующей функции в промежутках между узлами (т.е. заданными табличными значениями). Для этих целей по полученной аппроксимационной формуле производился расчет промежуточных значений

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial a_{00}} - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left[\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} (T_{kl})^j (t_{kl})^{li} - f_1(T_{kl}, t_{kl}) \right] &= 0, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial a_{22}} - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \left[\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} (T_{kl})^j (t_{kl})^{li} - f_1(T_{kl}, t_{kl}) \right] (T_{kl})^j (t_{kl})^{2i} &= 0. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Решив эту систему на ЭМ ЕС-1020 получили значения коэффициентов a_{ij} . Стационарные точки аппроксимирующей функции (7) определялись для ряда промежуточных значений $T_j = const$ и $t_i = const$ в заданной области существования переходных характеристик. Значения T_j и t_i определялись по формулам

$$T_j = T_{мин} + j \frac{T_{макс} - T_{мин}}{m}, \quad (11)$$

$$t_i = t_{мин} + i \frac{t_{макс} - t_{мин}}{n}, \quad (12)$$

где $j = 0, 1, 2, \dots, m$ (m — общее число кривых по параметру T); $i = 0, 1, 2, \dots, n$ (n — общее число кривых по параметру t).

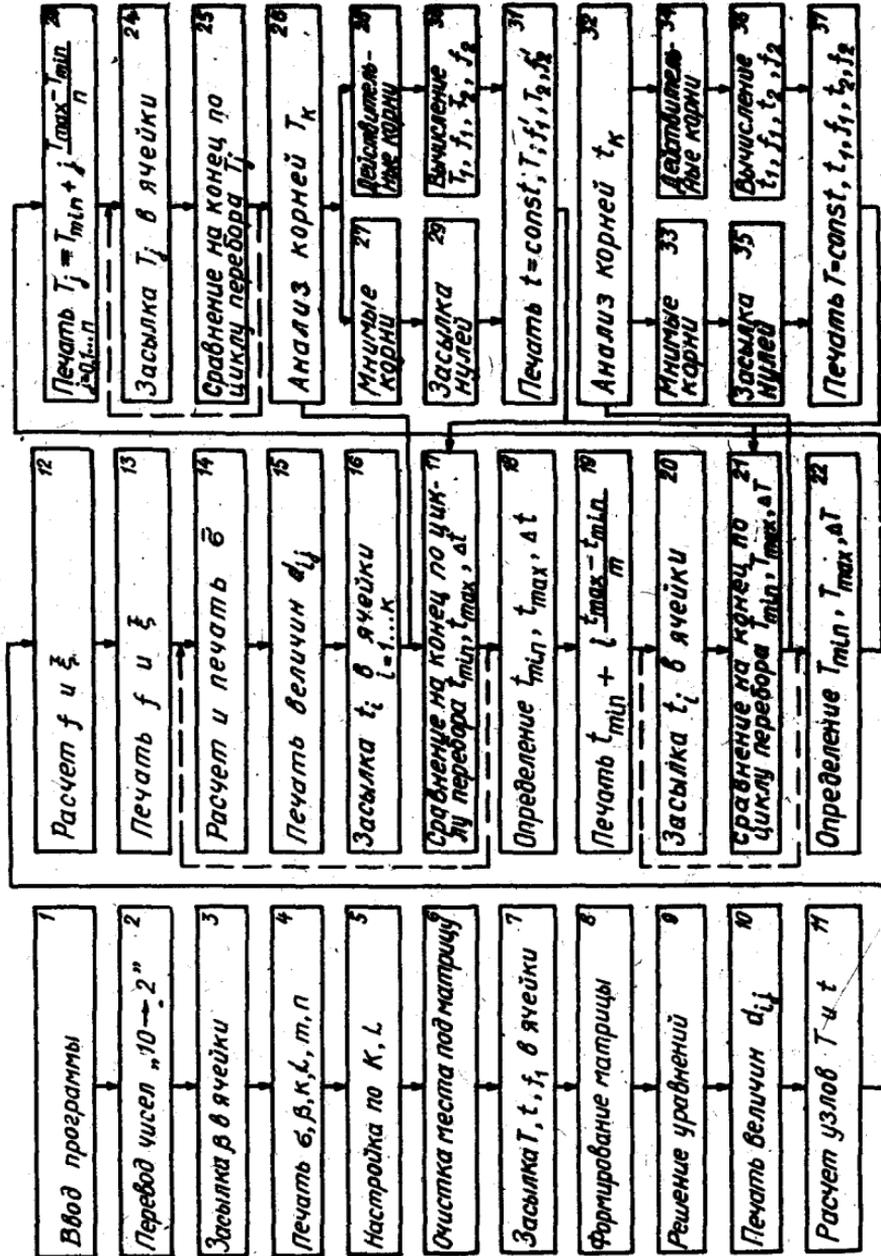
Дифференцируя (7) сначала по одной, а затем по другой переменной и приравняв производные нулю, было получено:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_{t=const} = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} j T^{j-1} t^{li} = 0, \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{T=const} = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 a_{ij} \beta_i T^j t^{i-1} = 0. \quad (14)$$

Эти уравнения затем преобразовывались на ЭМ в квадратные, что позволяло легко вычислить их корни. По полученным действительным значениям корней и исходным переходным характеристикам составлялось суждение о поведении аппроксимирующей функции в промежутках. Принципиальная блок-схема программы аппроксимации переходных характеристик полиномом (7) приведена на рис. 5.

В данной программе использовалась стандартная программа решения системы линейных алгебраических уравнений СИ-0176 библиотеки стандартных программ системы ИС-2. Исходные данные были заданы в



Р и с. 5. Блок-схема программы аппроксимации

в виде таблицы значений функции f_1 , а также параметров T и t в выбранных узлах. При этом на каждой кривой было взято точек $L = 15-20$, а число кривых $K=7$.

После определения коэффициентов аппроксимирующей функции a_{ij} вычислялись значения f'_m в узлах по формуле (7). Затем находились относительные ошибки $\bar{\xi}_m$ в каждом узле и относительная среднеквадратичная ошибка $\bar{\sigma}$

$$\bar{\xi}_m = \frac{f_m - f'_{1m}}{f'_{1m}},$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sum_{m=1}^{KL} \bar{\xi}_m^2} / \sqrt{KL-1}.$$

После этого определялись стационарные точки:

$$t_{1,2} = -\frac{q_1 \pm \sqrt{q_1^2 - 4p_1 z_1}}{2p_1},$$

$$T_{1,2} = -\frac{q_2 \pm \sqrt{q_2^2 - 4p_2 z_2}}{2p_2},$$

$$p_1 = 3 \sum_{j=0}^2 a_{1j} (t^j)^j, \quad q_1 = 2 \sum_{i=0}^2 a_{2i} (t^i)^i,$$

$$z_1 = \sum_{j=0}^2 a_{1j} (t^j)^j, \quad p_2 = 3 \sum_{j=0}^2 a_{1j} (T^j)^j,$$

$$q_2 = 2 \sum_{j=0}^2 a_{1j} (T^j)^j, \quad z_2 = \sum_{j=0}^2 a_{1j} (T^j)^j.$$

Время счета составило примерно 5 минут. Величина β была принята равной 0,73 (для трудоемкости заводских испытаний сложных изделий).

На рис. 4 приведены результаты аппроксимации семейства переходных характеристик. Исходные характеристики изображены сплошными линиями, а точками обозначены расчетные значения "р", полученные по машинной формуле

$$p = \sum_{i=0}^2 (0,524 + 0,031 \cdot 10^{-3} T - 0,08 \cdot 10^{-6} T^2) (t^{-0,73i}). \quad (15)$$

Видно, что в узлах имеет место достаточно хорошая точность аппроксимации. Относительная среднеквадратичная ошибка, рассчитанная по 140 узлам, равна $\bar{\sigma} = 0,75\%$. При этом максимальные значения относительной ошибки в узлах не превышают величины $\bar{\xi} = 2,1\%$.

Выводы

1. Уравнение корреляции надежности и трудоемкости заводских испытаний сложных изделий позволяет объективно прогнозировать качество изделия по результатам реальной производственной работы.

2. Аппроксимированная зависимость обладает признаками экстремума, что указывает на необходимость перехода в определенных условиях к качественно новым процессам испытаний для сохранения требуемого уровня надежности.

Литература

1. И д е л ь с о н Н.И. Способ наименьших квадратов и теория математической обработки наблюдений. М.: Геодезиздат, 1947.
2. Х и м м а л ь б л а у Д. Анализ процессов статистическими методами. Пер. с англ. М.: Мир, 1973.

УДК 629.7.0131

Н.И. Моренков, И.М. Белоглазов, Э.С. Комбай

ПРАКТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СИСТЕМ НА ЭТАПЕ ОБЩЕЙ СБОРКИ

Для практического определения количественных характеристик надежности не всегда можно воспользоваться статистическими показателями интенсивности отказов λ , так как их определение требует проведения большого количества дорогостоящих испытаний. Поэтому часто приходится применять специальные приемы оценки надежности, основанные на использовании различных методов статистической оценки случайных величин [1, 2, 3]. Это позволяет значительно сократить число испытаний, однако при этом характеристики надежности определяются с некоторой достоверностью (доверительной вероятностью).

Рассмотрим примеры конкретного применения этих методов для некоторых практических случаев оценки надежности.