ВОПРОСЫ ПРОЧНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ
АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ
Межвузовский сборник, вып. 5, 1979

УДК 629.7.02:539.4

Е.П.Оболенский, Б.И.Сахаров

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА БЕЗОПАСНОСТИ КОНСТРУКЦИИ ПО ЗАДАННОЙ НАДЕЖНОСТИ

Для практических задач строительной механики представляет интерес получить сопоставимые сравнительные результаты инженерных расчетов конструкции детерминированными и вероятностными методами. Учитывая, что вероятностные методы в задачах строительной механики стали применяться сравнительно недавно, было бы преждевременно полностью отказаться от детерминированных методов расчета прочности конструкций, которые имеют богатый опыт расчета и эксплуатации. При правильном их сочетании они могут в настоящее время успешно сосуществовать, взаимно дополняя друг друга.

Наиболее полно этот вопрос решается с точки зрения обеспечения надежности конструкции. Под механической надежностью конструкции P обычно понимают вероятность превышения несущей способности $R(t)$ над действующей нагрузкой $N(t)$ [I]:

$$P = \text{Вер}\left\{ R(t) \geqslant N(t) \right\}. \qquad \text{(I)}$$

В общем случае параметры нагрузки $N(t)$ и несущей способности $R(t)$ в течение срока эксплуатации конструкции могут изменяться, поэтому их следует трактовать как случайные процессы и для их описания применять полную систему корреляционных функций. Однако во многих инженерных задачах строительной механики в расчеты берутся фиксированные значения нагрузки N и несущей способности R в наиболее неблагоприятный момент времени t_0. Поэтому в этих задачах принимается, что нагрузка N и несущая способность R являются случайными величинами (рис.I)

Для сравнительной оценки надежности в инженерных расчетах используется выражение для композиции двух случайных величин R и N, законы распределения которых можно для практических задач строительной механики принять нормальными:

$$P = \text{Вер}\{z = R - N \geq 0\} =$$
$$= \Phi\left(\frac{\bar{R} - \bar{N}}{\sqrt{S_R^2 + S_N^2}}\right), \tag{2}$$

где $\Phi(\gamma)$ – нормальная функция распределения [2], значения которой табулированы, а величину

$$\gamma = \frac{\bar{R} - \bar{N}}{\sqrt{S_R^2 + S_N^2}} \tag{3}$$

называют гауссовской мерой надежности [3].

При инженерной оценке надежности конструкции средние значения (выборочные математические ожидания) $\bar{R}$ и $\bar{N}$ несущей способности R и нагрузки N и их выборочные дисперсии S_R^2 и S_N^2 могут быть определены.

На практике в период проектирования конструкции бывает удобнее задаваться не средними значениями, а коэффициентами вариации (изменчивости) несущей способности v_R и нагрузки v_N. Формулу (3) для гауссовской меры надежности можно упростить при введении обозначений отношения коэффициентов v_N и v_R через

$$\varkappa = \frac{v_N}{v_R} \tag{4}$$

и отношение средних значений $\bar{R}$ и $\bar{N}$

$$f_y = \frac{\bar{R}}{\bar{N}}, \tag{5}$$

которое иногда называют условным коэффициентом запаса [I]. Тогда для γ получится следующее выражение:

$$\gamma = \frac{f_y - 1}{v_R\sqrt{f_y^2 + \varkappa^2}}. \tag{6}$$

Для удобства расчета по оценке надежности конструкции и для наглядности влияния различных параметров этого уравнения на рис. 2 дана номограмма, построенная по формуле (6).

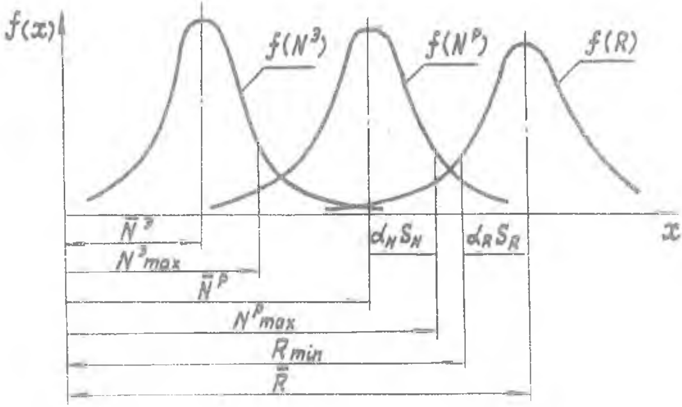
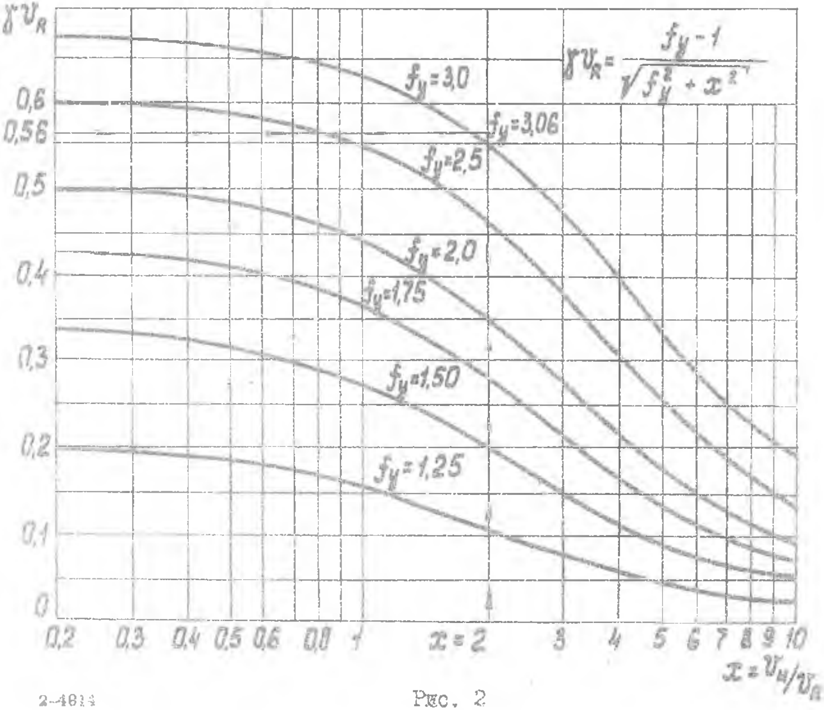


Рис. I



$$\gamma v_R = \frac{f_y - 1}{\sqrt{f_y^2 + x^2}}$$

Рис. 2

В реальной постановке детерминированных методов расчета конструкции на прочность в завуалированной форме уже содержится статистический подход к выбору расчетных величин. Рассмотрим этот вопрос более подробно и попытаемся связать эти методы расчета с вероятностными.

Безопасность конструкции при расчетах детерминированными методами обеспечивается коэффициентом запаса прочности

$$\eta = \frac{R_{min}}{N_{max}} \geqslant 1. \tag{7}$$

Обычно за расчетную нагрузку N_{max} принимается значение несколько больше некоторого среднего, полученного расчетным путем или экспериментально. В то же время за расчетную несущую способность R_{min} принимается значение несколько меньше некоторого среднего, получаемого аналогичным путем.

В статистической постановке расчетные величины N_{max} и R_{min} в выражении (7) должны по отношению к среднестатистическим значениям $\bar{N}$ и $\bar{R}$ иметь следующую связь (см. рис. I):

$$\left.\begin{aligned} N_{max} &= \bar{N} + \alpha_N S_N \\ R_{min} &= \bar{R} - \alpha_R S_R \end{aligned}\right\}, \tag{8}$$

где α_N и α_R – отклонения расчетных величин N_{max} и R_{min} от соответствующих средних значений $\bar{N}$ и $\bar{R}$, выраженные в долях среднеквадратичных отклонений S_N и S_R.

При известном законе распределения N и R величины α_N и α_R выражают доверительную вероятность, принимаемую при назначении расчетных значений N_{max} и R_{min}.

Используя выражения (5) и (8) для коэффициента запаса прочности (7), можно получить следующее соотношение:

$$\eta = \frac{\bar{R}}{\bar{N}} \frac{1-\alpha_R v_R}{1+\alpha_N v_N} = f_y K, \tag{9}$$

где величину

$$K = \frac{1-\alpha_R v_R}{1+\alpha_N v_N} \tag{10}$$

можно назвать коэффициентом влияния.

В некоторых отраслях машиностроения (например, при проектировании летательных аппаратов) величину расчетной внешней нагрузки N^{p}_{max} для прочностных расчетов берут исходя из наибольшей эксплуатационной нагрузки $N^{э}_{max}$ и принятого для данных методов расчета детермированного значения коэффициента безопасности f :

$$N^{p}_{max} = N^{э}_{max} f. \qquad (11)$$

В этом случае, переходя к статистической трактовке понятия внешней нагрузки, необходимо принять допущение, что для простого нагружения переход от эксплуатационных нагрузок $N^{э}$ к расчетным N^{p} осуществляется увеличением нагрузки на коэффициент безопасности f при постоянном коэффициенте вариации нагрузки υ_N (см. рис. I). Это допущение идет в запас надежности, поэтому для сравнительной оценки надежности конструкции в задачах строительной механики его можно принять. Тогда выражение для коэффициента запаса прочности (7) с учетом формул (9) и (II) можно преобразовать в следующее:

$$\eta = \frac{1}{f} f_y K, \qquad (12)$$

где величина условного коэффициента запаса f_y (5) будет определяться по эксплуатационной нагрузке $N^{э}$:

$$f_y = \frac{\bar{R}}{\bar{N}^{э}}. \qquad (13)$$

Использование формул (I2), (I3) и (I0) совместно с (6) и (2) и номограммой (рис. 2) дает возможность связать детерминированные методы расчета с вероятностными и выявить взаимовлияние коэффициентов запаса прочности η и безопасности f с надежностью P через ее гауссовскую меру γ.

Предложенный подход к инженерной оценке надежности конструкции в рамках строительной механики позволяет решать две задачи. Одна из них - сравнительная оценка механической надежности конструкции при расчете прочности ее детерминированными методами.

Другая - обоснование выбора в период проектирования конструкции необходимого коэффициента безопасности f (или коэффициента запаса прочности η) для обеспечения требуемой надежности P при подборе параметров конструкции по прочности детерминированными методами.

На рис. 2 показан пример использования номограммы для выбора коэффициента безопасности f при проектировании высоконадежной конструкции с $P = 0,99999999$ при коэффициентах вариации $v_R = 10\%$ и $v_N = 20\%$. По таблице I.2. работы [4] для требуемой надежности P соответствует значение гауссовской меры $\gamma_0 = 5,60$. Определяем отношение (4) $\varkappa = 2$ и произведение $\gamma v_R = 0,56$. По номограмме (рис. 2) определяется условный коэффициент запаса $f_y = 3,06$. Это означает, что согласно формуле (I3) в проектируемой конструкции среднее значение несущей способности $\bar{R}$ должно быть более чем в три раза выше среднего значения эксплуатационной нагрузки $\bar{N}^э$. Если для нормированных расчетных значений нагрузки $N^э_{max}$ и несущей способности R_{min} брать доверительную вероятность порядка 99%, то это соответствует значениям коэффициентов (см. формулу 8) $\alpha_N = \alpha_R = 2,5$. Эти данные соответствуют значению коэффициента влияния (I0) $K = 0,5$. Тогда из формулы (I2) можно определить необходимое наименьшее значение коэффициента безопасности $f = 1,53$, которое при надлежащем обеспечении может обеспечить проектируемой конструкции требуемую надежность.

Предложенная методика инженерной оценки механической надежности конструкции уже на этапе проектирования при одновременном использовании детерминированных методов расчета на прочность с вероятностными методами дает возможность более правильно подойти к выбору расчетной схемы, более рационально выбрать необходимые размеры конструкции, учитывая естественный разброс механических характеристик материала и геометрических параметров конструкции, а также дает подход к методам испытания и контроля качества производства конструкции.

Литература

I. Болотин В.Б. Статистические методы в строительной механике. Стройиздат, I965.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. "Наука", I969.

3. Кузнецов А.А. Надежность конструкции летательных аппаратов (конспект лекций), издание МАИ, М., I97I.

4. Прочность, устойчивсость, колебания. Справочник, т. I, "Машиностроение", I968.

5. Шор Н.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности. "Советское радио", I968.