На рис.4 представлен график сходимости решения по параметру n . Видим достаточно высокую скорость сходимости решения.

Библиографический список

I. Кабанов В.В., Железнов Л.П. К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов // Прикладная механика. I985. 2I. № 9. С. 35-40.

2. Кабанов В.В., Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости цилиндрических оболочек при неосесимметричном внешнем давлении методом конечных элементов // Прикладная механика. I98I. I7. № 3. С. 7I-76.

3. Кабанов В.В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. М.: Машиностроение, I982. 253 с.

4. Уилкинсон Райнш. Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, I982. 230 с.

5. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, I978.360 с.

6. Муштари Х.М., Свирский И.В. Об устойчивости цилиндрической оболочки под действием равномерно распределенных осевого сжатия и внешнего нормального давления // Труды ФТИ Казанского фил. АН СССР, I954, вып. I. С. 3-67.

УДК 629.7.02:539.4

И.Д.Левашов

УСЛОВИЯ СОЧЛЕНЕНИЯ ДЛЯ ПОДКОНСТРУКЦИЙ С РАЗЛИЧНОЙ ИДЕАЛИЗАЦИЕЙ

На основе вариационного принципа Лагранжа при использовании усилий взаимодействия между смежными подконструкциями в качестве независимых переменных получены условия сочленения для частей конструкции, в которых используется различная идеализация. Показано, что для данных условий имеет место неоднозначность, а параметры,

Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций. Куйбышев, I990

описывающие поведение конструкции, на делительной поверхности терпят разрыв, что может приводить к возмущениям НДС.

Использование в разных частях конструкции летательного аппарата разных методов расчета может иметь своей целью как удобство решения задачи по определению НДС, так и уменьшение общего числа неизвестных. Одним из путей реализации такого подхода является применение каждой разновидности гипотез в пределах отдельной части конструкции. В /I-3/ в рамках такого подхода предложены методы сочленения подконструкций, основанные на введении усилий взаимодействия, для определения которых используются условия совместности или равновесия. В предлагаемой работе для получения условий сочленения используется вариационный принцип с введением поверхности раздела и усилий взаимодействия между смежными подконструкциями, что позволило установить важные свойства таких условий.

I. Согласно методу подконструкций /2,3/ представим конструкцию, занимающую объем v, в виде двух частей $v_i \in v$, $i = 1,2$. Представим векторы перемещений этих частей (рис.I) в виде

$$\{u\} = \{u_o\} + \{\Delta u\} = [L_o, \Delta L]\begin{Bmatrix} q_o \\ \Delta q \end{Bmatrix} \in v_1$$

$$\{u\} = \{u_o\} = [L_o]\{q_o\} \in v_2 . \qquad (I)$$

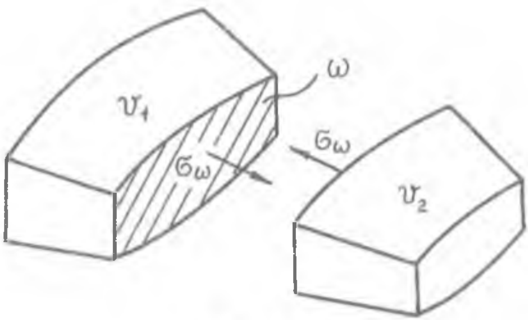

Рис. I

Здесь $\{q_o, \Delta q\}$ - вектор обобщенных перемещений, описывающий поведение элементов конструкции в v_1 ; q_o - в v_2 . Тогда функционал Лагранжа для всей конструкции запишется в виде

$$\Pi = \frac{1}{2}[q_o^{(1)T}, \Delta q^T] K_q^{(1)} \begin{bmatrix} q_o^{(1)} \\ \Delta q \end{bmatrix} - [q_o^{(1)T}, \Delta q^T] \begin{bmatrix} L_o^T \\ \Delta L^T \end{bmatrix} R +$$

$$+ \frac{1}{2} q_o^{(2)T} K_q^{(2)} q_o^{(2)} - q_o^{(2)T} L_o^T R - \qquad (2)$$

$$- [Q_\omega^{oT}, \Delta Q_\omega^T] \begin{bmatrix} q_o^{(1)} \\ \Delta q \end{bmatrix}_\omega + Q_\omega^{oT} q_{o\omega}^{(2)} .$$

Здесь выражения

$$\begin{bmatrix} Q_\omega^o \\ \Delta Q_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_o^T \\ \Delta L^T \end{bmatrix} g_\omega ; \qquad g_\omega = M^T \sigma_\omega \qquad (3)$$

определяют усилия на поверхности раздела ω, соответствующие принятым обобщенным перемещениям $\{q_o, \Delta q\}$. Выражение (2) предполагает, что каждая часть v_i рассматривается отдельно с учетом, что на поверхности раздела ω действуют распределенные усилия σ_ω, отнесенные к декартовым перемещениям u. При этом относительно σ_ω сохраняется принцип равенства действия и противодействия.

Рассматривая g_ω как независимые от q_o и Δq, можно составить вариацию функционала Π по δg_ω, что приводит к соотношению

$$\delta g_\omega^T [L_o, \Delta L] \begin{bmatrix} q_o \\ \Delta q \end{bmatrix}_\omega - \delta g_\omega^T L_o q_{o\omega}^{(2)} = 0. \qquad (4)$$

$$\delta Q_\omega^{oT} (q_o^{(1)} - q_o^{(2)})_\omega + \delta \Delta Q_\omega^T \Delta q_\omega = 0. \qquad (5)$$

Считая в (5) δQ^o и $\delta \Delta Q_\omega$ независимыми, приходим к соотношениям

$$q_o^{(1)} = q_o^{(2)} ; \qquad \Delta q = 0 \quad \in \omega. \qquad (6)$$

В (5) предполагалось, что

$$Q_{\omega_1}^o = Q_{\omega_2}^o ; \qquad \Delta Q_\omega^{(2)} = 0;$$

$\Delta Q_\omega^{(1)}$ могут принимать произвольные значения. Поэтому при переходе через ω усилия ΔQ терпят разрыв. Если потребовать $\Delta Q^{(1)}_{\omega} = 0$, т.е. чтобы выполнялось условие равенства действия и противодействия для ΔQ при переходе через ω, то $\delta \Delta Q_{\omega} = 0$ и из (5) следует неопределенность величины $\Delta q^{(1)}_{\omega}$. Но так как $\Delta q^{(2)}_{\omega} = 0$, то при переходе через ω терпят разрыв перемещения Δq. Условия совместности на ω требуют выполнения соотношения

$$L_o q_o^{(1)} + \Delta L \, \Delta q - L_o q_o^{(2)} = 0,$$

которое в последнем случае удовлетворено быть не может. Совместность может быть выполнена только при $\Delta q_{\omega} = 0$, но это приводит к разрыву для ΔQ, что указывает на возможность появления возмущений во внутренних усилиях в $\mathcal{V}_1$. Устранения таких возмущений можно добиться только за счет отказа от выполнения условий совместности на ω для части перемещений Δq.

Если в $\mathcal{V}_2$ принимаются такие физические гипотезы, что

$$\Pi_2 = \frac{1}{2}[u_o^T, \Delta u^T]\left[\begin{array}{c|c} K^2 & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right]\begin{bmatrix} u_o \\ \Delta u \end{bmatrix} - [u_o^T, \Delta u^T] \times \tag{7}$$

$$\times \begin{bmatrix} R_o \\ \Delta R \end{bmatrix} + [g^T_{\omega}, 0]\begin{bmatrix} u_o \\ \Delta u \end{bmatrix}_{\omega} \in \mathcal{V}_2,$$

то $\Delta Q^{(1)}_{\omega} = 0$ будет соответствовать выполнению равенства действия и противодействия на ω для случая естественных условий сопряжения $\mathcal{V}_1$ и $\mathcal{V}_2$. Такой случай соответствует конечной изгибной жесткости для элементов конструкции в $\mathcal{V}_1$ и нулевой в $\mathcal{V}_2$. Использование физических гипотез, для которых в $\mathcal{V}_2$ имеем

$$\Pi_2 = [u_o^T, \Delta u^T]\left[\begin{array}{c|c} K^{(2)} & \infty \\ \hline \infty & \infty \end{array}\right]\begin{bmatrix} u_o \\ \Delta u \end{bmatrix} - [u_o^T, \Delta u^T] \times \tag{8}$$

$$\times \begin{bmatrix} R_o \\ \Delta R \end{bmatrix} + [g^{oT}_{\omega}, \Delta g^T_{\omega}]\begin{bmatrix} u_o \\ \Delta u \end{bmatrix} \in \mathcal{V}_2,$$

требует для сохранения Π конечного значения, чтобы $\Delta u = 0 \in \mathcal{V}_2$. Это опять же приводит либо к разрывности Δu, либо Δq при переходе через ω.

Установленная неоднозначность имеет место не только в методе перемещений. Так при расчете методом сил, если усилия, дополняющие основную систему, имеют вид

$$\Delta \sigma = B_o X_o^{(1)} + \Delta B \, \Delta X \in v_1 ,$$
$$\Delta \sigma = B_o X_o^{(2)} \in v_2 , \qquad (9)$$

то вариация функционала Кастилиано по δu_ω приводит к равенству

$$[B_o , \Delta B] \begin{bmatrix} X_o^{(1)} \\ \Delta X \end{bmatrix} - B_o X_o^{(2)} = 0 \in \omega ,$$

откуда получаем

$$X_o^{(1)} = X_o^{(2)} , \qquad \Delta X = 0 \in \omega .$$

Если выполнить вариацию по обобщенным перемещениям, соответствующим X_o, то ΔX_ω останутся произвольными. Аналогичные результаты имеют место и в случае использования в v_i разных физических гипотез. Однозначность условий сочленения будет иметь место только в случае одинаковых гипотез по разные стороны ω, чего можно достичь только путем введения между v_1 и v_2 зоны, в пределах которой обеспечивается монотонное уменьшение разности описания состояния v_i /4/.

2. С целью доказательства последнего утверждения рассмотрим соотношения, соответствующие дискретно-континуальной модели. Функционал для каждой v_i имеет вид

$$\Pi_i = \int\limits_{(z)} F^{(i)} (z, q_i , q_i' , q_i'') \, dz ,$$

а уравнения Эйлера имеют запись

$$F_q^{(i)} - \frac{d}{dz} F_{q'}^{(i)} + \frac{d^2}{dz^2} F_{q''}^{(i)} = 0 \in v_i . \qquad (10)$$

Если между q_1 и q_2 существует зависимость $q_1 = L_\omega q_2$, то на ω имеют место следующие соотношения:

$$L_\omega^T \left(F_{q'}^{(1)} - \frac{d}{dz} F_{q''}^{(1)} \right) - \left(F_{q'}^{(2)} - \frac{d}{dz} F_{q''}^{(2)} \right) = 0$$
$$L_\omega^T F_{q''}^{(1)} - F_{q''}^{(2)} = 0 . \qquad (11)$$

Если

$$q_1 = L q + \Delta L \, \Delta q ,$$

то к соотношениям (II) добавляем условия

$$\Delta L^T \left(F^{(1)}_{\Delta q'} - \frac{d}{dz} F^{(1)}_{\Delta q''} \right) = 0,$$
$$\Delta L^T F^{(1)}_{\Delta q''} = 0. \qquad (12)$$

Если вводится переходная зона /4/, то (рис.2):

$$\Delta q(z) = \Delta q(z_0)\, t(z) \quad \in (z_0, z_\omega).$$

И для функционалов, содержащих только первую производную, в сечении z_0 имеем условия

$$\left(\frac{\partial F}{\partial q'}\right)_- = \left(\frac{\partial F}{\partial q'}\right)_+,$$
$$\frac{\partial F}{\partial \Delta q'}_- + \int_{z_0}^{z_\omega} \frac{\partial F}{\partial \Delta q}\, t(z)\, dz = 0. \qquad (13)$$

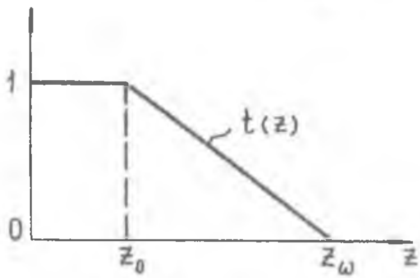

Рис. 2

В сечении z_ω имеем

$$\left(\frac{\partial F}{\partial q'}\right)_{\omega -} = \left(\frac{\partial F}{\partial q'}\right)_{\omega +}.$$

Введение переходной зоны делает непрерывными условия при z_0 и z_ω. При $z_0 \to z_\omega$ второе условие в (13) переходит в условие

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \Delta q'}\right)_{\omega -} = 0.$$

Если в сечении z_ω принять $\Delta q = 0$, то $\frac{\partial F}{\partial \Delta q'}$ становится неопределенной. Введение переходной зоны данную неопределенность устраняет. Но более важным оказывается то, что при $z_0 \to z_\omega$ выполнение требования $\Delta q_\omega = 0$ приводит к возмущению значений $\Delta q'_z$, а тем самым и НДС конструкции в $\mathcal{V}_1$ в окрестности z_ω

Библиографический список

1. Аргирос Дж., Келси С. Расчет фюзеляжей произвольного поперечного сечения и произвольного закона изменения сечений вдоль оси//

Современные методы расчета сложных статически неопределимых систем. Л.: Судпромгиз, I96I. С. 42I-653.

2. Иванов Ю.И. Применение метода сил в задаче сочленения подконструкций // Труды ЦАГИ, I977. Вып. I948. С. 3-2I.

3. Иванов Ю.И. Метод совместного расчета подконструкций // Учен. зап. ЦАГИ, I976. Т. 7, № I. С. 75-79.

4. Левашов П.Д. Методы обеспечения непрерывности изменения гипотез в гибридных расчетных схемах // Изв. вузов, Авиационная техника. I985. № 2. С. 33-38.

УДК 539.3

В.А.Фирсов, С.П.Кузнецов

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОДАТЛИВОСТИ ОПОРНОГО ЗАКРЕПЛЕНИЯ НА НДС ЭЛЕМЕНТОВ ОСТЕКЛЕНИЙ ЛА

Представлены результаты численных параметрических исследований по оценке влияния податливости опорного закрепления на напряженно-деформированное состояние элементов остекления летательных аппаратов типа иллюминатора пассажирского самолета. Проведена оценка достоверности результатов проведенных исследований.

Элементы конструкционной оптики летательных аппаратов типа иллюминаторов, обтекателей и фонарей самолетов выполняются из неметаллических материалов (органического и неорганического стекла, ситалла и т.д.), обладающих высокой чувствительностью к контактным напряжениям, хрупкостью и, для большинства из них, низкой прочностью на растяжение. Это приводит к необходимости применения соединений этих элементов с конструкцией специального вида (рис.I,а) с использованием буферных соединительных элементов 3 и 4 из полимерных материалов в виде слоев герметика, лавсана и т.д. Очевидно, достоверное определение напряженно-деформированного состояния (НДС) указанных элементов конструкций во многих случаях не может быть достигнуто деформативностью как промежуточных соединительных элементов, так и опорных силовых элементов конструкции.