УДК 629.7.015.4

Р.А.Михеев, Т.Д.Смольянинова

УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАСТИ ВИНТА ВЕРТОЛЕТА

Определение кинематических характеристик движения лопастей несущего винта является центральной задачей в комплексе аэродинамических и прочностных расчетов вертолета, поскольку она служит основой для вычисления сил и моментов, действующих на элемент, в заданном сечении или на винт в целом. Базисом для ее решения служит математическая модель, основанная на системе дифференциальных уравнений движения лопасти. Известны два подхода: непосредственное интегрирование этой системы или с предварительной дискретизацией (математической или „физической" - путем перехода к конечноэлементной схеме с упрощением структуры элементов). По-видимому, трудно отдать предпочтение одному из них. Так по данным на 1975 год три из шести ведущих вертолетных фирмы США (Белл, Каман, Сикорский) применяли континуальную модель, а три другие (Вертол, Хьюз и Локхид) - дискретную /20/. В любом варианте основой остаются дифференциальные уравнения движения лопасти, выводу которых в возможно более общей форме посвящена данная статья.

Искомые уравнения могут быть получены тремя способами:

- на основе принципа наименьшего действия Остроградского-Гамильтона;
- на основе уравнений равновесия элемента лопасти;
- на основе уравнений равновесия отсеченной части лопасти.

В последнем случае, по мнению авторов, существует большая возможность ошибок, связанных с пропуском тех или иных слагаемых. Первые два позволяют проводить выкладки по более регулярному плану. Второй способ представляется в то же время более наглядным. Поэтому он и принят в данной работе.

Введем системы координат: I - инерциальную, II - втулочную (невращающуюся, с началом в центре втулки), III - базовую (вращающуюся с началом в комлевом сечении лопасти), IY и IY^{а} - главную и начальную главную (при ненагруженном состоянии лопасти). Подробнее см. /10/ и /11/. Проекции векторов на оси этих систем будем обозначать с индексами И,В,Б,Г и Н соответственно. Удобно использовать матрицы перехода - от системы I к системе II:

$$
\mathbf{H}=\left[\begin{array}{c:c:c}
\cos\varphi_a\cos\vartheta_a & \sin\vartheta_a & -\sin\varphi_a\cos\vartheta_a \\ \hdashline
\begin{array}{l}-\cos\varphi_a\sin\vartheta_a\cos\gamma_a+\\+\sin\varphi_a\sin\gamma_a\end{array} & \cos\vartheta_a\cos\gamma_a & \begin{array}{l}\sin\varphi_a\sin\vartheta_a\cos\gamma_a+\\+\cos\varphi_a\sin\gamma_a\end{array} \\ \hdashline
\begin{array}{l}\cos\varphi_a\sin\vartheta_a\sin\gamma_a+\\+\sin\varphi_a\cos\gamma_a\end{array} & -\cos\vartheta_a\sin\gamma_a & \begin{array}{l}-\sin\varphi_a\sin\vartheta_a\sin\gamma_a+\\+\cos\varphi_a\cos\gamma_a\end{array}
\end{array}\right] \qquad (1)
$$

и от систем П,Ш и IУ^{a} к системам Ш,IУ^{a} и IУ – $\mathbf{N}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{L}$ /II соответственно. Введем матрицы-столбцы $\mathbf{Q}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{q}$, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\text{æ}}$ $\mathbf{c}$, элементами которых являются проекции силы $\vec{Q}$ и момента $\vec{M}$ в сечении лопасти, распределенных внешних силы $\vec{q}$ и момента $\vec{\mu}$ вектора кривизны $\vec{\text{æ}}$ и орта касательной к упругой линии $\vec{c}$ н оси той или иной системы координат. Введем также кососимметричны матрицы

$$
\mathbf{Q}^*=\left[\begin{array}{c:c:c}
0 & Q_3 & -Q_2 \\ \hdashline
-Q_3 & 0 & Q_1 \\ \hdashline
Q_2 & -Q_1 & 0
\end{array}\right]; \qquad
\boldsymbol{\text{æ}}^*=\left[\begin{array}{c:c:c}
0 & -\text{æ}_3 & \text{æ}_2 \\ \hdashline
\text{æ}_3 & 0 & -\text{æ}_1 \\ \hdashline
-\text{æ}_2 & \text{æ}_1 & 0
\end{array}\right].
$$

Векторные уравнения теории тонких стержней

$$
\begin{aligned}
&\vec{Q}\,' + \vec{q} = 0 \\
&\vec{M}\,' + \vec{c}\times\vec{Q} + \vec{\mu} = 0
\end{aligned} \qquad (2)
$$

с учетом введенных обозначений можно записать в матричной форме:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{Q}' + \boldsymbol{\text{æ}}^*\mathbf{Q} + \mathbf{q} = \mathbf{0}\,, \\
&\mathbf{M}' + \boldsymbol{\text{æ}}^*\mathbf{M} + \boldsymbol{\mu} + \mathbf{Q}^*\mathbf{c} = \mathbf{0}.
\end{aligned} \qquad (3)
$$

Здесь производные $\mathbf{Q}'$ и $\mathbf{M}'$ вычисляются в избранной сист ме координат („локальные" производные). В опубликованных работах уравнения движения лопасти записывают в разных системах координа (Ш,IУ,IУ^{a}) или их комбинации. Уравнения в форме (3) являются в этом отношении универсальными. Система (2) является неполной, так как содержит три неизвестных вектора: $\vec{Q}$, $\vec{M}$ и $\vec{C}$. Для получения замкнутой системы следует обратиться к уравнениям связи упругих сил и моментов с формой упругой оси. Наиболее распространенный подход состоит в использовании соотношений, которые могут быть получены для цилиндрического стержня на основе гипотезы плоских сечений:

$$M_г = A(\tilde{\varkappa}_г - \tilde{\varkappa}_н) + Q_{г1}\,\sigma_г^* . \qquad (4)$$

Второе слагаемое учитывает разнос центров тяжести (растяжения) и жесткости (кручения) в сечении. Элементы диагональной матрицы A – изгибные и крутильная жесткости лонжерона. В работах /17/ и /19/ (см. также /3/ и /2/) получены соотношения для закрученного стержня. При этом внедиагональные элементы матрицы A – A_{12} , A_{13} , A_{21} и A_{33} оказываются не равными нулю. Они пропорциональны ϑ_0' . Изменяется также вид элемента A_{11} и элементов матрицы-столбца $\sigma_г^*$. Это приводит к появлению упругих связей между изгибными и крутильными колебаниями. Однако существует мнение /6/ о необоснованности такого подхода. Этот вопрос нуждается в дальнейших, по-видимому, в первую очередь экспериментальных исследованиях.

Элементы матриц-столбцов $\tilde{\varkappa}_г$ и $\tilde{\varkappa}_н$ определяются изгибными и крутильными деформациями стержня. Поэтому они отличаются от элементов матриц $\varkappa$ и $\varkappa^*$ в уравнениях (3), которые соответствуют полным перемещениям сечений стержня с учетом деформаций сдвига от действия перерезывающих сил $Q_{г2}$ и $Q_{г3}$. В большинстве работ деформации сдвига не учитываются. Исключением являются /4/ и /18/. Однако численные результаты, приведенные в /18/, сомнительны. С.П.Тимошенко /15/ исследовал влияние сдвига на значения собственных частот однородной балки сплошного сечения. В рассмотренном им примере оно оказалось незначительным. В то же время из полученных соотношений следует, что это влияние возрастает с ростом двух отношений: модулей упругости E/G и поперечных размеров сечения к длине балки. Как показывают расчеты, выполненные в соответствии с /13/, тот же вывод следует и для тонкостенной балки. При этом проявление сдвига больше в плоскости наибольшей жесткости. Поэтому для лонжеронов из композиционных материалов можно ожидать большего эффекта, особенно в плоскости наибольшей жесткости. Методика учета сдвига может быть основана на соответственно дополненных уравнениях. Очевидно, что одна из задач при этом - определение среднего угла сдвига /I/. В дальнейшем в данной статье влияние сдвига не учитывается.

Используя выражения (3) и (4), получим уравнения колебаний лопасти в виде:

$$Q' + \text{æ}^* Q + q = 0$$

$$\{P[A(\text{æ}_г - \text{æ}_н) + Q_{г1} \sigma_г^{ж}]\}' + \text{æ}^* P[A(\text{æ}_г - \text{æ}_н) + Q_{г1} \sigma_г^{ж}] + Q^* c + \mu = 0. \qquad (5.$$

Здесь P - матрица перехода от главной к избранной системе координат. Компоненты матриц æ^*, $\text{æ}_г$ и $\text{æ}_н$ могут быть выражены через углы ϑ, φ, ψ и ϑ_o, φ_o и ψ_o /I4/. В матричной форме выражения для $\text{æ}_г$ и $\text{æ}_н$ имеют вид:

$$\text{æ}_г = L_г^* \theta_г' + L\,\text{æ}_н; \quad \text{æ}_н = L_н^* \theta_н', \qquad (6)$$

где

$$L_г^* = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\varphi & 0 & -\sin\psi \\ -\sin\varphi & 1 & 0 \\ \sin\psi\cos\varphi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}, \qquad \theta_г' = \begin{bmatrix} \vartheta' \\ \psi' \\ \varphi' \end{bmatrix}.$$

В матрицы $L_н^*$ и $\theta_н'$ входят соответственно ϑ_o, φ_o и ψ_o. Их величины определяются геометрией ненагруженной лопасти, а величина ϑ_o, кроме того, положением автомата перекоса.

Погонные силы и моменты имеют аэродинамическую и инерционную составляющие. Определение аэродинамической нагрузки представляет собой весьма сложную самостоятельную задачу (см.например /8/,/9/) и в данной статье не рассматривается. Методика определения инерционных составляющих q и μ дана в /II/ для установившегося режима полета в предположении об отсутствии колебаний внутри винта когда система II является инерциальной. Для маневренного полета с учетом вибраций втулки винта в основное выражение (6) /II/ в формулу для ускорения точки сечения лопасти следует внести изменения: матрицу N заменить произведением NH и дописать в качестве слагаемого матрицу-столбец NHS , содержащую проекции ускорения втулки на оси базовой системы координат. Можно показать, основываясь на свойствах оператора вращения (/5/, стр.453), что производные матрицы перехода, например H , могут быть записаны в форме:

$$\begin{aligned} \dot{H} &= H\Omega_n = \Omega_в H \\ \ddot{H} &= H(\Omega_n^2 + \dot{\Omega}_n) = (\dot{\Omega}_в + \Omega_в^2)H, \end{aligned} \tag{7}$$

где Ω_n и $\Omega_в$ - кососимметрические матрицы, содержащие проекции угловой скорости системы П на оси систем I и П соответственно:

$$\Omega_n = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{n3} & -\omega_{n2} \\ -\omega_{n3} & 0 & \omega_{n1} \\ \omega_{n2} & -\omega_{n1} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \Omega_в = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{в3} & -\omega_{в2} \\ -\omega_{в3} & 0 & \omega_{в1} \\ \omega_{в2} & \omega_{в1} & 0 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Используя (7) и (8), можно показать, что описанное дополнение эквивалентно, как это и должно быть, представлению движения как суммы относительного в системе Ш и переносного системы Ш относительно системы I.

В выражения для инерционных сил и моментов (а также и аэродинамических нагрузок) входят перемещения центра жесткости сечения u_1 , u_2 и u_3 . Поэтому необходимо ввести дополнительные соотношения:

$$u' + æ^* u - c + b = 0, \tag{9}$$

где u и b - матрицы-столбцы с элементами - проекциями на оси избранной системы координат вектора перемещений и касательной к упругой линии ненагруженной лопасти.

Уравнения (5) и (9) совместно с выражениями для $æ$ - (6), инерционных /II/ и аэродинамических нагрузок дают замкнутую систему уравнений, позволяющую определить изгибно-изгибно-крутильные колебания лопасти на заданном режиме полета. Известные ранее уравнения /6/,/8/,/I2/,/I6/,/I8/,/I9/ и др. могут быть получены путем определенных упрощений, в число которых в зависимости от подхода того или иного автора входят:

- линеаризация элементов матрицы L, выражений для $\varkappa$ (6) связей (9);
- рассмотрение лопасти с прямолинейной до нагружения упругой осью
- рассмотрение лопасти, имеющей симметричный относительно хорды профиль и др.

В частности, могут быть выявлены неточности, допущенные в некоторых из этих работ (/I2/, /I6/, /I9/). Наиболее полные уравнения даны в работах А.Ю.Лисса /6/, /7/.

Литература

I. Вибрации в технике, т.I, Справочник / под ред.Болотина В.В М.: Машиностроение, I973. - 352 с.

2. Джонсон У. Теория вертолета, кн. I. - М.: Мир, I983.-502 с.

3. Дондошанский В.К. Расчеты колебаний упругих систем на электронных вычислительных машинах. - М-Л.:Машиностроение,I965.-368 с.

4. Зинченко В.И., Федосов М.Ф. Сравнительный анализ методов расчета динамических характеристик лопасти несущего винта вертолета с учетом деформации сдвига и инерции поворота. - В сб. „Проблем проектирования современных вертолетов". Труды Всесоюзной научной конференции. Часть I, М., МАИ, I979, с.94-96.

5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работ ников и инженеров. - М.: Наука, I973. - 832 с.

6. Лисс А.Ю. Уравнения деформации лопасти несущего винта и свойства ортогональности форм ее собственных колебаний. - Известия высших учебных заведений. Авиационная техника, I972, № 4, с.56-66.

7. Лисс А.Ю. Расчет деформаций лопасти воздушного винта в полете. - Известия высших учебных заведений. Авиационная техника, I973, № 2, с.40-45.

8. Миль М.Л. и др. Вертолеты. Расчет и проектирование. кн.I - М.: Машиностроение, I966. - 466 с.; кн.2, М.: Машиностроение, I967. - 424 с.

9. Михеев Р.А. Прочность вертолетов. - М.: Машиностроение, I984. - 280 с.

I0. Михеев Р.А., Смольянинова Т.Д. Уравнения движения упругой лопасти несущего винта вертолета. - В сб.„Расчет тонкостенных элементов конструкций на прочность, устойчивость, колебания и долговечность", М., МАИ, I983, с.50-56.

II. Михеев Р.А., Смольянинова Т.Д. Погонные инерционные нагруз ки и моменты на лопасти винта вертолета. - В сб. "Прочность и

Долговечность элементов конструкции л.а.", Куйбышев, КуАИ, 1984, с. 66–72.

I2. Риз П.М., Пожалостин А.И. Вибрации и динамическая прочность воздушных винтов. – Труды ЦАГИ № 609, 1974. – 80 с.

I3. Ромашевский А.Ю., Климов В.И. Строительная механика самолета. – М.: МАИ, 1965. – 302 с.

I4. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978. – 222 с.

I5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 439 с.

I6. Фридман П. Влияние выбора расчетной схемы и параметров лопасти на аэроупругую устойчивость винта с жестким креплением лопастей. – Ракетная техника и космонавтика, 1977, № 2, с.28–38 (пер. с англ.).

I7. Шорр Б.Ф. К теории закрученных тонкостенных стержней. – Изв. АН СССР ОТН. Механика и машиностроение, 1960, № 5, с.74–79.

I8. Giurgintiu V., Stafford R. Semi-Analytic Methods for Frequencies and Mode Shapes of Rotor Blades. Vertica v.1, N4, 1977, p.p. 291-306.

I9. Houbolt J., Brooks G. Differential Equations of Motion for Combined Flapwise Bending, chordwise Bending and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades. NACA Report 1346, 1956, 18 p.

20. Ormiston R. Comparison of Several Methods for Predicting Loads on a Hypothetical Helicopter Rotor. Rotorcraft Dynamics. NASA SP-352, 1974, p.p. 284-302.

УДК 621.822.5, 621.752.2

Д.Е.Чегодаев, М.Е.Проданов, С.Н.Мелентьев

ДИНАМИЧЕСКОЕ ГАШЕНИЕ ВИБРАЦИИ РОТОРОВ В УПРУГОДЕМПФЕРНЫХ ОПОРАХ

Виброактивность высокоскоростных роторов является основным препятствием для роста эффективности работы современных турбомашин. Рабочие частоты вращения таких роторов лежат в диапазоне, находящемся за первой критической частотой. Это приводит к преждевременному износу узлов роторной системы и опасности разрушения при переходе через резонанс. Одним из эффективных путей снижения