

РАСЧЕТ СОСТАВНОЙ ТОНКОСТЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ В ФИЗИЧЕСКИ
НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Рассматривается методика определения напряженно-деформированного состояния составной тонкостенной конструкции типа стабилизатор-руль. При изучении этой задачи в /1/ впервые было показано, что в случае статически неопределимой схемы навески руля необходимо учитывать угол его отклонения. Это обстоятельство приводит к появлению новых, не учитываемых ранее расчетчиками усилий в средней поверхности элементов составной конструкции и, как следствие, перераспределению нормальных реакций в узлах навески руля. Затем этот подход был обобщен /2/ путем использования более точной дискретно-континуальной модели в варианте теории Ю.Г.Одинокова /3/ , обладающей, естественно, более широкими возможностями по учету специфических особенностей деформирования реальных тонкостенных авиаконструкций, чем принятая в /1/ стержневая расчетная схема.

В настоящей работе представлено дальнейшее развитие этой методики в направлении учета нелинейности диаграмм деформирования силовых элементов составной конструкции.

1. Используя далее обозначения, принятые в /2/, рассмотрим составную конструкцию, руль которой подвешен на стабилизаторе в $N + 2$ шарнирах. В качестве основной системы считаем руль, подвешенный на двух крайних опорах (0 и $N + 1$) и лишенный возможности поворачиваться в одной из них, а для стабилизатора - тонкостенную конструкцию, произвольно закрепленную на фюзеляже. В этом случае для определения $2N$ неизвестных реакций (нормальных R_i и в плоскости хорды H_i) используем такое же количество условий совместности деформаций. По аналогии с /2/ эти условия для i -го промежуточного шарнира запишутся:

$$\Delta_{i\varphi}^y + \Delta_{i\varphi}^y = \delta_{i\varphi}^y + \delta_{i\varphi}^y; \quad \Delta_{i\varphi}^x + \Delta_{i\varphi}^x = \delta_{i\varphi}^x + \delta_{i\varphi}^x, \quad (i = 1, \dots, N), \quad (I)$$

где $\Delta_{i\varphi}^y = \varphi_{i\varphi}^c x_i$; $\Delta_{i\varphi}^x = -\varphi_{i\varphi}^c y_i$ (ж) - прогибы i -го шарнира стабилизатора за счет его закручивания на угол $\varphi_{i\varphi}^c$; x_i, y_i - координаты i -го шарнира; $\delta_{i\varphi}^y = -r_i \varphi_i^p \cos \alpha$; $\delta_{i\varphi}^x = r_i \varphi_i^p \sin \alpha$ - прогибы i -го шарнира руля от закручивания на угол φ_i^p с учетом угла отклонения руля α ; r_i - расстояние от i -го шарнира руля до его продольной оси z .

В случае, если в i -м шарнире имеется качалка управления, то к уравнениям (1) следует добавить соотношения, означающие равенство углов закручивания стабилизатора и руля в сечении i -го шарнира:

$$\varphi_i^c = \varphi_i^p, \quad (i = 1, \dots, N_1), \quad (2)$$

где N_1 - число качалок управления.

Уравнения (2) в свою очередь можно записать:

$$\varphi_i^c = \varphi_{oi}^c + \sum_{k=1}^{N_1} \varphi_{ik}^c M_k + \sum_{k=1}^N \varphi_{ik}^c (R) R_k + \sum_{k=1}^N \varphi_{ik}^c (H) H_k \quad (3)$$

$$\varphi_i^p = \varphi_{oi}^p + \sum_{k=1}^{N_1} \varphi_{ik}^p M_k + \sum_{k=1}^N \varphi_{ik}^p (R) R_k^{\xi} + \sum_{k=1}^N \varphi_{ik}^p (H) H_k^{\xi},$$

где $\varphi_{oi}^c, \varphi_{ik}^c, \varphi_{ik}^c (R), \varphi_{ik}^c (H)$ - угол закручивания стабилизатора в i -м шарнире в основной системе соответственно от внешней нагрузки, единичного момента $M_k = 1$, единичных сил $R_k = 1$ и $H_k = 1$, приложенных в k -м шарнире; $\varphi_{oi}^p, \varphi_{ik}^p, \varphi_{ik}^p (R), \varphi_{ik}^p (H)$ - то же для руля, но от внешней нагрузки руля, единичного момента $M_k = 1$ и единичных сил $R_k^{\xi} = 1$ и $H_k^{\xi} = 1$.

Учитывая далее соотношение (4) /2/, представляющее собой связь между нормальными и лобовыми реакциями в системах координат стабилизатора и руля

$$R_i^{\xi} = R_i \cos \alpha - H_i \sin \alpha; \quad H_i^{\xi} = R_i \sin \alpha + H_i \cos \alpha$$

и опуская промежуточные преобразования, составим систему $(2N + N_1)$ алгебраических уравнений, решением которой будут реакции R_i и H_i в промежуточных шарнирах, а также шарнирные моменты M_k в сечениях с качалками управления.

2. Как отмечалось выше, для уточненного расчета конструкций стабилизатора и руля здесь используется теория /3/, позволяющая

*) В /2/ продольная ось z составной конструкции была принята проходящей через ось вращения руля, поэтому соответствующие перемещения шарниров обеих поверхностей содержали в себе и их долю за счет закручивания.

определять напряжения и деформации, в т.ч. и угол закручивания, с учетом эффекта стеснения деформаций поперечных сечений, а прогибы в обеих плоскостях - с учетом дополнительного прогиба от сдвига. Теория /3/ сводится к системе дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами, которая в матричной форме (и имея в виду расчет в физически нелинейной постановке) запишется:

$$(C U)' = X_1 U + X_2 P + X_3 S - X_2 (P_H + P_t) + (X_3 + M_U) q_H + (P_H + P_t)' - P_0, \quad (4)$$

где C , X_j , ($j = 1-4$) - матрицы жесткостных коэффициентов; M_U - матрица инцидентий, характеризующая взаимное расположение сдвиговых элементов (обшивка, стенки) в поперечном сечении конструкции. Последнее может быть самым произвольным - незамкнутым, замкнутым многосвязным; U , P , P_0 - столбцы осевых перемещений U_i , усилий P_i и внешней погонной осевой нагрузки P_{0i} продольных ребер конструкции; $S = [M_z, Q_x, Q_y]^T$ - столбец внешней нагрузки; P_H , q_H , P_t - столбцы фиктивных усилий ребер $P_{ni} = C_i \varepsilon_{ni}$ и панелей $q_{nj} = G_j \delta_j \gamma_{nj}$, а также температурных усилий ребер $P_{ti} = C_i \alpha_i t_i$. Верхний штрих обозначает дифференцирование по координате z .

Как следует из обозначений, для расчета составной конструкции за пределами пропорциональности здесь используется метод упругих решений А.А.Ильюшина. Достоинство этого метода, как известно, заключается в том, что в процессе итераций меняется лишь правая часть разрешающих уравнений при сохранении в то же время матриц жесткостных характеристик. Это, естественно, существенно сокращает время расчета физически нелинейной задачи.

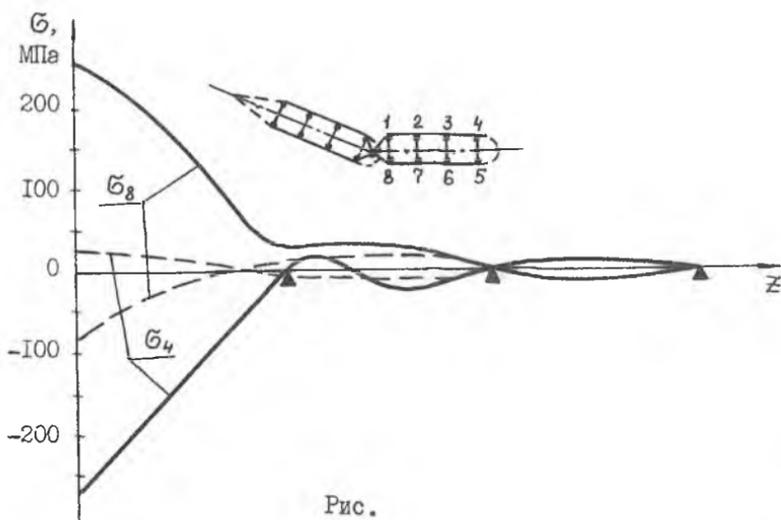
Численный аналог системы уравнений (4) получен с использованием метода конечных сумм в варианте интегрирующих матриц М.Б.Вахитова /4/, обладающего высокой устойчивостью решения.

3. В порядке иллюстрации ниже приводятся результаты расчета составной конструкции, состоящей из одинаковых по своим геометрическим и жесткостным характеристикам, а также нагрузке стабилизатора и руля. Исходные данные конструкции приняты следующими: площадь поперечного сечения продольных ребер $F_i = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; толщина обшивки $\delta = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; нормальная и лобовая погонная нагрузка $t_y = 1000 \text{ дан/м}$; $t_x = -10 \text{ дан/м}$; хорда и высота поперечного сечения $b = 0,6 \text{ м}$; $h = 0,1 \text{ м}$; длина $L = 3 \text{ м}$; координаты трех шарниров, соответственно, $z_1 = 1 \text{ м}$, $z_2 = 2 \text{ м}$, $z_3 = 3 \text{ м}$. Материал - Д-16Т.

В таблице даны значения реакций $\ast)$ при различном угле отклонения руля α в случае линейной зависимости между напряжениями и деформациями силовых элементов конструкций.

Таблица

α°	R_1	R_2	R_3	H_1	H_2	H_3
0	- 189	- 29	30	- 4	14	- 4
5	- 185	4	51	116	791	471
10	- 170	95	104	246	1431	844
15	- 143	215	172	378	1866	1072
20	- 109	339	238	496	2102	1173
20	1007	454	240	7164	2730	1180



Результаты расчета, полученные с учетом нелинейности диаграммы деформирования (последняя строка таблицы), показывают существенное перераспределение реакций, особенно в лобовой плоскости, что, есте-

$\ast)$ Ненулевые значения реакций H_i при $\alpha = 0$ объясняются тем, что соотношения (I) учитывается прогиб шарниров за счет закручивания.

ственно, влечет за собой изменения в напряженно-деформированном состоянии конструкции. Это видно, например, из рисунка, где приведены графики изменения по длине нормальных напряжений в продольных ребрах жесткости $\lambda = 4,8$. Штриховой линией обозначены напряжения, полученные при расчете в упругой постановке, сплошной - в физически нелинейной.

Л и т е р а т у р а

1. Павлов В.А. Расчет многошарнирного оперения с учетом отклонения рулей // Изв. вузов. Авиационная техника. - 1974. - № 1. - С. 72.
2. Павлов В.А., Сафонов А.С. К расчету составной тонкостенной авиаконструкции // Изв. вузов. Авиационная техника. - 1986. - № 2. - С. 102.
3. Одинокоев Ю.Г. Напряжения и деформации в тонкостенных конструкциях переменного сечения. - Тр. КАИ, 1948, вып. 20. - С. 3-15.
4. Вахитов М.Б. Интегрирующие матрицы - аппарат численного решения дифференциальных уравнений строительной механики // Изв. вузов. Авиационная техника. - 1966. - № 3. - С. 50.

УДК 539.3:624.074

И.С.Ахмедьянов, В.Е.Кремс

ПРИМЕНЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ВРОНСКОГО К НАХОЖДЕНИЮ ЧАСТНОГО РЕШЕНИЯ ОСНОВНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ИЗГИБА СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Приводятся основные зависимости для построения частного решения основного дифференциального уравнения изгиба сферической оболочки, затухающего при удалении от ее вершины ($\psi = 0$). В качестве примера использования этих соотношений представлены результаты расчета сферической оболочки, нагруженной в полусе срединной осевой силой P_0 .

В работе используются основные обозначения, принятые в /3/.

1. Как известно /1-3/, основное дифференциальное уравнение изгиба сферической оболочки при произвольном нагружении имеет вид:

$$y''_n + y'_n \operatorname{ctg} \psi + \left(1 + i\lambda - \frac{n^2}{\sin^2 \psi}\right) y_n = 0. \quad (1)$$