

УДК 539.4

И.Г.Завалич, С.Я.Меньшиков, Л.А.Шеффер

## РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ НА УСТАЛОСТЬ ПРИ СЛУЧАЙНОМ НАГРУЖЕНИИ

Определяются на основе статистической теории прочности наиболее слабые звенья характеристики сопротивления усталости детали при гармоническом воздействии. По полученным данным проводится расчет кривой усталости детали при случайном воздействии. При этом случайный процесс нагружения описывается статистическим параметром, характеризующим его структуру с точки зрения влияния на усталостную долговечность, что позволяет избежать методов схематизации случайных процессов и гипотез суммирования усталостных повреждений.

К настоящему времени накоплена достаточно обширная экспериментальная информация по влиянию на характеристики сопротивления усталостному разрушению элементов конструкций таких факторов, как концентрация напряжений, масштаб, вид нагружения и структура процесса динамического воздействия. Разработаны также методы, позволяющие учитывать перечисленные факторы при определении усталостной долговечности деталей машин по данным испытаний лабораторных образцов, изготовленных из материала детали и по единой с ней технологии /1 - 3 и др./. Наиболее общей, точной и распространенной среди них является статистическая теория подобия усталостного разрушения С.В.Серенсена, В.П.Когаева. Однако ее использование в ряде случаев усложняется, что связано с определением параметров уравнения подобия усталостного разрушения по результатам испытаний 8...10 типов образцов и деталей, а также с трудностями нахождения решения для сложных по геометрии элементов конструкций.

В данной работе предлагается комплексный статистический метод, позволяющий избежать указанных недостатков и проводить расчеты долговечности элементов конструкций на стадии проектирования с минимальным объемом экспериментальных данных. На первом этапе расчета

---

Вопросы прочности и долговечности элементов  
авиационных конструкций. Куйбышев, 1990

---

определяются характеристики сопротивления усталостному разрушению элементов конструкций при гармоническом воздействии. Для решения этой задачи используется вероятностный метод расчета характеристик сопротивления усталости элементов конструкций /4/. Согласно этому методу соотношение между математическими ожиданиями пределов ограниченной выносливости детали и образца определяется:

$$K_{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\sigma}_{\max, g}}{\bar{\sigma}_{\max, o}} = 1 + 3,56 \cdot \nu_{\bar{\sigma}, o} \left\{ \frac{\int_{F_{u, o}} [f_o(x, y) - 1 + 3,56 \cdot \nu_{\bar{\sigma}, o}]^4 dF}{\int_{F_{u, g}} [f_g(x, y) - 1 + 3,56 \cdot \nu_{\bar{\sigma}, o}]^4 dF} \right\}^{1/4} - 1. \quad (I)$$

Здесь  $\bar{\sigma}_{\max, g}$ ,  $\bar{\sigma}_{\max, o}$  - математические ожидания пределов ограниченной выносливости детали и образца ( $\bar{\sigma}_{\max} = \bar{\sigma} \cdot \alpha_{\bar{\sigma}}$ ),  $f_g(x, y)$ ,  $f_o(x, y)$  - безразмерные функции координат, описывающие распределение первого главного напряжения по поперечному сечению детали и образца;  $F_{u, g}$ ,  $F_{u, o}$  - части площадей поперечных сечений, по которым происходит интегрирование;  $\nu_{\bar{\sigma}, o}$  - коэффициент вариации пределов ограниченной выносливости образцов материала. Величина  $\nu_{\bar{\sigma}, o}$  оценивается по зависимости, предложенной М.Н.Степновым /5/:

$$\nu_{\bar{\sigma}, o} = \frac{2,3 \cdot S_{\lg N}}{B} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{\max, o} - \bar{\sigma}_o^*}{\bar{\sigma}_{\max, o}}, \quad (2)$$

где  $S_{\lg N}$  - среднеквадратическое отклонение (СКО) логарифмов долговечности для конкретного уровня напряжений  $\bar{\sigma}_{\max, o}$ ;  $B$  - параметр уравнения кривой усталости;  $\bar{\sigma}_o^*$  - математическое ожидание предела выносливости.

Выражение (I) позволяет сделать комплексную оценку влияния масштабного фактора, концентрации напряжений и вида нагружения (изгиб, растяжение-сжатие и т.д.) на математическое ожидание пределов ограниченной выносливости элементов конструкций. Оценить расхождение пределов ограниченной выносливости рассчитываемой детали можно с помощью коэффициента вариации /4/:

$$\nu_{\bar{\sigma}, g} = \frac{3,56 \cdot \nu_{\bar{\sigma}, o} + K_{\bar{\sigma}} - 1}{3,56 \cdot K_{\bar{\sigma}}}. \quad (3)$$

Определяющим параметром уравнения (I) является интеграл  $J$ :

$$J = \int_{F_u} [f(x, y) - 1 + 3,56 \cdot \nu_{\bar{\sigma}, o}]^4 dF, \quad (4)$$

значения которого для простых по геометрии деталей и образцов вычис-

ляются аналитически (часть из них приведена в таблице), а для сложных элементов конструкций численными методами. Найдены также аналитические решения для деталей круглого поперечного сечения, работающих на изгиб, что позволяет исключить экспериментальные исследования материалов, которые предусматривает в данном случае теория С.В.Серенсена, В.П.Коталева /3/.

Последовательность оценки параметров уравнения кривой усталости элементов конструкций по данным испытаний лабораторных образцов следующая. Допустим, известна кривая усталости лабораторных образцов

$$\lg \bar{N} = C - B \lg (\bar{\sigma}_{max,0} - \bar{\sigma}_0^*) \quad (5)$$

и коэффициент  $K_{\sigma}$ , вычисленный по зависимости (1) при известных распределениях напряжений в рабочих сечениях образца и детали, а также коэффициенте вариации пределов ограниченной выносливости образцов  $\sqrt{v_{\sigma,0}}$ . В уравнении (5)  $C$  и  $B$  - параметры кривой усталости.

С учетом  $K_{\sigma}$  кривая усталости детали будет иметь вид

$$\lg \bar{N} = C_1 - B \lg (\bar{\sigma}_{max,g} - \bar{\sigma}_0^* K_{\sigma}), \quad (6)$$

где  $C_1 = C + B \lg K_{\sigma}$ .

Переходя к СКО напряжений  $S_{max}$ , запишем

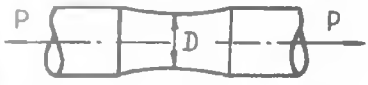
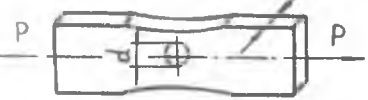
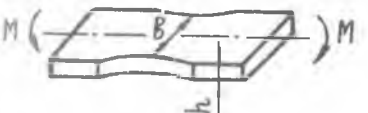
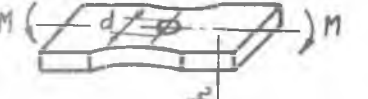
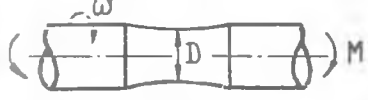
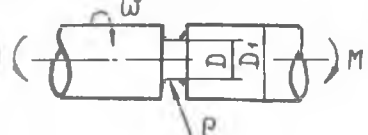
$$\lg \bar{N} = A_r - B \lg (\bar{S}_{max,g} - \bar{S}_0^* K_{\sigma}). \quad (7)$$

Здесь  $A_r = C_1 - B \lg \sqrt{2}$ ;  $\bar{S}_{max,g} = \bar{\sigma}_{max,g} / \sqrt{2}$ ;  $\bar{S}_0^* = \bar{\sigma}_0^* / \sqrt{2}$ .

Экспериментальное подтверждение полученных зависимостей (1, 3, 6, 7) получено с использованием данных авторов, а также советских и зарубежных исследователей М.Н.Степнова, Е.В.Григачева, М.Я.Гальперина, H. Nisltani, C. Massanet и др. При анализе их точности было использовано около 300 экспериментальных данных испытаний образцов и деталей машин из сталей, легких титановых и магниевых сплавов. В каждом расчетном случае вычислялась относительная ошибка определения математического ожидания пределов ограниченной выносливости

$S_{\sigma}$ , которые были объединены в один статистический ряд. Полученное распределение ошибки  $S_{\sigma}$  (рис.1) отвечает нормальному закону распределения случайной величины и имеет следующие статистические

формулы для определения интегралов  $J$

Эскиз детали	Интеграл $J$
<p>Растяжение-сжатие</p> 	$J = \pi D^2 (t_o \nu_{\epsilon,0})^4 / 4$ $t_o = 3,56$
<p>Растяжение-сжатие</p> 	$J = \frac{2h}{5\bar{G}} (t_o \nu_{\epsilon,0})^5$
<p>Плоский изгиб</p> 	$J = \frac{8h}{5} (t_o \nu_{\epsilon,0})^5$
<p>Плоский изгиб</p> 	$J = \frac{h}{15\bar{G}} (t_o \nu_{\epsilon,0})^6$
<p>Изгиб с вращением</p> 	$J = \frac{\pi D^2}{60} (6 - t_o \nu_{\epsilon,0}) (t_o \nu_{\epsilon,0})^5$
<p>Изгиб с вращением</p> 	$J = \frac{\pi}{15\bar{G}} (3D - t_o \nu_{\epsilon,0} / \bar{G}) (t_o \nu_{\epsilon,0})^5$ <p>Данное выражение справедливо также для растяжения-сжатия</p>

Примечание.  $\bar{G}$  - относительный градиент напряжений вычисляется по рекомендации В.И. Логаева.

характеристики: математическое ожидание -  $S_{\sigma} = 0,46 \%$ ; СКО -  $S_s = 5,14 \%$ . Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что вероятность получения в результате расчета ошибки менее 10 % равна 0,98. Таким образом, погрешность предлагаемого метода не превышает погрешности экспериментальной оценки математических ожиданий пределов ограниченной выносливости, полученной в ходе стандартных испытаний на усталость деталей машин.

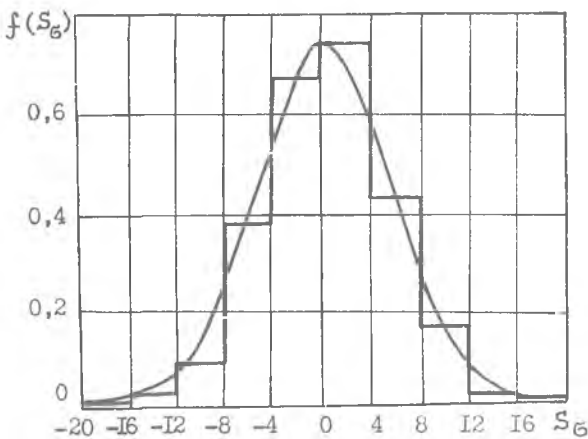


Рис. I

На втором этапе решается задача по оценке характеристик сопротивления усталости элемента конструкции в условиях случайного нагружения. Основой для этого служит кривая усталости детали (7).

В качестве характеристического параметра, отражающего структуру случайного процесса нагружения, принята безразмерная функция  $G$ :

$$G = \frac{S_{ms}}{S_m} \cdot \frac{n_s}{n} \cdot \Pi, \quad (8)$$

где  $S_{ms}$  - среднеквадратическое значение (СКО) повреждающих максимумов (повреждающими становятся максимумы, лежащие выше уровня СКО напряжений процесса нагружения);  $S_m$  - СКО положительных максимумов;  $n_s, n$  - среднее число повреждающих и положительных максимумов в единицу времени;  $\Pi = \sigma_{\max}^* / S_{\max}$  - пик-фактор;  $\sigma_{\max}^*$  - максимальный выброс случайного процесса.

Анализ характеристик сопротивления усталости при гармоническом и случайных процессах нагружения различной структуры в плоскости  $S - G$ , где каждому процессу соответствует конкретное значение характеристического параметра  $G_i$ , позволил получить пучок лучей, сходящихся в точку с координатами  $G_0, S_0^*$  (рис.2). Каждый луч на рис.2 характеризует определенную долговечность.

На основании этого получено обобщенное уравнение кривых усталости в зависимости от структуры процесса нагружения /6/:

$$\lg N_{oi} = A_r - B \lg \left[ \frac{G_0 - G_r}{G_0 - G_i} (\bar{S}_{max} - \bar{S}_0^*) \right]. \quad (9)$$

Здесь  $G_r = \sqrt{2}$  - параметр структуры гармонического процесса нагружения;  $G_i$  - параметр структуры случайного процесса нагружения;  $G_0$  - координата полуса (см.рис.2). Зависимость (9) подтверждена результатами испытаний различных легких сплавов, стали и композиционных материалов.

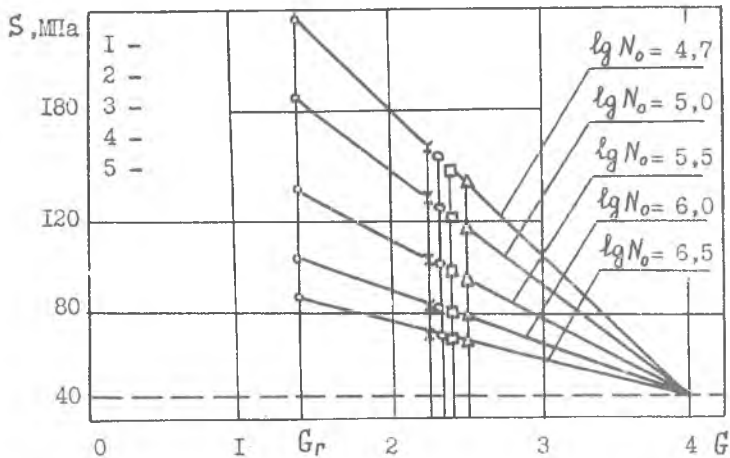
С учетом асимметрии процесса нагружения /7/, величины рассеяния пределов ограниченной выносливости (3), конструктивных факторов и вида нагружения (I), а также структуры процесса нагружения (9) долговечность детали с заданной вероятностью разрушения определится так:

$$\lg N_{oi} = A_r - B \lg \left\{ \frac{G_0 - G_r}{G_0 - G_i} \left[ \frac{Q_i (1 + \psi_s \mu)}{Q_i \pm t_{q,k}} \right]_{S_{max,q}} S_{max,q} - \bar{S}_0^* K_S \right\}. \quad (10)$$

где  $\psi_s$  - коэффициент чувствительности материала к асимметрии нагружения;  $\mu = G_{m,max} / S_{max,q}$  - коэффициент асимметрии нагружения;  $G_{m,max}$  - математическое ожидание процесса нагружения;  $t_{q,k}$  - квантиль распределения, соответствующий заданной вероятности разрушения;  $Q_i = \left\{ (G_0 - G_r) / (G_0 - G_i) \right\}^{B/2}$ .

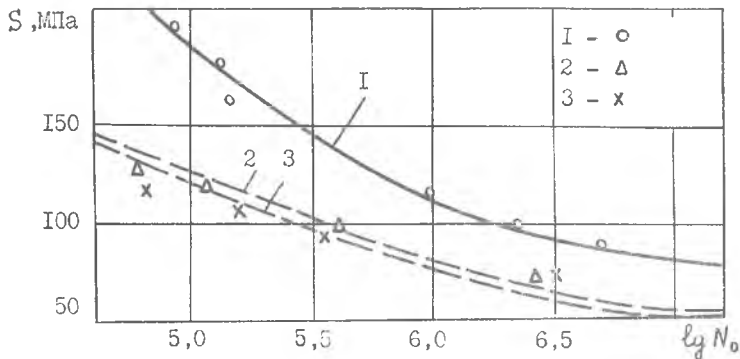
В качестве примера использования предложенного метода на рис.3 приведены результаты расчета (штриховые линии) и данные испытаний (отдельные точки на графиках) образцов из сплава 01420. Исходной при расчете образцов с концентраторами напряжений при случайном нагружении служила кривая усталости гладких образцов при гармоническом нагружении (сплошная линия).

Предлагаемый метод позволяет определить предельное состояние детали в условиях случайного динамического воздействия. Расчетные зависимости дают возможность существенно уменьшить объем экспериментальных исследований, т.к. не требуется оценивать чувствитель-



1 - гармоническое нагружение ( $G_r = 1,41$ ); 2 -  $G_i = 2,53$ ;  
 3 -  $G_i = 2,39$ ; 4 -  $G_i = 2,33$ ; 5 -  $G_i = 2,27$

Рис. 2



1 -  $\alpha_G = 1,0$ , гармоническое нагружение ( $G_r = 1,41$ );  
 2 -  $\alpha_G = 1,86$ ;  $G_i = 2,53$ ; 3 -  $\alpha_G = 2,2$ ,  $G_i = 2,53$

Рис. 3

ность материала к концентрации напряжений к масштабному фактору, избежать погрешности вычислений, связанных с использованием гипотез суммирования усталостных повреждений.

Библиографический список

1. Weibull W.A. *Statistical theory of the strength of materials.* - Proc. Royal Swedish Institute for Engineering Research, Stockholm, 1939, N 151, p. 5-48.

2. Афанасьев Н.Н. Статистическая теория усталостной прочности материалов. Киев: Из-во АН УССР, 1953. 105 с.

3. Кобаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени. М.: Машиностроение, 1977. 232 с.

4. Вероятностный метод расчета характеристик сопротивления усталости элементов конструкций при случайном нагружении / И.И.Гриненко, И.Г.Завалич, С.А.Меньшиков, Л.А.Шефер // Проблемы прочности. 1987. № 9. С. 50-54.

5. Степнов М.Н., Гиацинтов Е.В. Усталость легких конструктивных сплавов: М.: Машиностроение, 1973. 318 с.

6. Завалич И.Г., Шефер Л.А. Прогнозирование усталостной долговечности на основе характеристических параметров процессов нагружения // Проблемы прочности. 1982. № 10. С.25-30.

7. Гриненко И.И., Завалич И.Г., Шефер Л.А. Влияние асимметрии процессов на долговечность при гармоническом и случайном нагружении // Проблемы прочности. 1985. № 5. С. 74-77.