

УДК 629.7.015.4:539.4

В.И.Леонов

РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, НАГРУЖЕННОЙ  
ЛОКАЛЬНО ЧЕРЕЗ КРУГЛЫЙ ЖЕСТКИЙ КРОНШТЕЙН И  
ПОДКРЕПЛЕННОЙ КОЛЬЦЕВОЙ НАКЛАДКОЙ

Рассматривается цилиндрическая оболочка, нагруженная через круглый жесткий кронштейн нормальной к ее срединной поверхности силой, а также изгибающим моментом относительно образующей. Вокруг кронштейна оболочка подкреплена кольцевой накладкой. Исследуется влияние геометрических параметров подкрепления на напряженное состояние системы.

Вопросам передачи локальных нагрузок на пологую цилиндрическую оболочку через круглый жесткий кронштейн посвящен ряд работ [1,2]. Как показывают эти работы, в оболочке по линии спая с кронштейном возникают высокие напряжения. Для их снижения оболочку вокруг кронштейна подкрепляют кольцевой накладкой, толщина которой больше толщины оболочки. Исследованию напряженного состояния такой системы и посвящена настоящая работа (рис.1). Оболочка и накладка рассматриваются как пологие цилиндрические оболочки в полярной на развертке цилиндра системе координат. Полагаем, что накладка спаяна с оболочкой по всей поверхности их контакта. Пренебрегая скруглением, приходим к расчетной схеме в виде оболочки ступенчато-переменной толщины (рис.2). Подкрепляющая накладка может быть по-разному расположена относительно срединной поверхности оболочки. Рассматриваются 3 частных случая: когда у оболочки и подкрепляющей накладки совпадают срединные поверхности (схема а на рис.2) и когда у них совпадают наружные (схема б) или внутренние (схема в) поверхности. Будем в дальнейшем называть их для краткости симметричным, внутренним и наружным подкреплением.

Систему уравнений теории пологой цилиндрической оболочки введением комплексной функции  $F = W + i\phi$  можно свести, как известно, к одному дифференциальному уравнению четвертого порядка:

$$\nabla^2 \nabla^2 F + 8i\omega^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = \frac{r_0^4}{D} q_n, \quad (1)$$

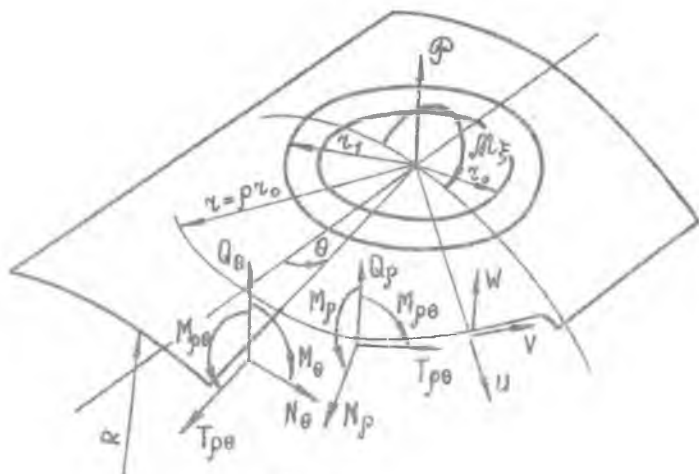


Рис. 1

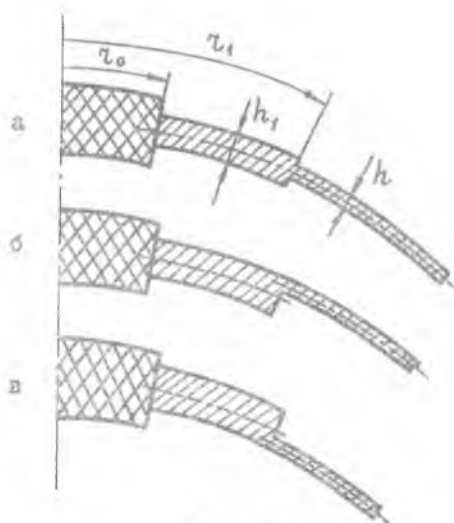


Рис. 2

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \frac{r_0}{\sqrt{Rh}}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

Фундаментальные решения дифференциального уравнения (I), соответствующие действию в начале координат сосредоточенной силы  $\mathcal{P}$  и момента  $\mathcal{M}_\xi$ , для которых внутренние усилия являются убывающими по мере роста аргумента, согласно /I/ имеют вид

$$F(\rho, \theta) = -\frac{16i\omega^3\lambda}{\pi E \alpha r_0} \mathcal{P} \sum_{\nu=0,2}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \ell_\nu i^\nu {}_k \bar{D}_{k\nu}(z) \cos \nu \theta, \quad (2)$$

$$F(\rho, \theta) = -(1-i) \frac{16\omega^3\lambda}{\pi E \alpha r_0} \mathcal{M}_\xi \sum_{\nu=1,3}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} i^{\nu-1} \bar{D}_{k\nu}(z) \sin \nu \theta, \quad (3)$$

где

$$\bar{D}_{k\nu}(z) = \Pi_k(z) [\mathcal{J}_{k-\nu}(z) + \mathcal{J}_{k+\nu}(z)]$$

$$\Pi_k(z) = P_k(z) - \frac{i\pi}{2} \mathcal{Y}_k(z),$$

$$P_k(z) = \left. \frac{\partial \mathcal{J}_\mu(z)}{\partial \mu} \right|_{\mu=k}, \quad z = x\sqrt{2i}, \quad x = \omega\rho, \quad \lambda = \frac{R}{h}, \quad \alpha = \frac{r_0}{R}, \quad \rho = \frac{r}{r_0}.$$

Здесь  $r_0$  - характерный линейный размер (радиус кронштейна);  $\mathcal{J}_k(z)$  - функция Бесселя первого рода;  $\ell_\nu = 0,5$  при  $\nu = 0$  и  $\ell_\nu = 1$  при  $\nu \neq 0$ .

Решение однородного дифференциального уравнения (I) для напряженного состояния, симметричного относительно осей  $\xi$  и  $\eta$ , соответствующее действию силы  $\mathcal{P}$ , в работе /3/ приведено к виду:

$$F(\rho, \theta) = \sum_{\nu=0,2}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \ell_\nu i^\nu [A_n H_n^{(1)}(z) + B_n \mathcal{J}_n(z)] [\mathcal{J}_{k-\nu}(z) + \mathcal{J}_{k+\nu}(z)] \cos \nu \theta. \quad (4)$$

Здесь  $H_n^{(1)}(z)$  - первая функция Ганкеля,  $A_n = a_n + i b_n$ ,  $B_n = c_n + i d_n$  - комплексные произвольные постоянные, подлежащие отысканию из граничных условий.

При действии на кронштейн силы  $\mathcal{P}$  граничные условия запишутся при  $r = r_0$   $w^{(1)} + a = b$ ,  $u^{(1)} - \frac{1}{2} \alpha a (1 - \cos 2\theta) = -\frac{1}{2} \alpha b (1 - \cos 2\theta)$ ,

$$\frac{\partial w^{(4)}}{\partial r} = 0, \quad v^{(4)} - \frac{1}{2} \alpha a \sin 2\theta = -\frac{1}{2} \alpha b \sin 2\theta;$$

при  $r = r_1, \quad w = w^{(4)} + a, \quad \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial w^{(4)}}{\partial r},$

$$u = u^{(4)} - \delta \frac{h_1 - h}{2} \frac{\partial w^{(4)}}{\partial r} - \frac{\alpha r_1}{2r_0} a (1 - \cos 2\theta),$$

$$v = v^{(4)} - \delta \frac{h_1 - h}{2r_1} \frac{\partial w^{(4)}}{\partial \theta} - \frac{\alpha r_1}{2r_0} a \sin 2\theta,$$

$$N_p = N_p^{(4)}, \quad M_p = M_p^{(4)} - \delta \frac{h_1 - h}{2} N_p^{(4)},$$

$$T_{p\theta} = T_{p\theta}^{(4)}, \quad Q_p^* = Q_p^{*(4)} - \delta \frac{h_1 - h}{2r_1} \frac{\partial T_{p\theta}^{(4)}}{\partial \theta}, \quad (5)$$

где  $a$  и  $b$  - жесткие смещения накладки и кронштейна относительно оболочки по нормали к срединной поверхности в начале координат.

Коэффициент  $\delta = 0$  для симметричного подкрепления (рис.2 а),  $\delta = 1$  для внутреннего подкрепления (рис.2 б) и  $\delta = -1$  для наружного.

Перемещения и усиления для накладки обозначаются индексом I сверху и включают в себя сумму решений (2) и (4). Для оболочки в аналогичную сумму входят только убывающая часть решения (4).

Аналогичным образом записываются граничные условия и при действии момента  $M_\xi$ .

Для решения данных задач была составлена программа на алгоритмическом языке ФОРТРАН. На рис.3 - 5 представлены результаты расчетов, соответствующие действию на кронштейн нормальной силы  $P^0$ . Здесь напряжения отнесены к  $G_0 = \frac{\varphi}{h^2}$ . На рис.3 показано влияние вида и относительной толщины подкрепления на наибольшие эквивалентные напряжения, подсчитанные по четвертой теории прочности, возникающие в оболочке по линии стыка с накладкой и в накладке (по линии стыка с кронштейном) для значений параметров  $\omega = 0,5$  и  $r_1/r_0 = 2$ . Результаты вычислений показывают, что влияние вида подкрепления на наибольшие напряжения является незначительным. Влияние относительной толщины накладки при симметричном подкреплении на наибольшие эквивалентные напряжения в оболочке и в накладке для различных значений параметра  $\omega$  и при  $r_1/r_0 = 2$  показано на рис.4. С ростом относительной толщины напряжения в накладке падают, а в оболочке возраст-

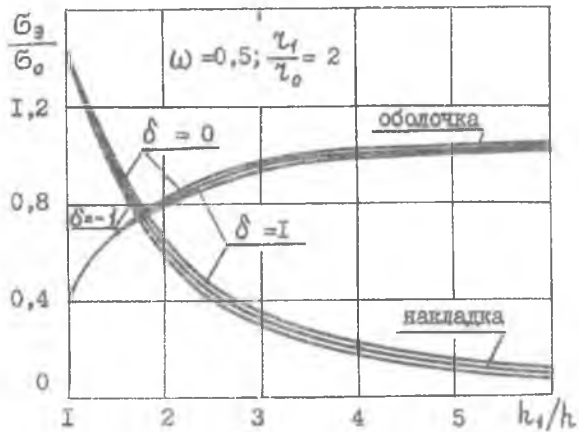


Рис. 3

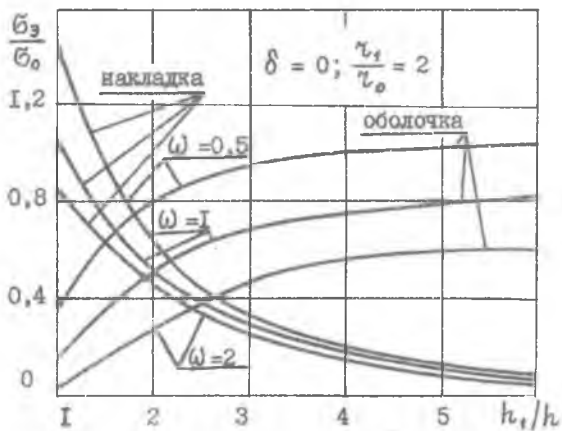


Рис. 4

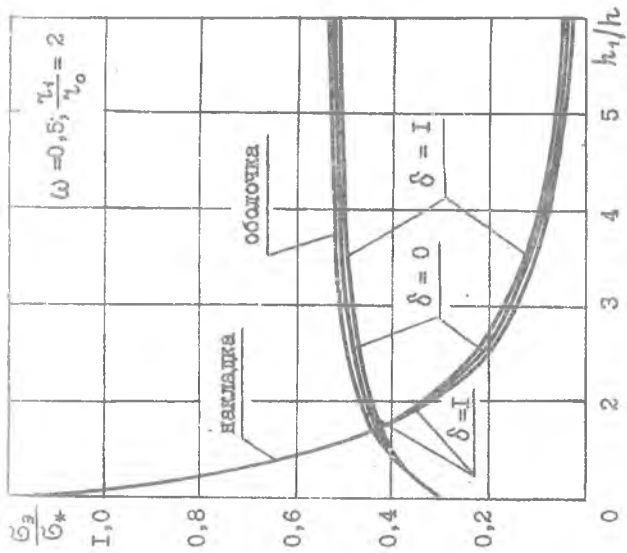


Рис. 6

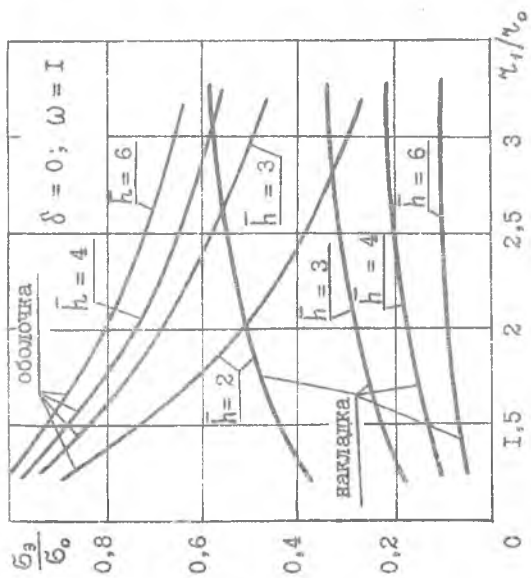


Рис. 5

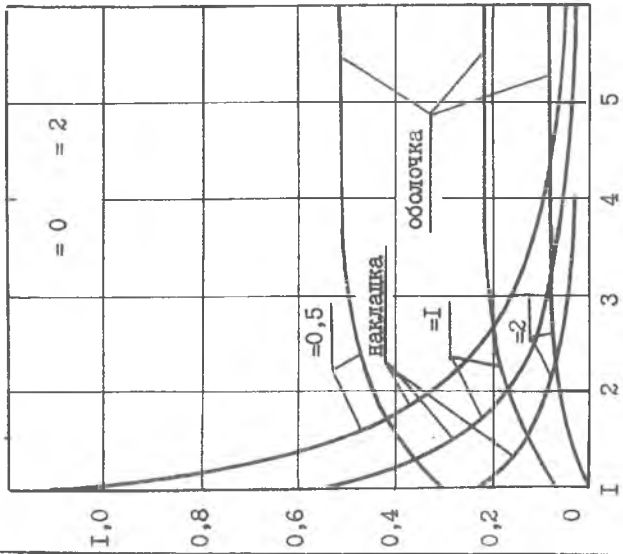


Рис. 7

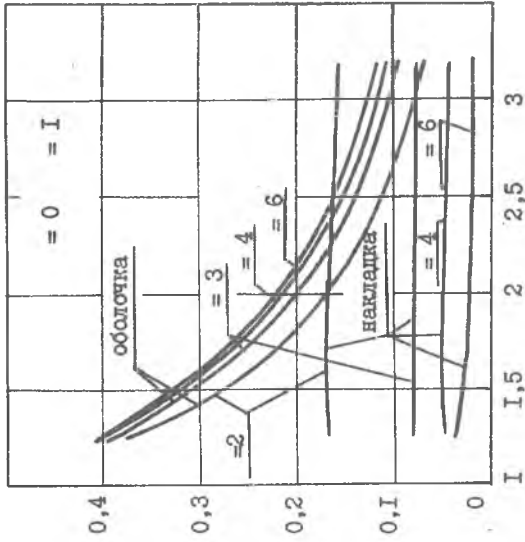


Рис. 8

шт. На рис.5 представлено влияние относительной ширины накладки  $\nu = \frac{h_1}{h}$  на значения наибольших напряжений в системе для значения параметра  $\omega = 1$ .

Аналогичные результаты приведены на рис.6 - 8 для случая действия на кронштейн изгибающего момента  $M_{\xi}$ . На этих графиках напряжения отнесены к  $\sigma_* = \frac{\mu \xi}{h^2 \sqrt{Rh}}$ . При действии изгибающего момента  $M_{\xi}$  вид подкрепления сравнительно слабо влияет на наибольшие напряжения в системе.

### Библиографический список

1. Леонов В.И., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Передача локальных воздействий на цилиндрическую оболочку // Механика деформируемого ортого тела: Межвуз.сб./Куйбышев. гос. ун-т. Куйбышев, 1976, вып.2. 134-140.
2. Леонов В.И. К вопросу о расчете цилиндрической оболочки на действие локальных нагрузок // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Межвуз.сб. / Куйбышев. авиац.ин-т. Куйбышев, 1979, вып. 5. С. 64-71.
3. Хазанов Х.С. К расчету цилиндрических оболочек с круглыми неростями // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций: науч.тр. / Куйбышев.авиацион.ин-т. Куйбышев, 1967, вып. 29. 3-17.

539.3

..Келугин

### ПОСТРОЕНИЮ МАТРИЦ ЖЕСТКОСТИ ЛИНЕЙНОМ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОМ АНАЛИЗЕ

Рассматривается метод построения матриц жесткости в нелинейном конечноэлементном анализе. Показано, что применение традиционного подхода приводит к необходимости вычислять линейную и нелинейную составляющие матрицы жесткости с помощью раз-

---

Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций. Куйбышев, 1990