I0. Bathe K.-J., Wilson E.L. Numerical methods in finite element analysis.- New York.: Prentice-Hall, 1976, 544p.

УДК 539.3I9:620. I7-43.I

И.В.Григорьева

ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВАЛА ИЗ СТАЛИ 45ХНМФА-Ш

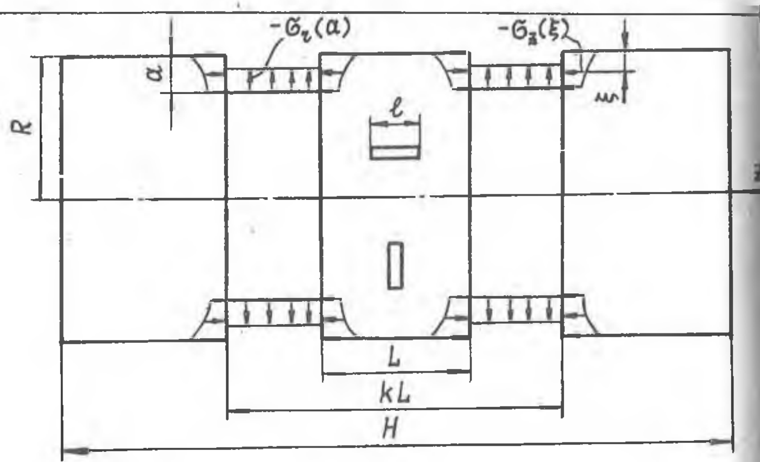
Вал из стали 45ХНМФА-Ш диаметром 48 мм и длиной 500 мм подвергался термообработке, шлифованию, раскатке, старению, заневоливанию кручением, обкатке и вновь заневоливанию по заводской технологии.

Для определения остаточных напряжений в тонком поверхностном слое вала был использован метод мелких кольцевых канавок.

Удаление слоев вала проводили на токарном станке. Каждый слой, толщиной 0,2 мм, удаляли за несколько проходов. Канавки имели следующие размеры: L = 30 мм, k = 2 (рис.I).

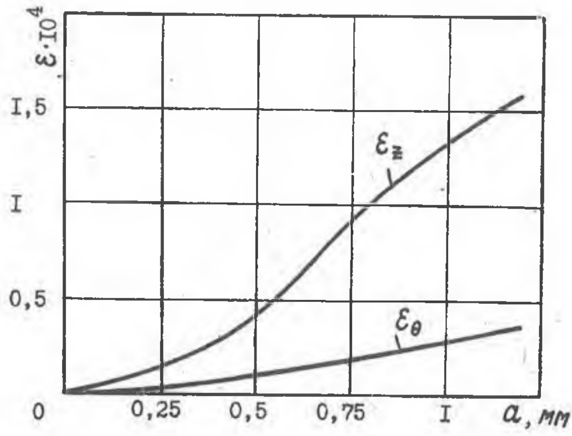
Для измерения деформаций на перемычку между канавками наклеивали в окружном и осевом направлениях по два фольговых тензорезистора с базой ℓ = I0 мм, расположенных в диаметрально противоположных точках. Тензометры подключали к тензостанции ВСТ-4. Измерения проводили после полного остывания вала. Применяли пятикратную регистрацию, рассеивание практически отсутствовало, разница показаний дублирующих тензометров была в пределах I деления шкалы, что свидетельствует о достоверности результатов измерений. Для измерения глубины канавки применяли индикаторную головку часового типа. На рис.2 изображены результаты измерения деформаций.

Найдем зависимость между измеренными деформациями и остаточными напряжениями детали. На рис.I изображено нагружение, эквивалентное нанесению канавок. На дне канавок действует радиальное остаточное напряжение, на боковых сторонах – осевое остаточное напряжение, взятые с обратным знаком. На перемычке между канавками показаны окружной и осевой тензорезисторы с базой ℓ .



$-\sigma_r(a)$
$-\sigma_z(\xi)$
a
R
ℓ
L
kL
H

Рис. I



$\varepsilon \cdot 10^4$
I,5
I
0,5
0
0,25
0,5
0,75
I
a, мм
ε_z
ε_θ

Рис. 2

При малой глубине канавок ($a \ll R$) в качестве расчетной схемы можно рассматривать цилиндр без канавок, нагруженный как показано на рис.3. В соответствии с силами, показанными на рис.I:

$$P = -\int_0^a \sigma_z(\xi)\, d\xi,$$

$$q = -\sigma_r(a) \approx \frac{1}{R}\int_0^a \sigma_\theta(\xi)\, d\xi. \qquad (I)$$

Для дополнительных напряжений, вызванных эквивалентным нагружением (рис.3), воспользуемся общим решением осесимметричной задачи теории упругости для сплошного цилиндра /I/:

$$\sigma_{r\partial} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[-a_n\left(i_{n0} - \frac{i_{n1}}{\rho x_n}\right) - b_n\left((1-2\mu)i_{n0} + \rho x_n i_{n1}\right)\right]\cos(2n-1)S,$$

$$\sigma_{\theta\partial} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[-a_n \frac{i_{n1}}{\rho x_n} - b_n(1-2\mu)\, i_{n0}\right]\cos(2n-1)S,$$

$$\sigma_{z\partial} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n i_{n0} + b_n\left(2(2-\mu)i_{n0} + \rho x_n i_{n1}\right)\right]\cos(2n-1)S,$$

$$\tau_{rz\partial} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n i_{n1} + b_n\left(2(1-\mu)i_{n1} + \rho x_n i_{n0}\right)\right]\sin(2n-1)S. \qquad (2)$$

В этих формулах приняты следующие обозначения:

$$i_{np} = \frac{I_p(\lambda_n r)}{I_0(\lambda_n R)} = \frac{I_p(\rho x_n)}{I_0(x_n)}, \qquad p = 0; 1,$$

где I_p - модифицированная функция Бесселя:

$$\lambda_n = (2n-1)\frac{\pi}{H}, \quad \rho = \frac{r}{R}, \quad x_n = \lambda_n R = \frac{2n-1}{h},$$

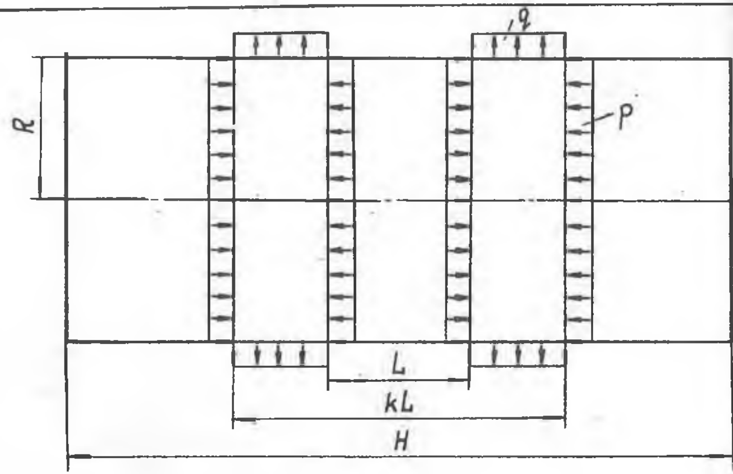
$$h = \frac{H}{\pi R}, \qquad S = \pi\frac{z}{H}.$$

Условие отсутствия нагрузок на торцах цилиндра $(z = \pm\frac{H}{2})$ для $\sigma_{z\partial}$ выполняется точно, для $\tau_{rz\partial}$ - в духе Сен-Венана.

Окончательные формулы для искомых остаточных напряжений имеют вид

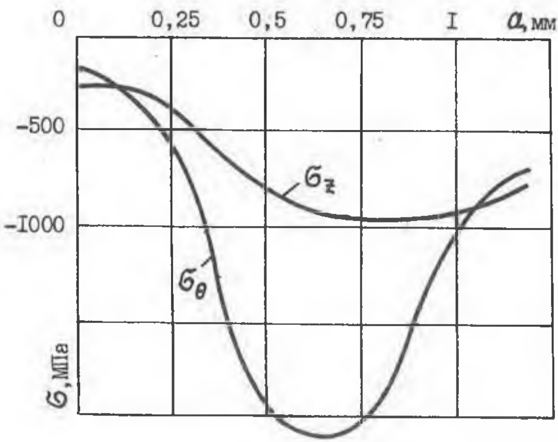
$$\sigma_\theta(a) = \frac{ER}{A_2B_1 - A_1B_2}\left(A_2\frac{d\dot{\varepsilon}_\theta}{da} - A_1\frac{d\bar{\varepsilon}_z}{da}\right),$$

$$\sigma_z(a) = \frac{E}{A_2B_1 - A_1B_2}\left(B_2\frac{d\dot{\varepsilon}_\theta}{da} - B_1\frac{d\bar{\varepsilon}_z}{da}\right). \qquad (3)$$



q
R
P
L
kL
H

Рис. 3



0
0,25
0,5
0,75
I
a, мм
-500
-I000
σ_z
σ_θ
σ, МПа

Рис. 4

Здесь коэффициенты A_i , B_i определяются по формулам

$$A_1=\frac{2\pi}{H}\left[f_1''(s_2)-f_1''(s_1)-\mu\left(f_2''(s_2)-f_2''(s_1)\right)\right],$$

$$B_1=2\left[g_1'(s_1)-g_1'(s_2)-\mu\left(g_2'(s_1)-g_2'(s_2)\right)\right],$$

$$A_2=\frac{2\pi}{\delta H}\left[f_2'\left(s_1-\frac{\delta}{2}\right)-f_2'\left(s_1+\frac{\delta}{2}\right)+f_2'\left(s_2+\frac{\delta}{2}\right)-f_2'\left(s_2-\frac{\delta}{2}\right)-\right.$$
$$\left.-\mu\left(f_1'\left(s_1-\frac{\delta}{2}\right)-f_1'\left(s_1+\frac{\delta}{2}\right)+f_1'\left(s_2+\frac{\delta}{2}\right)-f_1'\left(s_2-\frac{\delta}{2}\right)\right)\right],$$

$$B_2=\frac{2}{\delta}\left[g_2\left(s_1+\frac{\delta}{2}\right)-g_2\left(s_1-\frac{\delta}{2}\right)-g_2\left(s_2+\frac{\delta}{2}\right)+g_2\left(s_2-\frac{\delta}{2}\right)-\right.$$
$$\left.-\mu\left(g_1\left(s_1+\frac{\delta}{2}\right)-g_1\left(s_1-\frac{\delta}{2}\right)-g_1\left(s_2+\frac{\delta}{2}\right)+g_2\left(s_2-\frac{\delta}{2}\right)\right)\right]. \quad (4)$$

Функции $f_i(x)$, $g_i(x)$ определяются в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} f_1'(x) \\ f_2'(x) \end{bmatrix}=\frac{2}{\pi}\left\{\begin{bmatrix} 2\mu \\ 2 \end{bmatrix}\frac{1}{2}\ln\operatorname{ctg}\frac{x}{2}+\begin{bmatrix} 1-4\mu^2 \\ 1-2\mu \end{bmatrix}h\frac{\pi}{4}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\left(P_{n2}P_{n1}^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 2\mu\frac{1-4\mu^2}{x_n} \\ 2\frac{1-2\mu}{x_n} \end{bmatrix}\right)\frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}\right\},$$

$$\begin{bmatrix} f_1''(x) \\ f_2''(x) \end{bmatrix}=\frac{2}{\pi}\left\{-\begin{bmatrix} 2\mu \\ 2 \end{bmatrix}\frac{1}{2\sin x}\begin{bmatrix} 1-4\mu^2 \\ 1-2\mu \end{bmatrix}h\frac{\pi}{4}-\sum_{n=1}^{\infty}\left(P_{n2}P_{n1}^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 2\mu\frac{1-4\mu^2}{x_n} \\ 2\frac{1-2\mu}{x_n} \end{bmatrix}\right)\sin(2n-1)x\right\},$$

$$\begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \end{bmatrix}=\frac{2}{\pi}\left\{\begin{bmatrix} 2\mu \\ 1 \end{bmatrix}\frac{\pi}{4}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\left(P_{n2}P_{n1}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 2\mu \\ 1 \end{bmatrix}\right)\frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}\right\},$$

$$\begin{bmatrix} g_1'(x) \\ g_2'(x) \end{bmatrix}=\frac{2}{\pi}\left\{-\begin{bmatrix} 2\mu \\ 1 \end{bmatrix}\frac{\pi}{4}-\sum_{n=1}^{\infty}\left(P_{n2}P_{n1}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 2\mu \\ 1 \end{bmatrix}\right)\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}\right\}. \quad (5)$$

По формулам (4), (5) при H = 160 мм были вычислены на ЭВМ коэффициенты A_i , B_i . Они оказались следующими: A_1 = -0,01004 ,

$B_1 = 0,01903$, $A_2 = -0,01872$, $B_2 = -0,24863$. Остаточные напряжения в поверхностном слое торсионного вала, подсчитанные по формулам (3), показаны на рис.4. Как и следовало ожидать, напряжения в поверхностном слое являются сжимающими. Спад напряжений к поверхности объясняется релаксацией в результате заневоливания кручением.

Литература

I. Лурье А.И. Теория упругости. - М.: Наука, 1970.

УДК 620.I.08

Р.А.Михеев

ПОГРЕШНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ВСЛЕДСТВИЕ НЕТОЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ

Величины компонентов напряжений и деформаций поверхностного слоя испытываемого объекта, определенные в эксперименте по показаниям тензорезисторов, содержат погрешности различной природы /2/. Одним из их источников является измерительная система. Возникают также погрешности вследствие неточного определения упругих постоянных материала исследуемой конструкции. Целью данной статьи является рассмотрение еще одной разновидности погрешностей, вызванных неточной ориентировкой тензорезисторов.

Как известно, например /2/, искомые компоненты деформации (ε_x, ε_y, ε_{xy}) или напряжений (σ_x, σ_y, τ_{xy}) на заданных площадках определяются по деформациям, измеренным тензорезисторами, из соотношений, имеющих вид:

$$\mathcal{E} = \sum_i K_i \varepsilon_i , \qquad (I)$$

где $\mathcal{E}$ - искомый компонент (ε или σ); ε_i - результат измерений одним из тензорезисторов.

Коэффициенты K_i определяются углами φ_i между осью тензорезистора и некоторой осью, выбранной на объекте в зависимости от конкретной задачи эксперимента. Так, например, для определения