

демпфирование позволяет существенно снизить паразитные осцилляции, но не приводит к сильному размыванию волнового фронта.

Библиографический список

1. Muller R., Belytschko T. *Dispersion analysis of finite element semidiscretizations of the two-dimensional wave-equation* // Int. J. Numer. Meth. Eng. - 1982. 18, N1. P. 11-29.
2. Khang T., Rogers J. *Control of elastic plane wave dispersion in two-dimensional finite element meshes* // Comp. and Struct. - 1985. N6. P. 1145-1151.
3. Савельев Л.М. *Прямое интегрирование уравнений движения в методе конечных элементов* // Прочность и долговечность элементов конструкций летательных аппаратов: Межвуз. сб. Куйбышевск. авиац. ин-т. Куйбышев. 1984. С.37-44.

УДК 539.3

Б.А.Коновалов

ОСТАТОЧНАЯ ПРОЧНОСТЬ ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ
ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА
С МАКРОДЕФЕКТОМ В НАРУЖНОМ СЛОЕ

Рассматривается приближенный метод определения остаточной прочности трехслойной оболочки из композиционного материала с поперечной макротрещиной в наружном несущем слое.

Определение несущей способности конструкций из традиционных материалов обычно является не простой задачей. Для трехслойных оболочек из композиционных материалов с макродефектом решение этой задачи даже в «балочном» приближении весьма сложно.

Рассмотрим трехслойную оболочку с наружным и внутренним несущими слоями, выполненными из стеклопластика, в которых наполнитель

может быть принят жестким и хрупким на растяжение. В процессе эксплуатации таких конструкций одним из характерных случайных дефектов является одиночная макротрещина в несущем слое. Оценка влияния подобных дефектов на остаточную прочность трехслойных оболочек имеет большое значение для практики.

За расчетную схему оболочки принимается модель тонкостенной балки с недеформируемым контуром поперечного сечения. Концентрация напряжений в вершине трещины не учитывается. Влиянием краевого эффекта в области дефекта пренебрегаем и считаем оболочку безмоментной. Несущим элементом в растянутой зоне макротрещины является внутренний слой стеклопластика. Предполагается, что в остальной части растянутой зоны работают только несущие слои стеклопластика. В сжатой же области нагрузки воспринимаются всем композиционным пакетом. Принимается плоскостной закон распределения деформаций в поперечных сечениях конструкций.

При определении несущей способности оболочки с дефектом в поверхностном слое во всей растянутой области принимается минимальный секущий модуль стеклопластика E'_{min} , снятый с диаграммы деформаций и соответствующий разрушающему напряжению стеклопластика при растяжении σ_{max} .

Разрушение конструкции из стеклопластика с макродефектом носит хрупкий характер. В момент достижения предельного состояния в сечении с макродефектом напряжения сжатой зоны оболочки лежат в упругой области, так как модуль упругости композиции из-за жесткого наполнителя значительно больше минимального значения модуля стеклопластика.

Будем считать, что предельное состояние трехслойной оболочки с дефектом в поверхностном слое наступает тогда, когда в одной наиболее нагруженной точке внутреннего слоя в области трещины напряжения достигают разрушающих σ_{max} .

Отнесем поперечное сечение круговой цилиндрической оболочки к декартовым координатам yOz и введем текущий полярный угол φ , отсчитываемый по часовой стрелке от положительного направления оси Oz (рис.1). Обозначим радиус поперечного сечения оболочки через R , зону макродефекта во внешнем слое стеклопластика $2\beta_0$, при этом угол β_0 отсчитывается от отрицательного направления оси Oy . Положение нейтральной оси отмечаем координатой y_0 или соответствующим углом α_0 . Макродефект в оболочке ориентируем в слабейшем

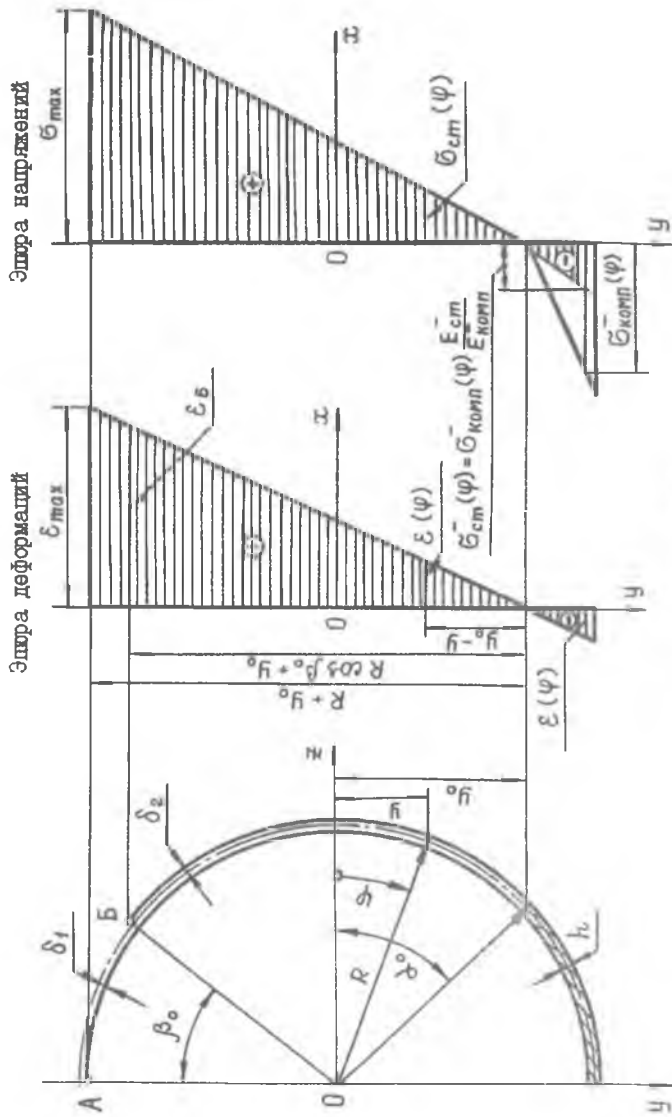


Рис. I

направлении по отношению к предполагаемым нагрузкам - изгибающему моменту и продольной силе (рис.1).

В момент разрушения оболочки в наиболее удаленной от нейтральной оси точке А (рис.1) деформация растяжения стеклопластика равна максимальной:

$$\varepsilon_A = \varepsilon_{max} = \frac{\sigma_{max}}{E'_{1min}} \quad (1)$$

При принятых допущениях деформации в сечении оболочки распределяются по закону:

$$\varepsilon(\varphi) = \varepsilon_{max} \frac{\sin \alpha_0 - \sin \varphi}{1 + \sin \alpha_0} \quad (2)$$

Получим выражения для осевой силы и изгибающего момента сечения трехслойной оболочки с макротрещиной в наружном слое. Осевая сила сечения оболочки равна

$$N = 2 \left(\int_{-\pi/2 + \beta_0}^{-\pi/2} E'_1 \varepsilon(\varphi) \delta_1 R d\varphi + \int_{-\pi/2 + \beta_0}^{\alpha_0} E'_1 \varepsilon(\varphi) (\delta_1 + \delta_2) R d\varphi + \int_{\alpha_0}^{\pi/2} E \varepsilon(\varphi) h R d\varphi \right) \quad (3)$$

Здесь E'_1 - секущий модуль упругости стеклопластика при растяжении; E - модуль упругости пакета композиции при сжатии; δ_1 - толщина внутреннего слоя стеклопластика; δ_2 - толщина наружного слоя стеклопластика; h - толщина пакета композиции.

Принимаем в запас прочности

$$E'_1 = E'_{1min} \quad (4)$$

Отношение погонных жесткостей сжатой и растянутой областей называем редуцированным коэффициентом:

$$\psi = \frac{Eh}{E'_{1min} (\delta_1 + \delta_2)} \quad (5)$$

Подставляя (2) в (3) с учетом (1), (4), (5), после интегрирования находим

$$N = \frac{2R(\delta_1 + \delta_2)\sigma_{max} \sin \alpha_0}{1 + \sin \alpha_0} \left[\frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \left(\beta_0 + \frac{\sin \beta_0}{\sin \alpha_0} \right) + \frac{\pi}{2} + \alpha_0 + \operatorname{ctg} \alpha_0 - \beta_0 - \frac{\sin \beta_0}{\sin \alpha_0} + \psi \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0 - \operatorname{ctg} \alpha_0 \right) \right] \quad (6)$$

где $\sigma_{max} = E'_{1min} \varepsilon_{max}$.

Изгибающий момент сечения оболочки относительно оси z равен

$$M = -2 \left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2} E'_1 \varepsilon(\varphi) \delta_1 R^2 \sin \varphi d\varphi + \int_{-\pi/2+\beta_0}^{\alpha_0} E'_1 \varepsilon(\varphi) (\delta_1 + \delta_2) R^2 \sin \varphi d\varphi + \int_{\alpha_0}^{\pi/2} E \varepsilon(\varphi) h R^2 \sin \varphi d\varphi \right) \quad (7)$$

В выражение (7) подставляем деформации (2). Принимая во внимание (1), (4), (5), после интегрирования определяем изгибающий момент сечения оболочки:

$$M = \frac{R^2 (\delta_1 + \delta_2) \sigma_{\max}}{2 (1 + \sin \alpha_0)} \left[\frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} (2\beta_0 + 4 \sin \alpha_0 \sin \beta_0 + \sin 2\beta_0) + \pi + 2(\alpha_0 - \beta_0) + \sin 2\alpha_0 - \sin 2\beta_0 - 4 \sin \alpha_0 \sin \beta_0 + \varphi (\pi - 2\alpha_0 - \sin 2\alpha_0) \right] \quad (8)$$

На основании полученных выражений (6) и (8) приближенно определяется несущая способность трехслойной оболочки с макродефектом во внешнем слое при совместном действии изгибающего момента и продольной силы.

Относительный размер дефекта удобно определять параметром

$$\bar{S}_{тр} = \frac{S_{тр}}{S},$$

где $S_{тр}$ - величина трещины во внешнем слое, S - периметр рассматриваемого сечения с дефектом.

Остаточную прочность трехслойной оболочки с трещиной в наружном слое оцениваем коэффициентом ξ :

$$\xi = \frac{M_{пред}}{M_{пред}^0},$$

где $M_{пред}$ - предельный изгибающий момент при поверхностной трещине $\bar{S}_{тр}$; $M_{пред}^0$ - разрушающий изгибающий момент при отсутствии дефекта.

Пример. Определим в качестве примера остаточную прочность сечения трехслойной оболочки с дефектами во внешнем слое, изменяющимися в пределах $0 \leq \bar{S}_{тр} \leq 0,2$ при действии изгибающего момента ($N \equiv 0$). Пусть: $R = 200$ мм, $\delta_1 = 3$ мм, $\delta_2 = 1,5$ мм, $h = 14,5$ мм, $\sigma_{\max} = 70$ МПа, $E'_{мин} = 1,2 \cdot 10^4$ МПа, $E = 4 \cdot 10^4$ МПа.

На основании выполненных на ЭВМ расчетов построен график $\xi = \xi(\bar{S}_{тр})$ (рис.2), который позволяет судить об изменении несущей способности.

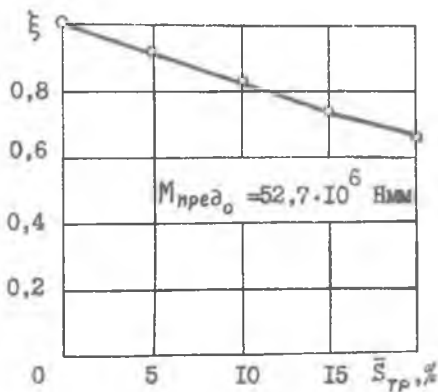


Рис. 2

щей способности оболочки в зависимости от величины дефекта. Расчетные данные сравнивались с экспериментальными, причем последние были на 10–15 % больше расчетных. Это дает возможность сделать заключение о том, что предполагаемый приближенный метод является достаточно эффективным для инженерных оценок остаточной прочности подобных конструкций на стадии проектирования.