

ном исходном состоянии $K_p = 2,4$. Видим, что влияние нелинейности существенно, и расчеты необходимо проводить с учетом геометрической нелинейности исходного состояния.

Библиографический список

1. Бегеев Т.К., Гришин В.И., Писарев В.С. Исследование НДС оболочек с отверстием МКЭ и голографической интерферометрии // Уч. зап. ЦАГИ, ХУ, 1984. № 6, С.85-96.
2. Пригоровский Н.И., Дверес Н.Н., Разумовский И.А., Филин А. Исследование напряжений в сложных пространственных конструкциях: Материалы VIII Всесоюзной конференции по методу фотоупругости / Таллин, 1979, т.3. С.212-219.
3. Фадеев В.Т. Идентификация модели конструкции на основе результатов статических испытаний // Пространственные конструкции в Красноярском крае. КПИ. Красноярск, 1986. С.73-82.
4. Писаренко Г.С., Шагдыр Т.Ш., Хивенен В.А. Экспериментальные численные методы определения концентрации напряжений // Проблемы прочности. 1983. № 8. С.3-6.
5. Кабанов В.В., Железнов Л.П. Алгоритм исследования нелинейного деформирования и устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек при неосесимметричном нагружении // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Межвуз. сб. Куйбышев. авиац. ин-т. Куйбышев, 1980. С.45-87.

УДК 539.4:534.1

Т.В.Гришанина, Ф.Н.Шклярчук

ОПТИМИЗАЦИЯ АЭРОУПРУГОЙ СИСТЕМЫ ПО УСЛОВИЯМ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассматриваются свободные колебания линейной аэроупругой системы с конечным числом степеней свободы. Комплексные собственные значения возмущенной системы, параметры которой мало отличаются

Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций. Куйбышев, 1990

ся по методу возмущений в первом и втором приближениях. Для повышения динамической устойчивости выбранные параметры системы изменяются в соответствии с градиентным методом наискорейшего спуска таким образом, чтобы на каждом шаге оптимизации параметров действительная часть рассматриваемого собственного значения получала максимальное отрицательное приращение. В качестве примера рассмотрена задача повышения запаса устойчивости по флаттеру цельноповоротного стабилизатора в сверхзвуковом потоке.

В связи с растущими требованиями к эффективности летательных аппаратов (ЛА) все более важными становятся динамические расчеты. При этом оптимизация конструкций ЛА как аэроупругих систем является сложным и трудоемким процессом. Наряду с проблемами, связанными непосредственно с методами оптимизации, возникают сложности, вызванные необходимостью проведения трудоемких расчетов. На каждом шаге оптимизации приходится производить полный динамический расчет модифицированной системы, хотя характеризующие ее параметры незначительно отличаются от параметров базовой системы (системы на предыдущем этапе оптимизации или на начальном этапе оптимизации).

В таком случае для расчета динамических характеристик модифицированных конструкций целесообразно использовать метод возмущений. При этом динамические характеристики базовой системы (конструкции) считаются известными /1,2/.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка для свободных аэроупругих колебаний базовой системы с N степенями свободы /3/:

$$A \dot{z} + G z = 0, \quad (1)$$

где z - вектор фазовых координат (обобщенных скоростей и перемещений) порядка $2N$; A и G - действительные матрицы коэффициентов.

Полагая $z = V e^{\lambda t}$, из (1) получаем

$$[\lambda A + G] V = 0. \quad (2)$$

Из этого уравнения, а также ему сопряженного $[\bar{\lambda} A^T + G^T] W = 0$ определяются соответствующие им собственные значения и векторы λ_n .

V_n и $\bar{\lambda}_m, W_m$ ($n, m = 1, 2, \dots, 2N$).

При этом выполняются условия биортогональности /3/:

$$W_n^* A V_m = 0 \quad \text{и} \quad W_n^* G V_m = 0 \quad \text{при} \quad m \neq n, \quad (3)$$

где принято следующее обозначение: $W^* = \bar{W}^T$.

Собственные значения и векторы возмущений (модифицированной) системы определяются из уравнения

$$[\lambda (A + \varepsilon \alpha) + (G + \varepsilon G)] z = 0, \quad (4)$$

где α и G - матрицы, учитывающие приращения возмущающих сил и изменения параметров конструкции; ε - малый параметр. Решение уравнения (4) записывается по методу возмущений в виде

$$\begin{aligned} z &= z^{(0)} + \varepsilon z^{(1)} + \varepsilon^2 z^{(2)} + \dots, \\ \lambda &= \lambda^{(0)} + \varepsilon \lambda^{(1)} + \varepsilon^2 \lambda^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

В качестве опорного примем одно из решений λ_k, V_k базовой системы (1), исходя из условий: а) либо форма колебаний V_k соответствует неустойчивому состоянию системы; б) либо по данной форме необходимо увеличить запас устойчивости. Таким образом, нулевое приближение примет вид: $\lambda^{(0)} = \lambda_k, z^{(0)} = V_k$. Формулы для $\lambda^{(1)}, z^{(1)}$ и $\lambda^{(2)}, z^{(2)}$ по методу возмущений получены в /3/ в зависимости от α и G .

Для повышения динамической устойчивости варьируемые параметры системы изменяются в малых пределах в соответствии с градиентным методом наискорейшего спуска /4/ таким образом, чтобы на каждом шаге оптимизации параметров действительная часть рассматриваемого собственного значения, по которому необходимо повысить запас устойчивости получила максимальное приращение. Процедура расчетов с использованием полученных формул метода возмущений повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто заданное (оптимальное) значение запаса устойчивости по данному корню.

В качестве целевой функции берется приращение действительной части собственного значения $Re(\lambda - \lambda^{(0)})$, которое определяется по формулам первого и второго приближений метода возмущений /3/. При этом результаты, полученные по формулам второго приближения, исполь-

пуются для проверки правильности выбора шага оптимизации, т.е. приращений варьируемых параметров. Если $|\lambda^{(2)}/\lambda^{(1)}| \ll 1$, то выбираемые величины обеспечивают достаточную точность проводимых расчетов.

В качестве примера рассмотрим задачу повышения запаса устойчивости по флаттеру в сверхзвуковом потоке цельноповоротного монолитного стабилизатора с углом стреловидности по передней кромке $\chi^\circ = 45^\circ$ путем оптимального изменения координат груза x_r, z_r (рис. I).

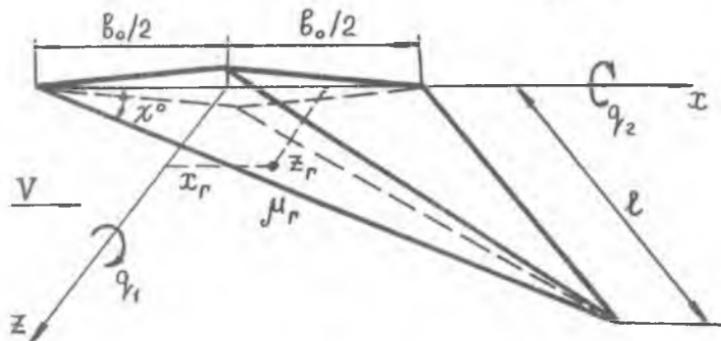


Рис. I

Уравнения свободных колебаний стабилизатора как абсолютно жесткого тела с двумя степенями свободы /5/ после приведения их к уравнениям второго порядка записываются в виде (I), где

$$A = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} D & (K+B) \\ 0 & -E \end{bmatrix},$$

$$z = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, q_1, q_2]^T,$$

$$M = \begin{bmatrix} (1 + \varphi_r \bar{x}_r^2) & -(1 + \varphi_r \bar{x}_r \bar{z}_r) \bar{e} \\ -(1 + \varphi_r \bar{x}_r \bar{z}_r) \bar{e} & (2 + \varphi_r \bar{z}_r^2) \bar{e}^2 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} \beta & -\beta \bar{e} \\ -\beta \bar{e} & 2\bar{e}^2 \beta \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \omega_{11}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{22}^2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} M_c \gamma & 0 \\ 2M_c \gamma \bar{e} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\varphi_r = \frac{120 \mu_r}{\rho_0 \bar{c} b_0^2 \ell}, \quad \beta = \frac{10 \rho a_\infty}{\rho_0 \bar{c} b_0}, \quad \gamma = \frac{20 a_\infty^2 \rho}{\bar{c} b_0^2 \rho_0},$$

$$\bar{\ell} = \frac{\ell}{b_0}, \quad \bar{x}_r = \frac{x_r}{b_0}, \quad \bar{z}_r = \frac{z_r}{\ell},$$

ω_H , ω_{22} - парциальные частоты крутильных и изгибных колебаний соответственно, M_e - число Маха, ρ и ρ_0 - плотности невозмущенного потока и материала стабилизатора, a_∞ - скорость звука в невозмущенном потоке, \bar{c} - относительная толщина симметричного профиля, χ° - угол стреловидности по передней кромке, μ_r - масса груза, x_r и z_r - координаты груза.

При расчете приняты следующие значения: $\bar{\ell} = 1$, $\varphi_r = 4$,

$$\omega_H^2 = 61440 \text{ сек}^{-2}, \quad \omega_{22} = 1,25 \omega_H, \quad \beta = 0,081 \omega_H, \quad \gamma = 0,221 \omega_H^2$$

В результате решения уравнений колебаний стабилизатора получаем два комплексно-сопряженных собственных числа: $\lambda_1 = \alpha_1 \pm i\beta_1$ и $\lambda_2 = \alpha_2 \pm i\beta_2$. Граница динамической неустойчивости определяется из условия $\lambda_1 = \pm i\omega$, т.е. $\alpha_1 = 0$, при этом α_2 является отрицательной величиной.

Для проведения расчетов выберем фиксированный шаг оптимизации $\Delta \bar{x}_r = 0,001$ по параметру \bar{x}_r . Частные производные $\text{Re}(\lambda_1 - \lambda_1^{(0)})$ по оптимизируемым переменным \bar{x}_r и \bar{z}_r аппроксимируем разностными соотношениями. Тогда координаты груза в последующей $j+1$ точке $(\bar{x}^{j+1}, \bar{z}^{j+1})$ будут определяться следующим образом:

$$\bar{x}_r^{j+1} = \bar{x}_r^j - \frac{\Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j + \Delta x, \bar{z}_r^j) - \Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j)}{\|\Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j + \Delta x, \bar{z}_r^j) - \Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j)\|} \Delta \bar{x}_r,$$

$$\bar{z}_r^{j+1} = \bar{z}_r^j - \frac{\Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j + \Delta z) - \Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j)}{\Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j + \Delta x, \bar{z}_r^j) - \Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j)} \Delta \bar{x}_r,$$

где \bar{x}_r^j и \bar{z}_r^j - координаты груза на предыдущем шаге оптимизации; $\Delta x = 0,001$ и $\Delta z = 0,001$ - заданные приращения по варьируемым параметрам;

$$\Delta \alpha_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j) = \text{Re}(\lambda_1(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j) - \lambda_1^{(0)}(\bar{x}_r^j, \bar{z}_r^j)).$$

Приращения действительной части рассматриваемого собственного

значения вычисляются по методу возмущений.

Процедура расчетов с использованием полученных формул метода возмущений повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто заданное (оптимальное) значение α_1 .

В начале рассмотрим колебания стабилизатора в докритической области при $M_c = 3,5$. При этом в расчетах по методу возмущений за базовую систему возьмем стабилизатор без груза ($M_{\text{флаттера}} = 4,69$). В качестве возмущения вводится груз фиксированной массы с координатами \bar{X}_r и \bar{Z}_r . Используя градиентный метод наискорейшего спуска, определим такое расположение груза, при котором значение α_1 достигло бы своего наименьшего значения, но при условии, что α_2 не превышало бы значения α_1 .

В результате было получено, что при различных начальных положениях груза α_1 достигает наименьшего значения при $\bar{X}_r = 0$ и $\bar{Z}_r = 0$, т.е. когда груз отсутствует. При этом $\alpha_1 = \alpha_2 = -10,0$.

Теперь рассмотрим колебания стабилизатора с грузом ($\bar{X}_r = -0,1$; $\bar{Z}_r = 0,2$) на границе динамической устойчивости при $M_{\text{флаттера}} = 4,07$.

В первом случае за базовое решение при вычислении по методу возмущений принимаем решение для стабилизатора с грузом (т.е. $\bar{X}_r = -0,1$; $\bar{Z}_r = 0,2$).

Во втором случае на каждом этапе расчетов за базовое решение берем решение для стабилизатора, полученное на предыдущем этапе расчета.

С использованием градиентного метода наискорейшего спуска было определено такое расположение груза, при котором значение α_1 не превышало бы заданной величины ($\alpha_{\text{опт}} = -5$).

Таблица

№ шага	\bar{X}_r	\bar{Z}_r	Re λ_1		
			I-ый способ	2-ой способ	точное решение
0	-0,1	0,2	0,0	0,0	0,0
1	-0,099	0,2	-1,20	-1,20	-1,20
2	-0,098	0,2	-2,29	-2,48	-2,47
3	-0,097	0,2	-3,43	-3,74	-3,69
4	-0,096	0,20I	-4,55	-4,74	-4,68
5	-0,095	0,20I	-5,67	-5,38	-5,39

В таблицу приведены значения координат груза на каждом шаге оптимизации и значения величины α_1 , вычисленные по методу возмущений. Для сравнения дается точное решение, полученное по стандартной программе математического обеспечения ЭВМ (EUGM - определение собственных значений и векторов действительной матрицы).

Библиографический список

1. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1969.
2. Дж.Ф. Боддуин, С.Г.Хаттон. Собственные формы колебаний модифицированных конструкций // Аэрокосмическая техника. 1986. № 4. С.136-144.
3. Шклярчук Ф.Н., Гришанина Т.В. Колебания неконсервативных систем, М.: МАИ, 1989.
4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975.
5. Шклярчук Ф.Н. Колебания и аэроупругость летательных аппаратов. М.: МАИ, 1983.

УДК 539.4.629.7

В.Г.Гайнутдинов, В.А.Павлов

О ДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ СОСТАВНОЙ ЭЛАСТИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Предлагается теория и алгоритм динамического расчета весьма гибких несущих поверхностей с управляющими законцовками. Приводятся результаты аэроупругого расчета. Исследуется поведение эластичной лопасти в потоке газа в зависимости от положения центра тяжести груза, расположенного на конце лопасти.

Весьма гибкие несущие поверхности находят все более широкое применение в практике авиастроения. Несущие свойства таких поверхностей определяются растягивающими поверхность внешними усилиями.

Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций. Куйбышев, 1990
