УДК 629.7.015.4

В.М.Балык, В.С.Литвинов,
М.И.Мартиросов, Б.И.Сахаро

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ МНОГОЗАМКНУТЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

Проблеме оптимального проектирования многозамкнутых тонкостенных оболочек вращения в настоящее время уделяется значител ное внимание. Достаточно сказать, что основные конструктивн модули авиационных конструкций проектируются на базе расчет напряженно-деформированного состояния этих оболочек. В силу мно гозамкнутости рассматриваемых оболочек, сложности краевых услов исследование их напряженно-деформированного состояния приходит проводить численными методами с использованием ЭВМ /1-3/. Очеви но, что оптимальность проектируемых оболочек будет во многом оп ределяться качеством соответствующих численных методов. Значите ную роль при этом занимают методы численного решения обыкновенн дифференциальных уравнений и систем таких уравнений, к котор часто сводятся задачи строительной механики.

В настоящее время существует большое количество численных методов интегрирования систем обыкновенных дифференциальных ура нений /4-6/. Анализ существующих численных методов показывает, что универсального численного метода, наилучшего во всех отношениях, не существует. Более того, стоит вопрос о выборе не одного рационального метода, а рациональной последовательности методов Представляет интерес автоматизация процесса выбора и сравнения характеристик различных методов.

В работе предлагается методика автоматизированного выбора метода интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием аппарата многокритериальной оптимизации. Помимо этого рассматривается проблема выбора оптимальных проектных параметров, так как только совместный выбор оптимальных параметров в сочетании с рациональным численным методом будет обеспечиват процесс оптимального проектирования.

Задача оптимального проектирования тонкостенных конструкций может решаться в различных постановках /7/. Рассмотрим постановку задачи оптимального проектирования на базе предлагаемой метонии. Без потери общности рассматривается задача минимизации массы конструкции с ограничениями по прочности в виде неравенств /8/:

$$\left\{\frac{N}{2E\delta}\right\} \leq \left\{\frac{\sigma^2}{2E}\right\}, \quad \left\{\frac{\tilde{N}}{2\tilde{E}f}\right\} \leq \left\{\frac{\tilde{\sigma}^2}{2\tilde{E}}\right\}, \tag{1}$$

где $\{N\}$, $\{\tilde{N}\}$ – распределенные усилия в обшивке и силовых элементах; $\{E\}$, $\{\tilde{E}\}$, $\{\sigma\}$, $\{\tilde{\sigma}\}$ – модули упругости и допускаемые напряжения по прочности для обшивки и силовых элементов; $\{\delta\}$ – толщина обшивки; $\{f\}$ – площади силовых элементов.

Совокупность $\{\delta\}$ и $\{f\}$ образует вектор проектных параметров $\bar{x} = \{\delta, f\}$, имеющий двухсторонние ограничения:

$$\bar{a} \leq \bar{x} \leq \bar{b}, \tag{2}$$

где $\bar{a}$, $\bar{b}$ – априорно заданные нижнее и верхнее ограничения.

Задача минимизации массы конструкции эквивалентна минимизации объема материала конструкции, поэтому целевую функцию будем записывать в виде объема материала конструкции, в которой обшивка и силовые элементы представляют собой конечное число областей $\{S\}$ и участков $\{\ell\}$:

$$V = \sum_{K=1} \int_{S_K} \delta_K \, dS_K + \sum_{p=1} \int_{\ell_p} f_p \, dz_p . \tag{3}$$

Как уже отмечалось, выбор оптимального вектора проектных параметров $\bar{x}$ необходимо сочетать с выбором рационального метода интегрирования. Качество выбираемого метода интегрирования определяется множеством факторов, важность которых может изменяться при переходе от задач одного класса к другому. В работе /9/ рассматривается 87 критериев, которые следовало бы принимать во внимание при оценке качества различных методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

Практическая апробация пакета программ методов интегрирования показала, что в большинстве случаев эффективность и надежность какого-либо метода интегрирования достаточно полно определяются следующим набором критериев:

полное время интегрирования $T_п$;

время на дополнительные вычисления $T_{доп}$ (разность между полным временем интегрирования и временем вычисления правых частей);

число вычислений правых частей m ;

число шагов интегрирования n ;

- максимальная погрешность $\eta = max \frac{|e|}{h\varepsilon}$, где e - локальная погрешность (отнесена к единичному шагу);

h - шаг интегрирования, ε - заданная точность.

Таким образом, приходим к оценке оптимальности проектируемых оболочек по векторному критерию, состоящему из двух частей: проектного критерия V и критериев оценки качества метода интегрирования T_n, $T_{доп}$, m, n, η. Очевидно, что данные частные критерии имеют различную физическую природу и размерность, поэтому необходимо привлечь процедуру нормализации критериев, например по их максимальным значениям.

Итак, задача оптимального проектирования заключается в выборе такого вектора проектных параметров $\bar{x}$ и таких режимов интегрирования (обозначим их через $\bar{q}$), которые обеспечивали бы рациональный уровень векторного критерия

$$f_\Sigma = \{V, T_n, T_{доп}, m, n, \eta\}. \tag{4}$$

Как видно, данная постановка задачи отличается от традиционной, где требуется найти $\min\limits_{\bar{x}} V$ при заданных ограничениях. Поставленная задача требует привлечения аппарата многокритериальной оптимизации, который в данной работе представлен в виде следующего алгоритма.

Вводится обобщенное пространство параметров, состоящее из совокупности вектора проектных параметров $\bar{x}$ и режимов интегрирования $\bar{q}$:

$$\bar{a} = \bar{x} \oplus \bar{q}. \tag{5}$$

В обобщенном пространстве параметров $X^p \ni \bar{a}$, где p - размерность пространства X, и на множестве методов интегрирования $I^{(s)} \ni K$, где S - число методов интегрирования в пакете, K - номер метода интегрирования, выбирается направление $S^{(i)}_{cor\,\Sigma}$, минимизирующее компоненты вектора f_Σ. Направление $S^{(i)}_{cor\,\Sigma}$ выбирается по формуле:

$$S^{(i)}_{cor\,\Sigma} = \Big(\sum_{j=1}^{\ell} \frac{\partial f_j}{\partial a_i}\Big) / \| grad f_\Sigma \|, \tag{6}$$

где ℓ - число частных критериев оптимальности (в данном случае $\ell = 5$).

Соотношение (6) является основным элементом в построении итерационной формулы поисковой процедуры:

$$\bar{a}_i^{(k)} = \bar{a}_i^{(\lambda)} + M_k S^{(i)}_{cor\,\Sigma} m_{xi} \,. \qquad (7)$$

Здесь $a_i^{(k)}$ - значение i -го компонента вектора $\bar{a}$ на k -ом ге поиска; $a_i^{(\lambda)}$ - последнее лучшее значение i-го параметра; к - общий масштаб поискового шага; m_{xi} - индивидуальный масштаб менения i -го варьируемого параметра.

Отметим особенность данного алгоритма. Выбор номера метода тегрирования должен осуществляться средствами целочисленного ограммирования, в связи с чем алгоритм состоит из двух уравней оптимизации. На верхнем уровне для каждого шага оптимизации бирается тип метода интегрирования $K^{(i)}$. Выбор осуществляется методу случайного поиска с самообучением по одному шагу. Поисвый шаг имеет вид:

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} + \xi^{(i)}, \qquad (8)$$

е i - номер поискового шага, $x^{(1)} = \xi^{(0)}$ - номер исходного метода тегрирования ($x^{(0)} = 0$).

Случайная составляющая $\xi^{(i)}$ распределена по нормальному закону на отрезке [0, I] . Коррекция поискового шага (8) осуществляется введением коэффициента роста d_1 и коэффициента сброса d_2 , причем таких, что $d_1 \geqslant d_2 \geqslant 1$, При удачном шаге $\xi^{(i+1)} = d_1 \cdot \xi^{(i)}$, при неудачном $\xi^{(i+1)} = -\xi^{(i)}/d_2$. Чтобы перейти к целочисленным значениям, соответствующим типу метода интегрирования, вводится прорование

$$K_i = [\,\xi^{(i)} \cdot 10^{\tau}\,]\,, \qquad (9)$$

е τ зависит линейно от порядка S .

С выбранным значением $K^{(i)}$ делается шаг (7), в направлении торого все частные критерии оптимальности из f_Σ улучшаются пока до достижения компромиссного решения, т.е. такого решения, в котором нельзя одновременно улучшить все частные критерии. альнейшая процедура решения задачи заключается в построении ласти компромиссных решений (с помощью диалоговых средств) /I0/, в которой выбирается окончательное проектное решение и соответствующая рациональная последовательность методов интегрирования.

В качестве примера применения предложенной методики рассмотрим осесимметричную задачу определения напряженно-деформированного состояния оболочки вращения с двумя полками. Оболочка полки имеют силовые подкрепляющие элементы, т.е. множество $\{S\}$ состоит здесь из трех элементов (оболочки и двух полок), а число подкрепляющих элементов $\{\tilde{\ell}\}$ является варьируемым параметром. Математическая модель описывается основным вариационным уравнением В.З.Власова. Представляя функции депланации тригонометрическими рядами вида $\varphi = \cos n\beta$, $\psi = \sin n\beta$, запишем уравнение пространственной устойчивости в следующем виде:

$$\gamma[a_{nn} + K_{nn}(u'')]u_n'' - b_{nn}u_n - \gamma K_{nn}(v''')v_n''' - c_{nn}v_n' = 0,$$

$$\gamma K_{nn}(u''')u_n''' + c_{nn}u_n' - \gamma K_{nn}(v^{IV})v_n^{IV} + \tag{10}$$

$$+\{[r_{nn} + \gamma K_{nn}(v'')] - \frac{N}{G}[r_{nn}(\rho) + K_{nn}(\rho)]\}v_n'' - \gamma s_{nn}v_n = 0,$$

где n – число функций депланации; $n = 1,2,3,\ldots$; $K \le \frac{m}{2}$; γ и G являются характеристиками материала конструкции; N – параметр внешней нагрузки; коэффициенты a_{nn}, K_{nn}, b_{nn}, c_{nn}, r_{nn}, s_{nn} учитывают влияние подкрепляющих элементов.

Интегрируя на каждом шаге оптимизации (7) систему (10) методом, выбираемым на верхнем уровне по формуле (8), и учитывая совместности работы полок и оболочки по линейному перемещению и углу поворота, получаем величины обобщенных перемещений u, v, через которые можно определить действующие напряжения в конструкции:

$$\sigma_z = Eu, \quad \tau = Gv. \tag{11}$$

Величины σ_z и τ необходимы, как известно, для проверки функциональных ограничений по прочности.

Полученные результаты показали эффективность применения многокритериальной оптимизации по разработанному алгоритму. В процессе решения было получено двадцать компромиссных решений, затраченное время при этом на ЭВМ ЕС-1033 составляло около двух минут. Если же решать эту задачу последовательным сведением частных критериев из векторного критерия f_Σ в класс функциональных ограничений с последующим перебором, то возникает проблема решения двадцати отдельных задач нелинейного программирования, при этом время решения одной такой задачи составляло около 40 минут.

Другим выводом из решения рассмотренной задачи оптимального проектирования является нетривиальность полученной рациональной

...ледовательности методов интегрирования по поисковым шагам. Так ...и системы дифференциальных уравнений (I0) получена следующая ...иональная последовательность численных методов: метод Рунге-...утта с модификацией Фельберга (первые I0-I5 шагов интегрирования), ...тод Адамса-Башфорта (на дальнейшем интервале интегрирования).

Литература

I. Валишвили Н.В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. - ...: Машиностроение, 1976. - 278 с.

2. Григоренко Я.М., Мукоед А.П. Решение задач теории оболочек ... ЭВМ. - К,: Вища школа, 1979. - 279 с.

3. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. ...тика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. - М.: ...шиностроение, 1975. - 376 с.

4. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. - М.: Мир, 1982.- ... с.

5. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы мате-...тических вычислений. - М.: Мир, 1980. - 279 с.

6. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения ...быкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Мир, 1979. - 3I2 с.

7. Липин Е.К., Голован В.И., Новосельцев В.И., Литвинов В.С., ...икиров Б.И. Оптимальное проектирование силовых конструкций с ...четом конструктивных ограничений. - В кн.: Вопросы прочности и ...лговечности элементов авиационных конструкций. Межвузовский сб., ...п. 3, Куйбышевский авиационный институт, 1977, с.29-40.

8. Липин Е.К., Литвинов В.С. Проектирование тонкостенных кон-...струкций минимальной массы. - В кн.: Вопросы прочности и долговеч-...ности элементов авиационных конструкций. Межвузовский сб., вып.4, ...уйбышевский авиационный институт, 1978, с.43-46.

9. Krogh F.T. Options on matters connected with the evaluation ...f programs and methods for integrating ordinary differential ...quations. SIGNUM Newsletter, 1972,7.

I0. Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их ...рименение в системах оптимизации. - М.: Наука, 1982. - 432 с.

...7248