

ких и эксплуатационных трещиноподобных дефектов. - Куйбышев, 1985. - 77 с. Деп. в ВИНТИ 03.06.85, № 3853-85.

2. Коваленко Т.Д., Миноранский Э.И., Перов С.Н., Тарасов Ю.Л. Оценка остаточного ресурса элементов конструкции, имеющих производственные или эксплуатационные дефекты // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Сб. научн. трудов. - Куйбышев: КуАИ, 1986. - С. 95-102.

3. Чернецкий В.И. Анализ точности нелинейных систем управления. - М.: Машиностроение, 1968. - 248 с.

4. Гадалин Н.И., Миноранский Р.Э., Перов С.Н. Исследование вероятности неканонического разложения стационарных случайных процессов со сложным спектром // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Сб. научн. трудов. - Куйбышев: КуАИ, 1986. - С. 108-115.

5. Куренков В.И., Тарасов Ю.Л. Определение скорости роста усталостных трещин на основе равновесной диаграммы растяжения // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Сб. научн. трудов. - Куйбышев: КуАИ, 1980. - С. 98-105.

УДК 620.192.001.24

С.А.Михайлов, Р.Э.Миноранский,
Ю.Л.Тарасов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕДЕНИЯ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ МЕТОДОМ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ПОЛИНОМОВ

В работе рассматривается методика определения вероятностных характеристик параметров нагружения пространственной рамной конструкции при стохастическом воздействии. Внутри конструкции размещены грузы.

В качестве внешнего воздействия рассматриваются перемещения узлов крепления конструкции, которые представляют собой стационарные случайные процессы, вероятностные характеристики которых известны и заданы в виде спектральной плотности.

Решение задачи статистической динамики в такой постановке проводят обычно спектральным методом при стационарном и методом интегрирования уравнений системы при нестационарном воздействии. В обоих случаях задача решается путем разложения движения по формам собственных колебаний. Однако при расчете сложной рамной конструк-

ции требуется учитывать большое число тонов собственных колебаний, что существенно снижает эффективность метода разложения по собственным формам. Кроме того, жесткостные характеристики и опорных элементов, и элементов крепления грузов могут быть нелинейными. А методы решения задач статистической динамики для любых нелинейных систем, основанные на использовании законов распределения или моментов высших порядков случайных входных возмущений, в настоящее время еще не разработаны.

В таких случаях целесообразно использование численных методов. Наиболее эффективным численным методом решения задач статистической динамики является метод интерполяционных полиномов /1/, который и составляет основу предлагаемой методики.

Согласно /1/ решение исходной системы дифференциальных уравнений $Y(t, V_1, V_2, \dots, V_m)$, описывающих поведение упругой системы при стохастическом внешнем воздействии, приближенно представляем в виде интерполяционных полиномов, которые записываем с использованием метода точечного интерполирования. После применения операции математического ожидания выражение для определения вероятностных характеристик выходных параметров будет:

$$\langle \Phi_K [Y_i(t)] \rangle = \sum_{K_1 K_2 \dots K_m} \Phi_K^* (Y_i) \rho_{K_1 K_2 \dots K_m}. \quad (1)$$

Здесь $\rho_{K_1 K_2, \dots, K_m}$ - числа Кристоффеля, а выражение, стоящее под знаком суммы, в частных случаях для выходных координат будет иметь вид

$$\Phi_K^* (Y_i) = Y_i(t, V_{1K}, V_{2K}, \dots, V_{mK_m}) \quad (2)$$

для математического ожидания;

$$\begin{aligned} \Phi_K^* (Y_i) &= \tilde{Y}_i(t, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}) \tilde{Y}_i(t+\tau, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}) \\ \tilde{Y}_i(t, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}) &= Y_i(t, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}) - \langle Y_i(t) \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

для корреляционной функции;

$$\Phi_K^* (Y_i) = [\tilde{Y}_i(t, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m})]^2 \quad (4)$$

для дисперсии;

$$\Phi_K^* (Y_i^*) = P[Y_i(t) < Y_i^*] = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{Y_i(t, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}) - Y_i^*}{|Y_i(t, V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}) - Y_i^*|} \right] \quad (5)$$

для функции распределения.

В выражениях (2)-(5) совокупности чисел $V_{1K_1}, V_{2K_2}, \dots, V_{mK_m}$

($k_1 = 1, 2, \dots, q_1; \dots; k_m = 1, 2, \dots, q_m$) являются выборками случайных величин V_1, V_2, \dots, V_m , а функции $U_i(t, V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{mk_m})$ являются реализациями случайных функций $Y_1(t), Y_2(t), \dots$, полученных в результате решения системы дифференциальных уравнений для указанных выборок случайных величин.

Для представления входного случайного стационарного процесса $\eta(t)$ используется неканоническое разложение, исследование возможности применения которого для случайных процессов со сложным спектром рассмотрено в работе /2/.

Для решения системы уравнений движения в узлах интерполирования используется эффективная процедура пошагового интегрирования γ -методом /3/. Вероятностные характеристики параметров нагружения конструкции определяются с учетом найденных узловых перемещений и зависимостей (2)-(5).

В качестве примера рассматривается кинематическое нагружение рамы (рис.1, а). Стержни конструкции - трубчатые, длиной 1 м, из материала АМг-6М, сечение стержней 35 x 2,5 мм. Моделируются они балочными элементами. Внутри конструкции размещены два груза массой по 30 кг каждый, которые схематизируются в виде точечных масс. Каждый груз крепится тремя ферменными элементами к узлам конструкции.

Задаются перемещения $\eta(t)$ узлов крепления рамы 1, 2, 3; 7, 8, 9. Вид спектральной плотности воздействия представлен на рис.1, б.

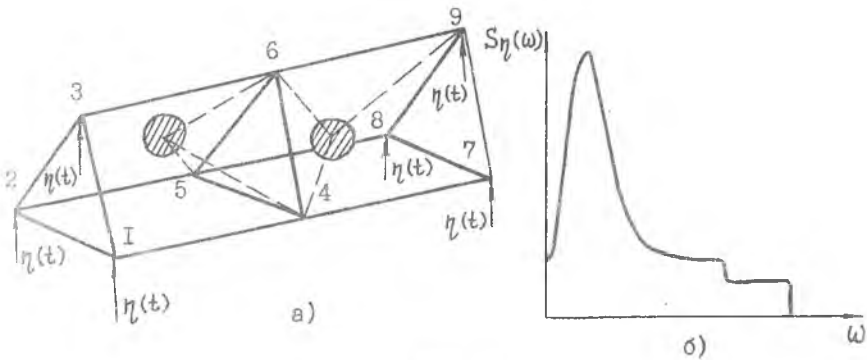


Рис. 1

С учетом результатов проведенного исследования по методике /2/ внешнее воздействие было представлено в виде суммы семи составляющих:

$$\eta(t) = \langle \eta(t) \rangle + \sum_{j=1}^7 \gamma_j \sin \omega_j t + \delta_j \cos \omega_j t. \quad (6)$$

Значения случайных величин γ , δ , ω в узлах интерполирования определялись по формулам

$$\begin{aligned} \gamma_{jK_1} &= x_{K_1} \sqrt{D_j}; & \delta_{jK_2} &= x_{K_2} \sqrt{D_j} & (j=1, 2, \dots, 7) \\ \omega_{jK_3} &= \begin{cases} 0,5\beta_j(x_{K_3}+1); & j=1, 2 \\ [\alpha_j \pm \sqrt{\alpha_j^2 + (\alpha_j^2 + \beta_j^2)t}]/t \\ t = \text{tg}[0,5\pi(x_{K_3}+1)]; & j=2, 4, \dots, 7. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Исследования показали, что для случайных величин γ и δ достаточно ограничиться двумя узлами, а для ω необходимо брать 16 узлов.

Для определения вероятностных характеристик внутренних силовых факторов в элементах конструкции и узловых перемещений по предлагаемой методике был разработан алгоритм, составлена и отлажена программа расчета на ЭВМ серии ЕС.

Некоторые результаты расчетов представлены на рис.2 и 3.

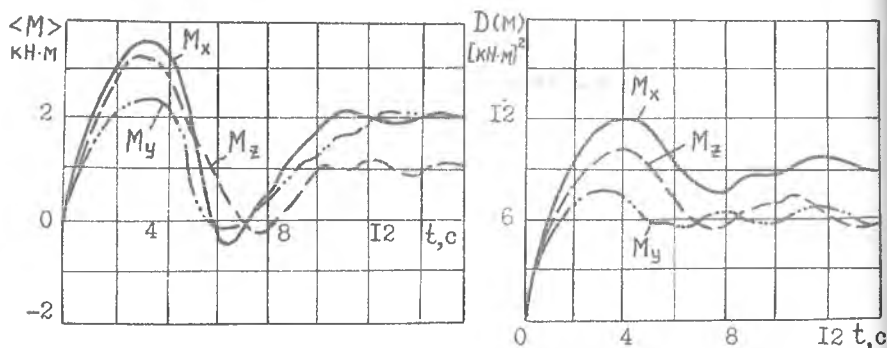


Рис. 2

На рис.2 изображены математические ожидания и дисперсии изгибающих моментов, действующих в различных плоскостях в узле 6 стержня 5-6 конструкции, в зависимости от времени. На рис.3 представлены вертикальные перемещения узлов 5 и 6 конструкции для момента времени $t = 2$ сек, нанесенные на нормально-вероятностную сетку. Вид гра-

Фиков говорит о том, что закон распределения этих перемещений близок к нормальному.

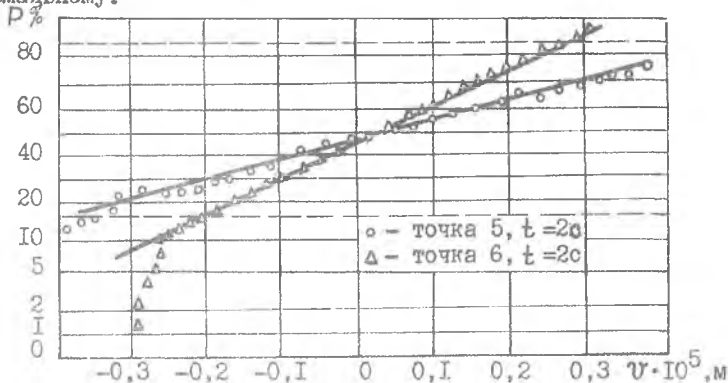


Рис. 3

Полученные вероятностные характеристики перемещений и внутренних силовых факторов могут быть использованы для определения надежности и нормирования несущей способности элементов рассматриваемой конструкции.

Л и т е р а т у р а

1. Чернецкий В.И. Анализ точности нелинейных систем управления. - М.: Машиностроение, 1968. - 246 с.
2. Гадалин Н.И., Миноранский Р.Э., Перов С.Н. Исследование возможности неканонического разложения стационарных случайных процессов со сложным спектром // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Сб. научн. трудов. - Куйбышев: КуАИ, 1986. - С. 108-115.
3. Савельев Л.М. Прямое интегрирование уравнений движения в методе конечных элементов // Прочность и долговечность элементов конструкций летательных аппаратов: Сб. научн. трудов. - Куйбышев: КуАИ, 1984. - С. 37-44.