Литература

I. Тарасов Ю.Л., Перов С.Н. Обеспечение прочностной надежности элементов конструкций на этапе проектирования // Тез.докл.научн-техн. симпозиума специалистов стран - членов СЭВ. - Владимир, 1986. - С. 186-190.

2. Михайлов С.А., Миноранский Р.Э., Тарасов Ю.Л. Определение вероятностных характеристик поведения упругой системы при стохастическом нагружении методом интерполяционных полиномов. - Помещена в настоящем сборнике.

3. Cesari F., Hellen T. Evaluation of stress intensity factors for internally pressurised cylinders with surface flaws. "Int. J. Pressure vessels and Pip", 1979, v. 7, N 3, p.p. 199-227.

4. Перов С.Н. Методика оценки вероятности безотказной работы элементов конструкций летательных аппаратов с учетом технологических и эксплуатационных трещиноподобных дефектов / КуАИ. - Куйбышев, 1985. - 77 с. - Деп. в ВИНИТИ 03.06.85, № 3853.

5. Коваленко Т.Д., Миноранский Э.И., Перов С.Н., Тарасов Ю.Л. Оценка остаточного ресурса элементов конструкции, имеющих производственные или эксплуатационные дефекты // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций: Межвузовский сборник / Под ред.Х.С.Хазанова. - Куйбышев: КуАИ, 1986. - С. 95-102.

6. Перов С.Н., Тарасов Ю.Л. Статистическое моделирование процесса роста усталостных трещин в элементах конструкций. - Помещена в настоящем сборнике.

УДК 539.43:629.7.018

В.М.Дуплякин

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ВЕЙБУЛЛА ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ

Основное уравнение теории „слабого" звена при прогнозировании сопротивления усталости, предложенное Вейбуллом /3/, связывает вероятность разрушения P с уровнем действующих напряжений σ_{max}:

$$-\ln(1-P) = \int_F \left(\frac{\sigma(\sigma_{max}, X, Y) - u}{\sigma_0}\right)^m dF. \qquad (1)$$

Здесь $\sigma(\sigma_{max}, X, Y)$ - функция, описывающая изменение напряжений в опасном сечении, F - площадь поперечного сечения, в пределах которой $\sigma > u$, u, m, σ_0 - параметры распределения прочности микрообъемов данного материала при соответствующей базе испытаний.

В работе /I/ основное уравнение теории „слабого" звена проинтегрировано для случая изгиба плоского образца с надрезами, параллельными нейтральной оси. В результате получена зависимость

$$-\ln(1-P) = \frac{2b}{\bar{G}(m+1)}\left(\frac{u}{\sigma_0}\right)^m \frac{(\xi-1)^{m+1}}{\xi}, \tag{2}$$

где b - ширина образца, $\xi = \sigma_{max}/u$, $\bar{G}$ - относительный градиент напряжений у поверхности надреза.

В последующих работах выражение (2) приведено к виду

$$\lg(\sigma_{max} - u) = A_L - B \lg L/\bar{G} + u_p S, \tag{3}$$

где L - часть периметра, A_L, B, u_p - постоянные, связанные однозначно с параметрами Вейбулла в уравнении (I).

При определении параметров уравнения (3) используется линейная аппроксимация осредненных результатов усталостных испытаний для образцов различных типоразмеров, причем параметр u находится подбором.

Эта широко используемая методика определения параметров уравнения подобия усталостного разрушения имеет недостатки. Во-первых, далеко не для всех типов образцов возможно преобразование выражения (I) к виду (3). Там, где этого сделать нельзя, приходится эмпирически выяснять, какая часть периметра сечения входит в величину L. Во-вторых, использование осредненных значений $\bar{\sigma}_{max}$ при $u_p = 0$ приводит к снижению информативности экспериментального материала.

Несмотря на широкое применение при прогнозировании статистических характеристик сопротивления усталости теории подобия, разработанной В.П.Когаевым, остается заманчивым использование более общего подхода, основывающегося на теории „слабого" звена. При этом устраняются отмеченные выше недостатки, но возникают трудности определения параметров уравнения (I).

Для определения параметров Вейбулла /2/ предлагается записывать уравнения вида (I) при двух произвольных различных вероятностях для каждого испытанного типоразмера образцов:

$$P_1 = 1 - exp\left[-\int_{F_{i1}} \left(\frac{\sigma(\sigma_{max1}, x, y) - u}{\sigma_0}\right)^m dF_i\right], \tag{4}$$

$$P_2 = 1 - exp\left[-\int_{F_{i2}} \left(\frac{\sigma(\sigma_{max2}, x, y) - u}{\sigma_0}\right)^m dF_i\right].$$

Индекс $i = 1,2,\ldots,n$ соответствует конкретным типоразмерам образцов.

Число уравнений для каждого типоразмера определяется числом независимых параметров, входящих в принятый закон распределения величины σ_{max}. В данном случае считается, что таких параметров два: математическое ожидание и дисперсия.

Экспериментально установлено /I/, что $u \approx 0{,}5\sigma_{-1}$, где σ_{-1} – предел усталости круглого гладкого образца диаметром 7,5 мм при изгибе. Подставляя предлагаемое соотношение в выражение (I), проинтегрированное для соответствующего случая, и преобразовав выражения (4), получим систему уравнений для оценки параметров Вейбулла в виде

$$m = \{\lg[\int_{F_{i1}} (\sigma(\sigma_{max1}, x, y) - u)^m dF_i] - \lg J_1\}/\lg \sigma_o, \qquad (5.1)$$

$$\sigma_o = [\int_{F_{i2}} (\sigma(\sigma_{max2}, x, y) - u)^m dF_i / J_2]^{1/m}, \qquad (5.2)$$

$$u = [81{,}17\int_{0{,}5}^{1} (2z - 1)^m \sqrt{1 - z^2}\, dz]^{-1/m} \sigma_o. \qquad (5.3)$$

Здесь $i = 1,2,\ldots,n$ соответствует конкретным типоразмерам образцов, $J_j = -\ln(1-P)$ при $j = 1,2$.

Система уравнений (5) решается с помощью последовательных приближений. Сначала задаются оценки параметров в нулевом приближении $u^{(0)}$, $m^{(0)}$, $\sigma_o^{(0)}$. Затем из уравнения (5.I) находим $m^{(1)}$, из (5.2) – $\sigma_o^{(1)}$ и из (5.3) – $u^{(1)}$. После этого снова возвращаемся к уравнению (5.I) и т.д. Апробация алгоритма показала его сходимость /2/.

Следует отметить, что этот алгоритм недостаточно эффективен, т.к. приближение к решению системы (5) осуществляется сразу по трем параметрам, однако при общем подходе к данному вопросу других путей решения нет. Можно значительно увеличить эффективность алгоритмов оценки параметров Вейбулла, если рассмотреть конкретные случаи интегрирования соотношений (4) для определенных типов образцов с последующей подстановкой в систему (5). При этом возможно сведение системы трех уравнений к одному уравнению с одним неизвестным, но для этого следует представить интеграл в уравнении (5.3) в аналитическом виде:

$$u = \sigma_o F(m), \qquad (6)$$

где $F(m)$ – аналитическое выражение для приближенных значений соответствующего интеграла.

Переходя в выражении (5.3) от плоского изгиба к изгибу с вращением, можно предложить для функции $F(m)$ выражение

$$F(m) = \sqrt[m]{\frac{m+1}{A}}, \qquad A \approx 39{,}7. \tag{7}$$

В качестве примера, иллюстрирующего предлагаемый подход, рассмотрим изгиб плоских образцов с отверстием и их растяжение-сжатие.

При изгибе плоских образцов с отверстием основное уравнение (I) интегрируется в виде /9/:

$$-\ln(1-P) = \frac{2h(\sigma_{max}-u)}{\bar{G}\sigma_o^m(m+1)(m+2)\sigma_{max}^2}. \tag{8}$$

В этом случае систему уравнений (5.I), (5.2), (6) с учетом выражения (7) можно свести к одному уравнению относительно параметра u :

$$(K-2)\ln\frac{u}{\sigma_{max1}-u} + \ln K + 2\ln\frac{\sigma_{max1}}{\sigma_{max1}-u} + C = 0, \tag{9}$$

где

$$K = \ln\frac{\ln(1-P_2)\sigma_{max2}^2}{\ln(1-P_1)\sigma_{max1}^2} \Big/ \ln\frac{\sigma_{max2}-u}{\sigma_{max1}-u}, \tag{I0}$$

$$C = \ln\frac{2hA}{\bar{G}[-\ln(1-P)]}, \tag{II}$$

где h - высота образца.

Определив параметр u , вычислим m :

$$m = \left(\ln\frac{\ln(1-P_2)}{\ln(1-P_1)} - 2\ln\frac{\sigma_{max1}}{\sigma_{max2}}\right) \Big/ \left(\ln\frac{\sigma_{max2}-u}{\sigma_{max1}-u}\right) - 2. \tag{I2}$$

Затем с помощью соотношений (6), (7) находим σ_o :

$$\sigma_o = u / F(m). \tag{I3}$$

При растяжении-сжатии плоских образцов с отверстием основное уравнение (I) интегрируется в виде /I/:

$$-\ln(1-P) = \frac{2h(\sigma_{max}-u)^{m+1}}{\bar{G}(m+1)\sigma_o\sigma_{max}}. \tag{I4}$$

Разрешающее выражение относительно параметра u записывается следующим образом:

$$(K-1)\ln\frac{u}{\sigma_{max1}-u} - \ln(\sigma_{max1}-u) + D = 0, \tag{I5}$$

где K определяется в соответствии с выражением (I0):

$$D = \ln\frac{\sigma_{max1}\,2h}{\bar{G}[-\ln(1-P_1)]}.$$

Точность оценок параметров Вейбулла связана с принятой аппроксимацией экспериментальных данных, в соответствии с которой определяются значения σ_{max1}, σ_{max2} при заданных P_1 , P_2 . Поскольку численная оценка параметров Вейбулла производится на ЭВМ, т.к. требуется большой объем вычислений, то и аппроксимацию экспериментальных данных следует формализовать, причем от качества этой формализации в конечном итоге зависит точность получаемых оценок.

Анализ показывает, что можно считать неудачной попытку задания кривой усталости единым выражением. Дело в том, что любое из известных выражений типа $\bar{N} = N(\bar{\sigma})$ может давать неудовлетворительное описание реальных экспериментальных данных во всем их диапазоне.

Поэтому предлагается алгоритм с использованием кусочно-линейной аппроксимации в полулогарифмических координатах в ограниченном диапазоне долговечностей, что соответствует использованию зависимостей вида

$$\bar{N} = C_i \, \bar{\sigma}^{\,m}_{max} \qquad \text{при} \quad N_i \le \bar{N} < N_{i+1} . \tag{16}$$

Предлагаемые алгоритмы приводят к получению таких оценок параметров u, m, σ_o, которые при подстановке в расчетные уравнения вида (I) позволяют точно воспроизвести значения $\bar{\sigma}_{max\,i}$ при $P = 0,5$ для соответствующей базы испытаний. Применявшийся ранее алгоритм не имел таких возможностей.

В таблице I приводятся результаты оценки параметров Вейбулла для материала АМг-6М по результатам испытаний плоских образцов с отверстием при изгибе и при растяжении-сжатии. Размеры образцов: толщина h = 4 мм, ширина b = I4 мм, диаметр отверстия d = 3 мм. Приводятся уточненные оценки по предлагаемой методике и по ранее применявшейся.

Таблица I

Оценки параметров Вейбулла по результатам испытаний плоских образцов с отверстием из материала АМг-6М

Тип нагружения	$lg\,N$	Уточненные оценки			Оценки по методике /2/		
		u, МПа	σ_o, МПа	m	u, МПа	σ_o, МПа	m
Изгиб	5,I7	84,42	89,74	I9,0	77,I	8I,4	I8,8
	4,83	I00,9	I04,6	25,0	92,9	97,7	23,8
	3,99	I56,I	I56,3	58,0	I50,2	I5I,3	5I,8
	3,52	I94,4	I94,8	56,0	I87,2	I87,7	49,2
Растяжение-сжатие	6,8I	47,4	5I,I	I7,0	43,0	46,I	I5,5
	6,I5	63,2	67,2	I9,0	57,5	6I,8	I7,5
	5,60	I03,7	I05,7	33,0	97,8	I00,9	29,I
	4,83	I23,4	I24,0	49,0	II8,7	I20,0	42,4

Проведенные на ЭВМ расчеты показывают, что реализован стабильный алгоритм оценки параметров Вейбулла и значительно повышена точность их определения. При фиксированном числе приближений относительная погрешность оценки параметров Вейбулла снижается на 3 порядка.

Литература

I. Серенсен С.В., Когаев В.П. Руководство по определению расчетных характеристик усталости деталей машин. - М., ВНИИМАШ, I97I.- 107 с.

2. Дуплякин В.М., Мостовой А.С. К вероятностному расчету кривых усталости деталей по результатам испытаний лабораторных образцов // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций: Сб. научных трудов. - Куйбышев, КуАИ, I974, вып.I. - С. I34-I39.

3. Weibull W. A statistical theory of the strength of materials. Stockholm, 1939, Ingeniours Veterskaps akademien, Handlingen (Proceeding). Nr 151, p. 58.

УДК 539.4

А.А.Измайлов, А.А.Мовчан

К РАСЧЕТУ НА РЕСУРС ПРИ МАЛОЦИКЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ

С помощью описанного ниже алгоритма может быть определено число циклов до образования макротрещин в зоне концентрации напряжений по известной истории изменения номинального напряженного состояния. Считается, что внешние нагрузки изменяются пропорционально некоторому параметру напряжения, история изменения которого произвольна.

В первой части алгоритма по заданной истории изменения номинального напряженного состояния с учетом циклического упрочнения или разупрочнения материала, а также возможности накопления односторонних деформаций приближенно определяется история изменения напряжений и деформаций в зоне концентрации. Во второй части с помощью кинетического критерия накопления повреждений определяется ресурс.

При решении первой задачи предполагается, что уравнения диаграмм материала в нулевом четверть-цикле $\varepsilon = f_1(\sigma)$ и в первом