

УДК 629.7.015.4:539.3

В.Б.Карякин, Х.С.Хазан

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОДКРЕПЛЕНИЯ ВЫРЕЗА
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ КОЛЬЦОМ ПЕРЕМЕННОЙ ШИРИНЫ

В /I/ исследуется напряженное состояние цилиндрической оболочки с круглым вырезом, подкрепленным широким кольцом постоянного сечения. Анализ приводимых результатов расчета показывает, что при осевом растяжении оболочки наибольшие напряжения в подкрепляющем кольце возникают в поперечном сечении, проходящем через центр выреза, а при действии внутреннего давления — в продольном сечении. Выравнивания напряжений по контуру выреза

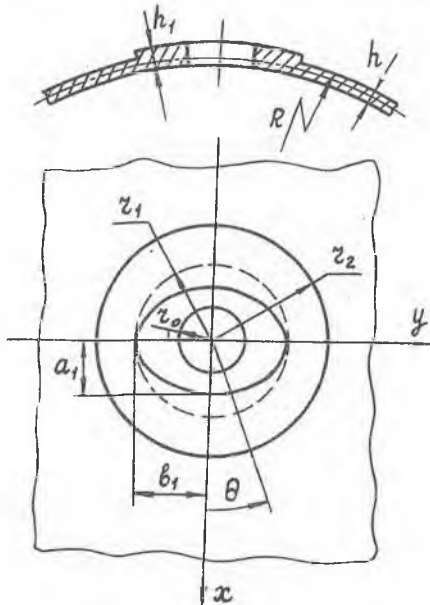


Рис. I

можно достигнуть, подкрепляя вырез кольцом переменного сечения, увеличивая долю подкрепляющего материала, приходящегося на область повышенных напряжений. К аналогичному результату можно прийти, изменяя форму выреза, делая его, например, эллиптическим, если это допустимо с точки зрения конструкции и технологии изготовления.

В настоящей статье обсуждается расчет цилиндрической оболочки толщиной h с вырезом, подкрепленным кольцом переменной жесткости. Подкрепляющее кольцо представляет как элемент цилиндрической оболочки толщиной h_1 .

форму выреза и внешней границы кольца существенных ограничений накладываемся (рис. I). Кольцо может быть по-разному расположено

нительно срединной поверхности оболочки. Здесь рассмотрены следующие три случая: когда оболочка и кольцо имеют общую срединную поверхность и когда совпадают их наружные или внутренние поверхности. Для краткости будем называть эти случаи симметричным, внутренним и наружным подкреплением.

В случае действия внутреннего давления P_z оболочка расширяется как сосуд, вырез на боковой поверхности которого закрывается крышкой, передающей по внутреннему контуру подкрепления постоянную поперечную силу $q_z = P_z S / l$, где S , l - площадь и периметр выреза соответственно.

При переменном сечении подкрепления аналитическое решение приводит к большим математическим затруднениям. Поэтому здесь аналитическое решение сочетается с численным методом - методом конечных элементов.

В оболочке выделяются две области: внешность окружности, радиус которой несколько превышает максимальный размер подкрепляющего кольца, и зона подкрепления, включающая подкрепляющее кольцо и часть оболочки (рис.1). В силу симметрии задачи относительно двух осей рассматривается четверть конструкции.

Внешность граничной окружности, оболочка с круглым отверстием радиуса r_2 , представляется одним конечным элементом с i узлами, расположенными на четверти контура отверстия (рис.2).

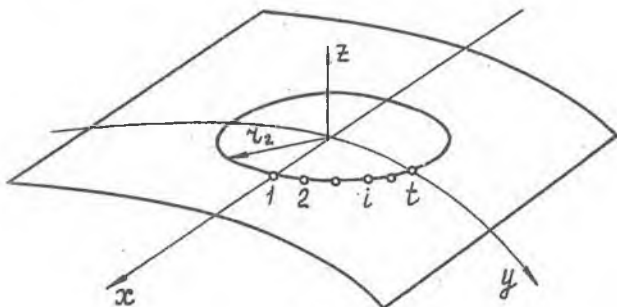


Рис.2

2/ дана методика построения матрицы жесткости такого конечного элемента, основанная на использовании аналитического решения задачи о напряженно-деформированном состоянии цилиндрической обо-

лочки с круглым вырезом, представляемого в тригонометрических рядах по окружной координате /3/.

Зона подкрепления рассматривается как подконструкция, состоящая из изопараметрических конечных элементов оболочки толщиной h_1 и содержащая наряду с внутренними узлами также t узлов по граничной окружности радиуса r_2 .

Перемещение узла конечного элемента зоны подкрепления описывается пятью компонентами (три линейными смещениями и двумя углами поворота нормали) в ортогональной системе координат, связанной с линиями главных кривизн срединной поверхности /4/. Линейные и угловые перемещения аппроксимируются независимо друг от друга с помощью полиномов Лагранжа третьего порядка. Это приводит к учету деформаций поперечного сдвига. При вычислении их вклада общее значение энергии деформации элемента используется "сокращенное" число точек интегрирования по методу Гаусса. Для повышения точности вычисления напряжений в узлах элемента используется процедура сглаживания каждого компонента с помощью метода наименьших квадратов.

Введем вектор узловых перемещений, общих для оболочки и зоны подкрепления:

$$v = \{v_i\}, \quad 1 \leq i \leq t, \quad (1)$$

где v_i - вектор перемещений узла.

Обозначим теперь через v^0 перемещения узлов, которые получаются из аналитического решения задачи о напряженно-деформированном состоянии цилиндрической оболочки с неподкрепленным круглым отверстием радиуса r_2 под действием заданной внешней нагрузки /3/. Через \bar{v} обозначим перемещения узлов оболочки, обусловленные силами взаимодействия с зоной подкрепления

$$F_{об} = \{F_i\}, \quad 1 \leq i \leq t. \quad (2)$$

Тогда имеем

$$v = v^0 + \bar{v}. \quad (3)$$

Используя стандартную зависимость $F_{об} = K_{об} \bar{v}$, где $K_{об}$ - матрица жесткости оболочки с круглым вырезом, на основании (3) получим

$$F_{об} = K_{об} v - F_{об}^0. \quad (4)$$

Здесь $\bar{F}_{об}^0 = K_{об} \nu^0$ - известный вектор, который можно рассмат-
ривать как вектор сил, вызывающий перемещения ν^0 .

Для зоны подкрепления, рассматриваемой как подконструкция, можно записать

$$K_n \nu = F_n + F_n^0$$

$$F_n = K_n \nu - F_n^0, \quad (5)$$

K_n - матрица жесткости зоны подкрепления, отнесенная к общим оболочкой узловым перемещениям; F_n - силы взаимодействия зоны подкрепления с оболочкой; F_n^0 - вектор узловых сил, эквивалентных внешней нагрузке, приложенной к зоне подкрепления.

Суммируя (4) и (5) и имея в виду, что $F_n + F_{об}^0 = 0$, получим

$$K \nu = F_{об}^0 + F_n^0, \quad (6)$$

$K = K_{об} + K_n$ - матрица жесткости всей системы.

Некоторые детали изложенной методики рассмотрены в /5/.

По разработанному алгоритму была составлена программа на языке ФОРТРАН-IV. Для оценки точности методики были сначала рассмотрены тестовые задачи - оболочка с круглым вырезом, подкрепляющим кольцом постоянного сечения, оболочка с неподкрепленным круглым эллиптической формы. Полученные результаты расчета сопоставлялись с результатами аналитических решений, имеющимися в литературе /1,6/.

В качестве параметров, характеризующих размеры оболочки, выреза и подкрепления приняты следующие величины:

$$\omega = 0,5 \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \cdot z_0 / \sqrt{R h}, \quad \bar{z}_1 = z_1 / z_0, \quad \bar{h}_1 = h_1 / h.$$

Здесь R - радиус оболочки, z_0 - радиус выреза, z_1 - радиус внешней границы подкрепления, μ - коэффициент Пуассона. Для эллиптического выреза $z_0 = 0,5(a_0 + b_0)$, где a_0, b_0 - полуоси эллипса, ориентированные по осям x и y соответственно.

Некоторые результаты решения тестовых задач для оболочки с круглым вырезом и подкрепляющим кольцом постоянного сечения приведены в таблице I. В ней представлены максимальные напряжения в внутреннем контуре подкрепляющего кольца, отнесенные к значению напряжений, возникающих в оболочке без выреза. Через $\bar{\sigma}_p^c$,

$\bar{\sigma}_\theta^c$, $\bar{\sigma}_{\rho\theta}^c$ обозначены напряжения, действующие в срединной поперечности, через $\bar{\sigma}_\rho^u$, $\bar{\sigma}_\theta^u$, $\bar{\sigma}_{\rho\theta}^u$ - максимальные изгибные напряжения и напряжения кручения, через $\bar{\sigma}_{max}$ - наибольшие значения эквивалентных напряжений у поверхности кольца, подсчитанные по теории прочности энергии формоизменения. Числитель соответствует решению задачи по методу конечных элементов, знаменатель - аналитическому решению по методике работы [1]. Параметры оболочки, выреза и кольца принимались равными: в задаче осевого растяжения - $\omega = 2$, $\bar{z}_1 = 1$, $h_1 = 2$; в задаче действия внутреннего давления - $\omega = 2$, $\bar{z}_1 = 1$, $h_1 = 3$.

Таблица I

	Тип подкрепл.	$\bar{\sigma}_\rho^c$	$\bar{\sigma}_\theta^c$	$\bar{\sigma}_{\rho\theta}^c$	$\bar{\sigma}_\rho^u$	$\bar{\sigma}_\theta^u$	$\bar{\sigma}_{\rho\theta}^u$	$\bar{\sigma}_{max}^u$
Осевое растяжение	симметр.	$\frac{0,015}{0}$	$\frac{3,132}{3,073}$	$\frac{-0,023}{0}$	$\frac{0,006}{0}$	$\frac{-0,816}{-0,790}$	$\frac{-0,003}{0}$	$\frac{3,94}{3,86}$
	внутрен.	$\frac{0,015}{0}$	$\frac{3,054}{2,984}$	$\frac{-0,022}{0}$	$\frac{0,012}{0}$	$\frac{-0,773}{-0,733}$	$\frac{-0,008}{0}$	$\frac{3,82}{3,714}$
	наружн.	$\frac{0,015}{0}$	$\frac{3,213}{3,070}$	$\frac{-0,023}{0}$	$\frac{0,002}{0}$	$\frac{-0,841}{-0,813}$	$\frac{0,001}{0}$	$\frac{4,04}{3,883}$
Внутреннее давление	симметр.	$\frac{-0,000}{0}$	$\frac{2,861}{2,855}$	$\frac{0,005}{0}$	$\frac{-0,016}{0}$	$\frac{-2,122}{-2,220}$	$\frac{-0,034}{0}$	$\frac{4,976}{5,06}$
	внутрен.	$\frac{0,000}{0}$	$\frac{3,384}{3,454}$	$\frac{0,005}{0}$	$\frac{-0,015}{0}$	$\frac{-0,129}{-0,162}$	$\frac{-0,036}{0}$	$\frac{3,50}{3,620}$
	наружн.	$\frac{-0,001}{0}$	$\frac{2,764}{2,590}$	$\frac{0,005}{0}$	$\frac{-0,021}{0}$	$\frac{-3,654}{-3,647}$	$\frac{-0,033}{0}$	$\frac{6,408}{6,245}$

При 650 порядке разрешающей системы уравнений для случая осевого растяжения погрешность в определении $\bar{\sigma}_{max}^u$ равна: для симметричного подкрепления - 2,1 %, для внутреннего подкрепления - 3,0 %, для наружного подкрепления - 4,2 %. Для случая нагружения оболочки внутренним давлением при 800 порядке разрешающей системы погрешность составила для перечисленных видов подкрепления 1,4; 3,1 и 2,6 % соответственно. Для других значений ω , \bar{z}_1 и h_1 были получены погрешности такого же порядка.

В таблице 2 приведены результаты расчетов оболочки с неподкрепленным эллиптическим вырезом для $\omega = 1,607$. Значение \bar{z}_2

...нималось равным 1,8%. В случае осевого растяжения оболочки главной осью эллипса располагалась по направляющей цилиндра, а в случае нагружения оболочки внутренним давлением - вдоль образующей, т.е. рассматривались случаи, приводящие к наибольшей концентрации напряжений. Сравнение ведется с результатами аналитического решения, полученного методом возмущения формы границы с учетом приближений /6/. Как следует из таблицы, расхождение в определении $\bar{\sigma}_{max}^3$ составило: для осевого растяжения оболочки - 0,4%; для действия внутреннего давления - 1,8%. Порядок разрешающей системы уравнений при этом был равен: в первом случае - 650, во втором - 800.

Таблица 2

	σ_0/σ_0	$\bar{\sigma}_r^c$	$\bar{\sigma}_\theta^c$	$\bar{\sigma}_{r\theta}^c$	$\bar{\sigma}_r^u$	$\bar{\sigma}_\theta^u$	$\bar{\sigma}_{r\theta}^u$	$\bar{\sigma}_{max}^3$
осев. растяж.	$1,3^{-1}$	$\frac{0,123}{0}$	$\frac{6,340}{6,249}$	$\frac{-0,211}{0}$	$\frac{0,037}{0}$	$\frac{-1,796}{-1,754}$	$\frac{-0,001}{0}$	$\frac{8,101}{8,130}$
внутр. давление $\theta = 0$	1,3	$\frac{-0,067}{0}$	$\frac{8,835}{8,800}$	$\frac{0,088}{0}$	$\frac{-0,129}{0}$	$\frac{-7,812}{-7,524}$	$\frac{-0,102}{0}$	$\frac{16,620}{16,324}$

Решение тестовых задач свидетельствует о достаточно высокой точности результатов, получаемых по разработанной методике.

Ниже приводятся некоторые результаты, характеризующие влияние изменения формы выреза или внешней границы подкрепления на величину максимальных напряжений. За базовый вариант была принята оболочка с круглым вырезом, подкрепленным кольцом постоянного сечения, с параметрами $\omega = 2$, $\bar{r}_1 = 1,5$, $h_1 = 3$.

В задаче об осевом растяжении оболочки по сравнению с базовым вариантом изменялась форма выреза - вместо круглого выреза был эллиптический, причем площадь эллипса принималась равной площади исходного круга. Результаты расчета приведены в таблице 3, где в числителе даны значения $\bar{\sigma}_{max}^3$, а в знаменателе - их отношение к соответствующим величинам базового варианта. При симметричном подкреплении максимальные напряжения, имеющие место по внутреннему контуру подкрепляющего кольца при $\theta = \pi/2$, за счет эллиптичности выреза существенно снижаются - до 27,7% для просчитанных параметров. Несколько меньше влияние формы выреза в случае несимметричного подкрепления. При внутреннем подкреплении максимальные

напряжения в нем снижаются весьма существенно, однако наибольшие оказываются уже напряжения в оболочке по границе с подкрепляющим кольцом. В нашем случае они превышают максимальные напряжения базового варианта.

Таблица 3

Тип подкрепления	Осевое растяжение			Внутреннее давление		
	a_0/b_0			a_1/b_1		
	1,0	1,3	1,5	1,0	1,5	1,7
симметр.	<u>3,116</u>	<u>2,498</u>	<u>2,254</u>	<u>5,067</u>	<u>4,315</u>	<u>4,225</u>
	1,000	0,802	0,723	1,000	0,851	0,834
внутреннее	<u>2,378</u>	<u>2,638</u>	<u>2,581</u>	<u>3,620</u>	<u>3,309</u>	<u>3,232</u>
	1,000	1,109	1,085	1,000	0,914	0,893
наружное	<u>3,560</u>	<u>3,084</u>	<u>3,162</u>	<u>6,245</u>	<u>5,715</u>	<u>5,616</u>
	1,000	0,866	0,878	1,000	0,991	0,892

В задаче о действии внутреннего давления по сравнению с базовым вариантом круговая форма внешней границы подкрепления заменялась на эллиптическую. Площадь эллипса, как и в предыдущем случае, принималась равной площади исходного круга, т.е. объем подкрепления оставался неизменным. Результаты расчета приведены в таблице 3. Для рассмотренных отношений осей эллиптической внешней границы максимальные напряжения имеют место на внутреннем контуре подкрепления и для всех типов подкрепления уменьшаются по величине по сравнению с соответствующими величинами базового варианта. Так, например, при симметричном подкреплении они снижаются на 16,6 % при $a_1/b_1 = 1,7$.

Л и т е р а т у р а

1. Хазанов Х.С. Напряженное состояние цилиндрической оболочки с подкрепленным круглым отверстием. - В кн.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Труды Куйбышевского авиац. ин-та им.С.П.Королева. - Куйбышев: КуАИ, 1968, вып.39, с.3-25.

2. Карякин В.Б., Хазанов Х.С. Использование аналитического решения для построения матрицы жесткости цилиндрической оболочки с круглым вырезом. - В кн.: Вопросы прочности и долговечности

элементов авиационных конструкций. Межвузовский сборник. - Куйбышев: КуАИ, 1979, вып. 5, с.44-57.

3. Хазанов Х.С. К расчету цилиндрических оболочек с круглыми отверстиями. - В кн.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Труды Куйбышев. авиац. ин-та им.С.П.Королева. - Куйбышев: КуАИ, 1967, вып. 29, с.3-17.

4. Карякин В.Б. Исследование эффективности некоторых изопараметрических конечных элементов оболочки. - Куйбышев, 1980. - 32 с. - Рукопись представлена Куйбышев. авиац. ин-том им.С.П.Королева. Деп. в ВИНТИ 11 ноября 1980 г., № 4728-80 Деп.

5. Карякин В.Б., Хазанов Х.С. Расчет цилиндрической оболочки с вырезом, подкрепленным кольцом переменной жесткости. - Куйбышев, 1982. - 24 с. - Рукопись представлена Куйбышев. авиац. ин-том им. С.П.Королева. Деп. в ВИНТИ 22.04.82 г., № 1963-82 Деп.

6. Чехов В.Н. О распределении напряжений в цилиндрической оболочке с эллиптическим отверстием. - Прикл. механика, 1971, 7, № 11, с.41-46.

УДК 539.3

Н.Н.Столяров, Р.Н.Додзина

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКИХ ПАНЕЛЕЙ

В работе предлагается алгоритм исследования устойчивости и критического поведения гибких прямоугольных в плане панелей, находящихся под действием поперечной нагрузки. Алгоритм основан на комбинации методов конечных разностей, дифференцирования по параметру l и приеме использования в качестве параметра прослеживания равновесных состояний прогиба в центре. Предлагается эффективная процедура решения линеаризованной системы уравнений.

Для панелей с различными условиями закрепления кромок получены значения верхней - $P_{\text{в}}$ и нижней - $P_{\text{н}}$ критических нагрузок. Установлены значения параметра кривизны панели, при которых возникает явление хлопка. Исследовано влияние на критические нагрузки,