

Предложенный метод расчета позволяет определить предельное состояние детали в условиях случайного динамического воздействия. При этом учитываются конструктивные факторы, вид нагружения, структура случайного процесса, математическое ожидание и заданная вероятность разрушения. Расчетные зависимости дают возможность существенно уменьшить объем экспериментального материала (не требуется оценивать чувствительность материала к концентрации напряжений и масштабному фактору), а также избежать погрешностей вычислений, связанных с использованием гипотез суммирования усталостных повреждений.

Л и т е р а т у р а

1. Weibull W. A statistical theory of the strength of materials. - Proc. Roy. Swed. Inst. Eng. Res., 1939, N151, p. 5-48.
2. Кобаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени. - М.: Машиностроение, 1977. - 232 с.
3. Степнов М.Н., Гиацинтов Е.В. Усталость легких конструкционных сплавов. - М.: Машиностроение, 1973. - 318 с.
4. Завалич И.Г., Шефер Л.А. Прогнозирование усталостной долговечности на основе характеристических параметров процессов нагружения. - Проблемы прочности, № 10, 1982, с. 25-30.
5. Гриненко Н.И., Завалич И.Г., Шефер Л.А. Влияние асимметрии процессов на долговечность при гармоническом и случайном нагружении. - Проблемы прочности, № 5, 1985, с. 74-77.

УДК 678.5:539.4

Г.П.Зайцев

МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ КОСОМ УДАРЕ

Вопрос об определении динамической силы, действующей на полую изотропную оболочку двойной кривизны при поперечном упругом ударе шаром, рассмотрен в работе /1/. Влияние анизотропии цилиндрической оболочки на величину и время действия динамической силы при поперечном ударе шаром рассмотрено в работе /2/. В данной статье в приближенной постановке рассмотрены вопросы определения динамической силы, действующей на ортотропную оболочку двойной кривизны при косом ударе шаром, и виды разрушений при таком ударе

(рис.1). Основные исходные уравнения при этом будут выглядеть так:

$$\begin{aligned} L_{11} u + L_{12} v + L_{13} w &= h\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ L_{21} u + L_{22} v + L_{23} w &= h\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$L_{31} u + L_{32} v + L_{33} w = z,$$

где

$$\begin{aligned} L_{11} &= C_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + C_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ L_{21} = L_{12} &= (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ L_{13} = L_{31} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{C_{12}}{R_2} + \frac{C_{11}}{R_1} \right) \\ L_{22} &= C_{66} \frac{\partial}{\partial x^2} + C_{22} \frac{\partial}{\partial y^2} \\ L_{23} = L_{32} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{C_{22}}{R_2} + \frac{C_{12}}{R_1} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$L_{33} = \frac{C_{22}}{R_2^2} + \frac{C_{11}}{R_1^2} + D_1 \frac{\partial}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

$$C_{11} = \frac{E_1 h}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}; \quad C_{22} = \frac{E_2 h}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}; \quad C_{66} = G_{12} h$$

$$C_{12} = \nu_{12} C_{22} = \nu_{21} C_{11}, \quad D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})}, \quad D_{66} = \frac{G_{12} h^3}{12}$$

$$D_{22} = \frac{h^3 E_2}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})}, \quad D_{12} = \nu_{12} D_{22} = \nu_{21} D_{11}.$$

Используя преобразование Лапласа, получим

$$\begin{aligned} (L_{11} - h\rho\rho^2) u_* + L_{12} v_* + L_{13} w_* &= 0 \\ L_{21} u_* + (L_{22} - h\rho\rho^2) v_* + L_{23} w_* &= 0 \\ L_{31} u_* + L_{32} v_* + (L_{33} + h\rho\rho^2) w_* &= z_*, \end{aligned} \quad (3)$$

откуда

$$w_* = [(L_{11} - h\rho\rho^2)(L_{22} - h\rho\rho^2) - L_{21} L_{12}] \psi_*. \quad (4)$$

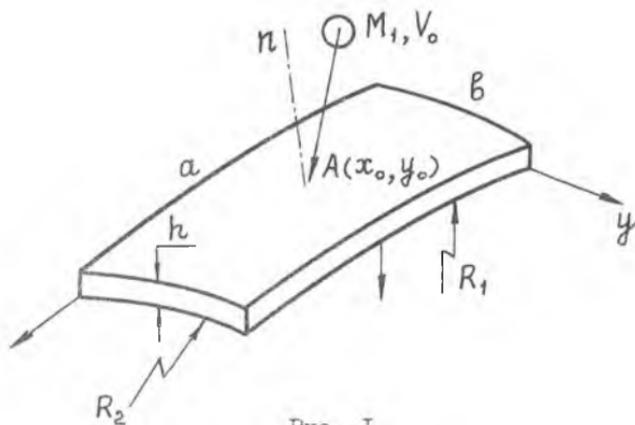


Рис. I

Величину φ_* определяем из уравнения

$$L(\varphi_*) = Z_*, \quad (5)$$

где оператор L имеет вид

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} - h\rho\rho^2 & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} - h\rho\rho^2 & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} + h\rho\rho^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

φ_* и Z_* разлагаются в двойные ряды по синусам, откуда получаем выражение φ_* и затем определяем из (4) w_* .

Пусть /2/

$$w_* = w_{0*} - w_{1*},$$

где

$$w_{0*} = \frac{4P_*}{abhp} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x_0}{a_0} \sin \frac{m\pi y_0}{b_0}}{\rho^2 + \omega_{mn}^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (7)$$

пробег свободно опертой прямоугольной пластинки; w_{1*} - член, учиты-
вающий кривизну оболочки

$$w_{1*} = \frac{4P_*}{abhp} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x_0}{a_0} \sin \frac{n\pi y_0}{b_0}}{\rho^2 - \omega_{mn}^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cdot \frac{(p^4 + a_{mn}^2 p^2 + b_{mn}^4) \omega_{mn}^2}{p^6 + c_{mn}^2 p^4 + d_{mn}^4 p^2 + c_{mn}^6} \quad (8)$$

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\pi^4}{a^4 p^6} [D_{11} m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) m^2 n^2 + D_{22} n^4] \quad (9)$$

$$\omega_0^2 = \frac{C_{11}}{h\rho R_1^2} + \frac{C_{22}}{h\rho R_2^2}; \quad \lambda = \frac{a}{b}. \quad (I0)$$

Величины $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$ не приводятся, т.к. в данной приближенной постановке исключаются из рассмотрения. Используя первый член ряда (7) при $m = n = I$ и разлагая в ряды по степеням ρ при центральном ударе $x_0 = \frac{a}{2}, y_0 = \frac{b}{2}$, получим первое приближение w_* в виде

$$w_* = \frac{4P_*}{a b h \rho} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{\omega_{11}^2 + \omega_0^2}{\rho^4} \right) + \dots \quad (II)$$

Далее, используя методы, изложенные в /1/ и /2/, получаем динамическую силу $P(t)$ в первом приближении:

$$P(t) \cong \left(\frac{V_0}{K} \right)^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\Gamma(\frac{3}{2})} - \frac{V_0^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{3}{2}}} \left[3 \left(\frac{1}{2M_1} + \frac{2}{M} \right) \frac{t^4}{4!} - \frac{b(\omega_{11}^2 + \omega_0^2)}{6! M} t^6 \right] + \frac{21V_0}{2K^3} \left(\frac{1}{2M_1} + \frac{2}{M} \right) \frac{t^{\frac{13}{2}}}{\Gamma(\frac{13}{2})} \right\}, \quad (I2)$$

где M - масса оболочки, M_1 - масса шара,

$$K = \sqrt[3]{\frac{9}{16R} \left(\frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_{np}^2}{E_{np}} \right)^2} \quad \text{из /2/;} \quad (I3)$$

R, E, ν - радиус и характеристики упругости внедряемого тела.

Можно показать из работы /3/, что

$$\frac{1-\nu_{np}^2}{E_{np}} = \frac{b_{11}b_{33} - b_{13}^2}{2b_{11}(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})} \quad (I4)$$

Величины a_1 и a_2 определяем из уравнения:

$$b_{11}b_{44}a^2 + [(b_{13} + b_{44})^2 - b_{11}b_{33} - b_{44}^2]a + b_{33}b_{44} = 0$$

$$b_{11} = E \frac{[1 - (\nu')^2] \frac{E_1}{E_1}}{(1+\nu)[1-\nu - 2(\nu')^2] \frac{E_1}{E_1}}; \quad b_{33} = E' \frac{1-\nu}{1-\nu - 2(\nu')^2] \frac{E_1}{E_1}}$$

$$b_{44} = G'; \quad b_{13} = E \frac{\nu'}{1-\nu - 2(\nu')^2] \frac{E_1}{E_1}}; \quad E' = E_3$$

$$\nu = \frac{\frac{1}{G_{12}} + \frac{6\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2}}{\frac{3}{E_1} + \frac{3}{E_2} + \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1}}; \quad E = \frac{8}{\frac{3}{E_1} + \frac{3}{E_2} + \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1}}$$

$$G' = \frac{G_{23} \cdot G_{13}}{G_{13} + G_{23}}; \quad \nu' = \frac{\nu_{32} + \nu_{31}}{2}; \quad (I5)$$

$\nu_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_{12}, \nu_{32}, \nu_{31}$ - характеристики упругости ортотропного материала.

Продолжительность удара t определим из уравнения:
при $P(t) = 0$:

$$At^5 + Bt^{\frac{5}{2}} - Ct^{\frac{5}{2}} + 1 = 0 \quad (I6)$$

$$A = \frac{21V_0}{K^3} \left(\frac{1}{2M_1} + \frac{2}{M} \right)^2 \frac{\Gamma(\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{15}{2})}$$

$$B = \frac{(\omega_{11}^2 + \omega_0^2)}{5!M} \Gamma(\frac{5}{2}) \frac{V_0^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{3}{2}}}$$

$$C = \frac{V_0^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{1}{2M_1} + \frac{2}{M} \right) \frac{\Gamma(\frac{5}{2})}{8}$$

Если примем $\omega_0 = 0$, то значит $R_1 = R_2 = \infty$ и получим продолжительность удара по ортотропной пластинке. При $R_1 = \infty$ или $R_2 = \infty$ получим продолжительность удара по ортотропной цилиндрической оболочке. В самом первом приближении время действия ударника на оболочку составляет

$$t_0 = \sqrt[5]{\left[\frac{16}{\Gamma(\frac{5}{2})} \right]^2 \frac{K^3}{V_0} M_1} \quad (I7)$$

Время, при котором $P = P_{\max}$, будет

$$t_1 = \sqrt{\left[\frac{6}{\Gamma(\frac{5}{2})} \right]^2 \frac{K^3}{V_0} M_1} \quad (I8)$$

При больших скоростях время пробивания равно $t = \frac{h}{V_0}$. При пробивании с заметной потерей скорости время пробивания равно

$$t = \frac{M_1(2hV_0 - \sqrt{4h^2V_0^2 - \frac{4h^2}{M_1}(E_p + E_u)})}{E_p + E_u} \quad (I9)$$

т.е. E_u, E_p - энергия изгиба и разрушения.

Полагая, что оболочка достаточно пологая и кривизной можно в первом приближении пренебречь, определяем величину прогиба и напряжений в виде:

$$w(x, \frac{a}{2}, y) = \frac{2P(t)\beta^2}{\pi^3 \sqrt{D_1 D_2}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{(S_1^2 - S_2^2)} \sin \frac{\pi y}{\beta} \cdot \left[\frac{S_1}{ch \frac{\pi S_2 a}{2\beta}} \cdot \operatorname{Sh} \frac{\pi S_2}{\beta} x - \frac{S_2}{ch \frac{\pi S_1 a}{2\beta}} \operatorname{sh} \frac{\pi S_1}{\beta} x \right] \right\}$$

$$\sigma_1 = -\frac{12}{h^3} z (D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \quad (20)$$

$$\sigma_2 = -\frac{12}{h^3} z (D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2})$$

$$\tau_{12} = -\frac{24}{h^3} z \cdot D_K \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Используя соответствующие критерии прочности применительно к ортотропному слоистому телу, можно определить четыре вида воздействия ударяемого тела на ортотропную пологую оболочку: пробивание, нанесение повреждений в виде разрушения волокон, нанесение повреждений в виде расслоений, упругий отскок. Пробивание можно определить по уравнению

$$\sigma_i + \sigma_{i0} \geq \sigma_i^p; \quad i = 1, 2, \quad (21)$$

где σ_i - напряжение от удара; σ_{i0} - эксплуатационное напряжение; σ_i^p - предел прочности при растяжении вдоль оси x или y .

Расслоение вдоль направления основного армирования определяется так:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_1^p}\right)^2 - \frac{\sigma_2 \sigma_1}{(\sigma_1^p)^2} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_2^p}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^p}\right)^2 \geq 1, \quad (22)$$

где σ_1^p , σ_2^p , τ_{12}^p - пределы прочности при растяжении материала в первом и во втором главных направлениях и при сдвиге в плоскости листа; σ_1 , σ_2 , τ_{12} - действующие нормальные и касательные напряжения в плоскости листа.

Межслоевое расслоение определяется по зависимости

$$\sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2} \geq \tau_{м.р.}, \quad (23)$$

где $\tau_{м.р.}$ - предел прочности при межслоевом расслоении;

$$\tau_{xz} = \frac{12P(t)B^2}{h^3 \pi^3 \sqrt{D_1 D_2}} \left(\frac{h^2}{4} - z^2\right) \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{s_1^2 - s_2^2} \sin \frac{\pi y}{B} \cdot \right.$$

$$\left[D_3 \frac{\pi^3}{B^3} s_1 s_2 \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{\pi s_2}{B} x}{\operatorname{ch} \frac{\pi s_2}{2B} a} - \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi s_1}{B} x}{\operatorname{ch} \frac{\pi s_1}{2B} a} \right) - \right. \quad (24)$$

$$\left. - D_1 \frac{\pi^3}{B^3} s_1 s_2 \left(s_2^2 \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi s_2}{B} x}{\operatorname{ch} \frac{\pi s_2}{2B} a} - s_1^2 \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi s_1}{B} x}{\operatorname{ch} \frac{\pi s_1}{2B} a} \right) \right\};$$

$$\tau_{yz} = \frac{12P(t)\beta^2}{h^3\pi^3\sqrt{D_1D_2}} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{S_1^2 - S_2^2} \cdot \frac{\pi}{\beta} \cdot \cos \frac{\pi y}{\beta} \right.$$

$$\left[D_2 \frac{\pi^2}{\beta^2} \left(S_1 \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi S_2 x}{\beta}}{\operatorname{ch} \frac{\pi S_2 a}{2\beta}} - S_2 \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi S_1 x}{\beta}}{\operatorname{ch} \frac{\pi S_1 a}{2\beta}} \right) - \right. \\ \left. - D_3 \frac{\pi^2}{\beta^2} S_1 S_2 \left(S_2 \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi S_2 x}{\beta}}{\operatorname{ch} \frac{\pi S_2 a}{2\beta}} - S_1 \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi S_1 x}{\beta}}{\operatorname{ch} \frac{\pi S_1 a}{2\beta}} \right) \right] \Bigg\},$$

где

$$S^4 + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) S^2 + \frac{E_1}{E_2} = 0 - \text{уравнение для определения } S_1 \text{ и } S_2.$$

Предельную скорость отскока можно определить из уравнений (16), (18), (20), (21), (22), (23) как максимальную скорость ударника, вызывающую пробивание, повреждение или расслоение материала оболочки.

Выше было рассмотрено воздействие ударяющего тела на оболочку по нормали к поверхности оболочки. При косом ударе в первом приближении действующую силу $N(t)$ надо разложить на поперечную $P(t)$ и продольную $Q(t)$. Вертикальное перемещение $w_q(x, y, t)$ от продольной силы пропорционально продольному перемещению от поперечной силы $P(t)$ /4/. Коэффициент пропорциональности равен $\frac{Q(t)}{P(t)}$. В целом при угле между направлением действующей силы и нормалью до 30° увеличение всех видов напряжений лежит в пределах до 20 %.

Л и т е р а т у р а

1. Кильчевский Н.А. Теория соударений твердых тел. - Киев: Наукова думка, 1969. - 246 с.
2. Саркисян В.А. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. - Ереван, ЕГУ, 1976. - 534 с.
3. Серенсен С.В., Зайцев Г.П. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами. - Киев: Наукова думка, 1982. - 295 с.
4. Сеймов В.М. Динамические контактные задачи. - Киев: Наукова думка, 1976. - 283 с.