

2. Сеницкий Ю.Э. Конечные интегральные преобразования в задачах динамики упругих и вязкоупругих систем. - Теоретична и приложна механика, София, 1978, т.9, № 3, с.43-49.

3. Reismann H., Culkowski P. Forced axisymmetric motion of shallow spherical shells. - S. Engineering mech. divis. soc. civil engs., 1968, v.94, N2, p.653-670.

4. Бутковский А.Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. - М.: Наука, 1979. - 224 с.

5. Колодяжный А.В., Янютин Е.Г. К расчету начальной осесимметричной реакции пологой сферической оболочки типа Тимошенко при воздействии импульсной нагрузки. - В кн.: Динамика и прочность машин, Харьков, 1972, вып. 15, с.95-99.

6. Naghdi P.M. On the theory of thin elastic shells. - Quart appl. math., 1957, v.14, N4, p.369-380.

7. Сеницкий Ю.Э. Расчет пологой сферической оболочки на действие произвольной динамической нагрузки. - Прикладная механика, 1968, т.4, вып.4, с.66-74.

УДК 539.3

М.Ф.Гарифуллин, И.С.Селин

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ОБОЛОЧЕК

Решение задач динамики оболочек сложной геометрии с учетом подвижности заделки и геометрической нелинейности является достаточно актуальным, так как к этому классу оболочек относятся такие ответственные элементы конструкций, как лопасти винтов, вентиляторов, лопадки турбин и т.д.

Здесь в отличие от оболочек классической геометрии /1/, /2/ коэффициенты квадратичных форм не могут быть вычислены непосредственно, поэтому возникает необходимость в использовании приближенных методов, в частности, известного метода отображения оболочки на некоторую поверхность отсчета, предложенного в работе /3/. Этот метод позволяет рассчитывать широкий класс неклассических оболочечных конструкций.

Однако необходимость соблюдения условия пологости оболочки относительно поверхности отсчета и наличие операции замера расстояний между ними в некоторых случаях вносит затруднения в решение задачи. Поэтому в работе /4/ в отличие от /3/ предложен другой численный метод параметризации оболочки, где базисные векторы \vec{z}_K ($K = 1, 2$) вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{z}_1 &= (\vec{z}_{i,j+1} - \vec{z}_{i,j-1})/2, \\ \vec{z}_2 &= (\vec{z}_{i+1,j} - \vec{z}_{i-1,j})/2, \end{aligned} \quad (1)$$

где \vec{z} - радиус-вектор точки на срединной поверхности оболочки.

В качестве обобщенных координат α^K здесь взяты номера координатных линий: по размаху - (j) и по хорде - (i). Введение таких координат позволяет существенно упростить процесс параметризации, что весьма важно в инженерных расчетах. Вычисление же геометрических коэффициентов с двойной точностью в сочетании с использованием более мелкой расчетной сетки позволяет обеспечить достаточно высокую точность их определения.

Уравнения, описывающие движение оболочки, а также граничные и начальные условия получены в /4/ на основе вариационного принципа Остроградского-Гамильтона:

$$\begin{aligned} \nabla_i R_*^{ik} + A_{ij}^k R_*^{ij} - B_i^{*k} R_*^{i3} &= \rho C_1^k, \\ \nabla_i R_*^{i3} + B_{ik}^* R_*^{ik} - X^3 &= \rho C_1^3, \\ \nabla_i M_*^{ik} + A_{ij}^k M_*^{ij} - N_*^k + M^k &= \rho C_2^k, \\ M_*^{ik} B_{ik}^* + \nabla_i N_*^i - N_*^3 + M^3 &= \rho C_2^3, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\vec{c}_1 = h[\vec{v} + \vec{w}_A + \vec{\varepsilon} \times \vec{z}^* + \vec{\omega} (\vec{\omega} \times \vec{z}^*) + 2\vec{\omega} \times \vec{v}],$$

$$\vec{c}_2 = \frac{h^3}{12} [\vec{y} + \vec{\varepsilon} \times \vec{m}^* + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{m}^*) + 2\vec{\omega} \times \vec{y}],$$

$$\vec{c}_3 = \vec{m}^* \times \vec{c}_2 + \vec{z}^* \times \vec{c}_1,$$

$$\iint_{\sigma} (\vec{X} - \rho \vec{c}_1) d\sigma + \int_c \vec{\Phi} ds = 0,$$

$$\iint_{\sigma} (\vec{z}^* \times \vec{X} + \vec{M} - \rho \vec{c}_3) d\sigma + \int_c (\vec{z}^* \times \vec{\Phi} + \vec{G}) ds = 0,$$

(3)

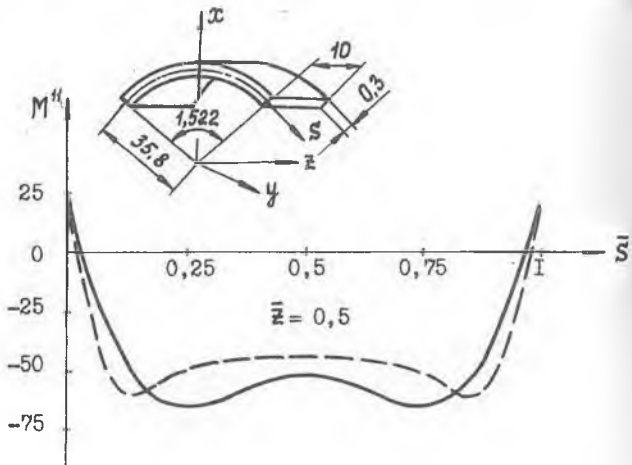


Рис. 1

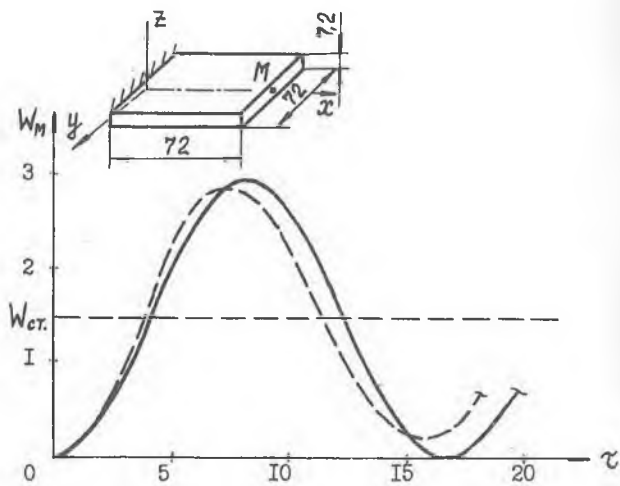


Рис. 2

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}^b &= \bar{\Phi}, & \bar{G}^b &= \bar{G}, \\ \bar{U} &= \bar{U}_0, & \bar{Y} &= \bar{Y}_0, \\ \dot{\bar{U}} &= \dot{\bar{U}}_0, & \dot{\bar{Y}} &= \dot{\bar{Y}}_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения (2) описывают движение оболочки в подвижной системе координат, (3) – движение подвижной системы координат; уравнения (4) описывают граничные условия; (5) – начальные условия задачи.

В связи с тем, что в большинстве случаев нас интересуют нелинейные процессы, возникающие при резком приложении нагрузки, расчет строится с использованием параметра времени. Дифференцирование по времени заменяется конечно-разностными выражениями. Для заданного момента времени τ интегрально-разностным методом [5] строится линеаризованная система, после чего производится итерационное уточнение решения с учетом всех нелинейных составляющих.

По данному алгоритму составлена программа на языке ФОРТРАН-4 применительно к машинам ЕС IO33. Программа унифицирована и позволяет определять напряженно-деформированное состояние пластинчатых оболочечных конструкций в линейной и нелинейной постановках как при статическом, так и динамическом нагружении.

На рис.1 и 2 приведены результаты расчетов. На рис.1 представлен пример расчета цилиндрической панели, заземленной по всем краям и нагруженной равномерной статической нагрузкой. Сплошной линией показаны результаты расчета по данной методике в линейном приближении (была взята сетка IO x IO). Для сравнения здесь же приводятся результаты расчета по [6] (пунктирная кривая).

На рис.2 представлены результаты расчета консольной пластины из гипотетического материала ($E = 7,2 \cdot 10^4$, $\rho = 1$, $\mu = 0,3$) при равномерном приложении равномерно распределенной по всей поверхности нагрузки. Расчет проводился с сеткой 7 x 7 и шагом по времени $\Delta t = 1$. Период свободных колебаний низшего тона данной пластины, вычисленный по линейной модели с использованием гипотезы Кирхгоффа-Лива, составил 16,3. Сплошной линией показаны перемещения точки М, вычисленные по линейной модели, пунктиром – с учетом нелинейности.

Л и т е р а т у р а

1. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. - Наука, 1972. - 432 с.

2. Теория оболочек с учетом поперечного сдвига. Коллективная монография. / Под общ.ред. К.З.Галимова. - Казань: изд-во Казанск. ун-та, 1977. - 211 с.

3. Паймушин В.Н. Задача параметризации срединной поверхности оболочек со сложным контуром в плане и об одном методе ее решения. В кн.: Исследования по теории оболочек. - Тр. семинара / Казань, КФТИ КФАН СССР, 1978, вып.10, с.66-78.

4. Гарифуллин М.Ф. Динамика оболочки с подвижной заделкой. - Казань, 1981. - 7 с. - Рукопись представлена Казанск. авиац. ин-том Деп. в ВИНТИ, 28.05.81, № 2554-81.

5. Вахитов М.Б., Селин И.С., Гарифуллин М.Ф. Расчет на колебания несущих поверхностей с учетом изгиба хорды. - В кн.: Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций, Межвузовский сборник, изд. КуАИ, 1980, с.11-15.

6. Григоленко Я.М., Кокосин С.С. К расчету оболочечных конструкций МКЭ. - Прикладная механика, т. 1У, № 7, 1979, с.3-10.

УДК 518.12:539.4

В.К.Дуплихин, Л.М.Савельев

О ВЫЧИСЛЕНИИ ДИАГОНАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ МАСС НА ОСНОВЕ СОГЛАСОВАННОЙ ФОРМУЛИРОВКИ

Применение диагональной матрицы масс в динамическом расчете конструкции, идеализированной по методу конечных элементов, имеет большие вычислительные преимущества по сравнению со случаем «согласованной» матрицы, имеющей ту же структуру ленточного типа, что и матрица жесткости. Простейший способ получения диагональной матрицы заключается в том, что масса каждого конечного элемента просто сосредоточивается в его узлах, поровну распределяясь между ними. Этот способ обладает физической наглядностью и при достаточно мелкой сетке позволяет получить приемлемую точность. Однако применение его к сложным элементам приводит к снижению скорости сходимости решения по энергии (и, следовательно, к ухудшению точности на реальных сетках) по сравнению со случаем