КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С.П.КОРОЛЕВА
Труды, выпуск 66, 1973 г.

В.Т.Безмельницин

РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННОГО КРЫЛА МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ ПО ПЛАСТИННОЙ АНАЛОГИИ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА СТЕНОК ЛОНЖЕРОНОВ

В многочисленных работах подробно излагается расчет тонкостенных многолонжеронных крыльев на основе пластинной аналогии где прогиб представляется рядом

$$W(x,z)=\sum_{K=0}^{m}\varphi_K(z)x^K, \qquad (I)$$

а для получения системы разрешающих дифференциальных уравнений используется принцип возможных перемещений. В частности, в работе [I] дано подобное решение с учетом нелинейной деформации элементов.

В рамках гипотезы прямой нормали определение касательных напряжений в стенках лонжеронов может быть осуществлено только приближенно по нормальным напряжениям в продольных ребрах и касательным в панелях обшивки, найденным без учета сдвига. Однако, как показывают расчеты, для реальных непрямоугольных профилей крыла найденные таким образом напряжения в стенках лонжеронов имеют большую погрешность.

В связи с этим здесь представлено обобщение результатов работы [I] на случай учета сдвига стенок лонжеронов. Последнее достигается путем отказа от гипотезы прямой нормали в направлении размаха.

Рассмотрим прямое крыло малого удлинения под действием поперечной нагрузки (рис.Iа). Используем для определения его напряженно-деформированного состояния теорию пластин. Полагаем, что гипотеза прямой нормали справедлива для нервюр (т.е. при изгибе по хорде)[ж]. Для стенок лонжеронов (т.е. при изгибе по размаху) учитываем сдвиг, за счет которого нормаль к срединной плоскости до деформации остается прямой, но не перпендикулярной к деформированной срединной поверхности.

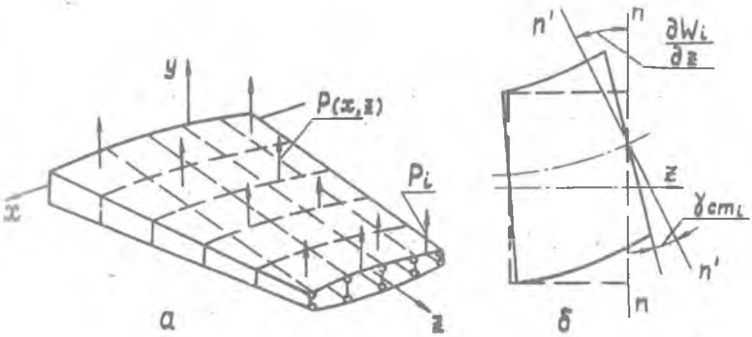

Рис. I

Осевое перемещение u точки i конструкции вдоль оси запишется с учетом сдвига следующим образом:

$$u_i = y_i \left(\gamma_{cm_i} - \frac{\partial W_i}{\partial z} \right), \qquad (2)$$

а перемещение v вдоль оси x по гипотезе прямой нормали

$$v_i = - y_i \frac{\partial W_i}{\partial x}. \qquad (3)$$

Полный прогиб аппроксимируем хорошо зарекомендовавшим себя рядом (I). С целью получения однотипных разрешающих уравнений используем для сдвига аналогичный ряд

$$\gamma_{cm} = \sum_{p=0}^{\ell} \psi_p (z) x^p. \qquad (4)$$

ж) Пренебрежение сдвигом нервюр не приведет, по-видимому, к большой ошибке в связи с небольшой деформацией поперечного сечения.

Тогда для относительной деформации продольного ребра j можно записать

$$\varepsilon_{z_j} = y_j \left(\sum_{p=0}^{\ell} \psi_p' x_j^p - \sum_{k=0}^{m} \varphi_k'' x_j^k \right) . \qquad (5)$$

Деформацию сдвига панели j вычисляем для ее средней точки

$$\gamma_{n_j} = y_j \left(\sum_{p=0}^{\ell} p \psi_p x_j^{p-1} - 2 \sum_{k=0}^{m} k \varphi_k' x_j^{k-1} \right) \qquad (6)$$

и считаем постоянной по ширине. Аналогично для отрезка пояса нервюры между соседними продольными ребрами

$$\varepsilon_{x_j} = -y_j \sum_{k=0}^{m} k(k-1) \varphi_k x_j^{k-2} . \qquad (7)$$

Искомые функции φ_k и ψ_p найдем, используя принцип возможных перемещений, согласно которому

$$\delta U + \delta U_{cm} = \delta A + \sum_i P_i \delta W_i . \qquad (8)$$

Здесь δA – работа распределенных внешних сил на возможных перемещениях(определяется по формуле (I7) работы [I]); второй член в правой части – работа сосредоточенных сил на возможных перемещениях. Через δU обозначена вариация работы деформации без учета сдвига стенок лонжеронов (см.формулу (3) работы [I]). Вариация работы сдвига стенок лонжеронов учитывается членом

$$\delta U_{cm} = \int_0^{\ell} \sum_j \mathcal{G}_{cm_j} \delta_{cm_j} h_{cm_j} (\gamma_{cm_j} - \tilde{\gamma}_{cm_j}) \delta \gamma_{cm_j} dz . \qquad (9)$$

Поставим в (9) значение деформаций согласно (4) - (7). Тогда из (8) можно получить аналогично тому, как это было проделано в [I] , систему разрешающих дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} &(\Phi_{k2} - \Psi_{k2})'' - (\Phi_{k1} - \Psi_{k1})' + \Phi_{k0} = \mathfrak{Z}_k - \tilde{n}_k'' + k \tilde{n}_{o_{k-1}} \qquad k = 0,1,2,\dots m \\ &(\Phi_{p2} - \Psi_{p2})' - \frac{1}{2} (\Phi_{p1} - \Psi_{p1}) + \Psi_{p0} = -\tilde{n}_p' + \frac{1}{2} p \tilde{n}_{o_{p-1}} + \tilde{n}_{cm_p} \qquad p = 0,1,\dots \ell \end{aligned} \qquad (10)$$

и естественных граничных условий

$$\begin{aligned} &\left[(\Phi_{k2} - \Psi_{k2})' - (\Phi_{k1} - \Psi_{k1}) + \tilde{n}_k - k \tilde{n}_{o_{k-1}} \right]_{|z=\ell} = T_k \qquad k = 0,1,2,\dots m \\ &(\Phi_{p2} - \Psi_{p2} + \tilde{n}_p)_{|z=\ell} = 0 \qquad p = 0,1,2,\dots \left| \begin{matrix} m & \text{при } m \geq \ell \\ \ell & \text{при } m < \ell \end{matrix} \right. \end{aligned} \qquad (11)$$

для определения искомых функций φ_κ и ψ_p . При этом учтены геометрические граничные условия в заделке [I] , из которых следует

$$\varphi_\kappa(0)=0. \qquad (I2)$$

Кроме того, необходимо удовлетворить условиям отсутствия осевых перемещений поясов лонжеронов

$$u_i(x_i,0)=y_i\Big[\sum_{p=0}^{\ell}\psi_p(0)x_i^p-\sum_{\kappa=0}^{m}\varphi_\kappa'(0)x_i^\kappa\Big].$$

В зависимости от соотношения числа членов ряда в выражении для прогиба и сдвига получаются следующие условия в заделке:

а) $\ell>m$ $\quad \varphi_\kappa'(0)-\psi_\kappa(0)=0 \qquad \kappa=0,1,2,\dots m$

$\psi_t(0)=0 \qquad t=m+1,\ m+2,\dots \ell$

б) $\ell<m$ $\quad \varphi_p'(0)-\psi_p(0)=0 \qquad p=0,1,\dots \ell$ $\qquad$ (I3)

$\varphi_t'(0)=0 \qquad t=\ell+1,\ \ell+2\dots m$

в) $\ell=m$ $\quad \varphi_\kappa'(0)-\psi_\kappa(0)=0 \qquad \kappa=0,1,2\dots m.$

В уравнениях (IO), (II) использованы обозначения работы [I] и введены новые

$$\Psi_{i0}=\sum_{j=0}^{\ell}\tau_{cm_{i+j}}\psi_j,\quad \Psi_{i1}=\frac{1}{2}i\sum_{j=0}^{\ell}j\,\tau_{o_{i+j-2}}\psi_j,\quad \Psi_{i2}=\sum_{j=0}^{\ell}\bar{\tau}_{i+j}\,\psi_j' \qquad (I4)$$

$$\tau_{cm_p}=\sum_t \mathcal{G}_{cm_t}\delta_{cm_t}h_{cm_t}x_{cm_t}^p,\ T_p=\sum_u P_u x_u^p,\ \tilde{n}_{cm_p}=\sum_t \mathcal{G}_{cm_t}\delta_{cm_t}h_{cm_t}\tilde{\gamma}_{cm_t}x_{cm_t}^p.$$

Решение системы (IO) с учетом граничных условий (II) - - (I3) производилось методом интегрирующих матриц [2], [3] . Числовые решения выполнены для прямого тонкостенного пятилонжеронного крыла удлинения λ = I регулярной структуры непрямоугольного поперечного сечения, постоянного по размаху. В ряде для прогиба удерживалось два, а для сдвига - три члена.

Результаты приведены на рис. 2 и 3 (для сечения заделки) и рис. 4 и 5 (по размаху для наиболее нагруженных элементов) в виде безразмерных графиков нормальных напряжений в продольных ребрах и касательных в стенках лонжеронов. Результаты, полученные по предложенной методике, обозначены сплошны-

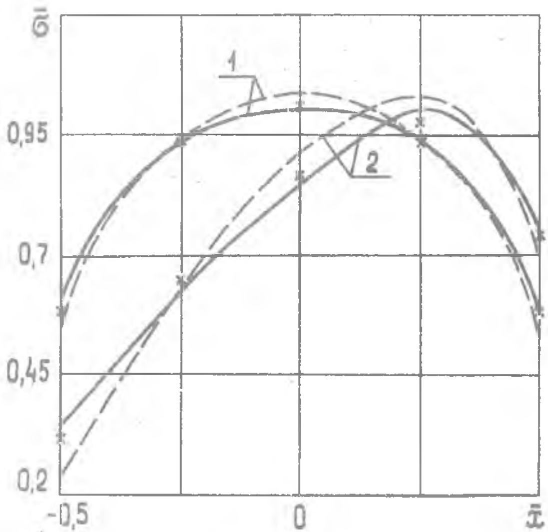

Рис. 2

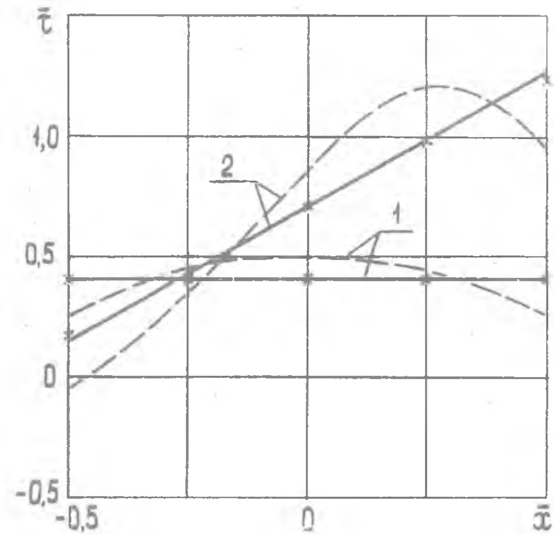

Рис. 3

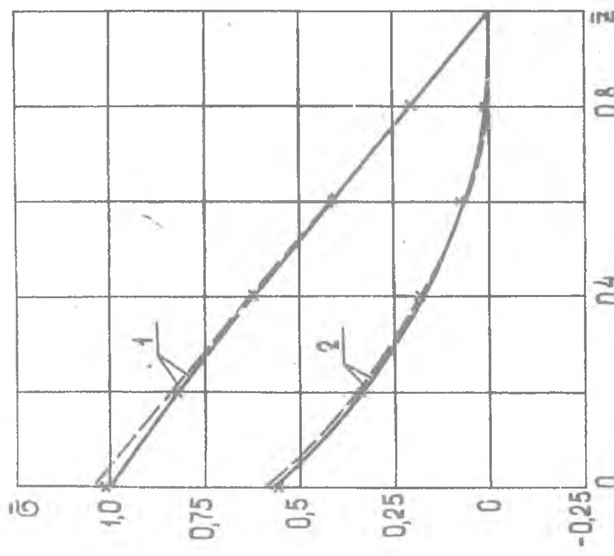
$\bar{\sigma}$
1,0
0,75
0,5
0,25
0
-0,25
0
0,4
0,8
$\bar{z}$
1
2

Рис. 4

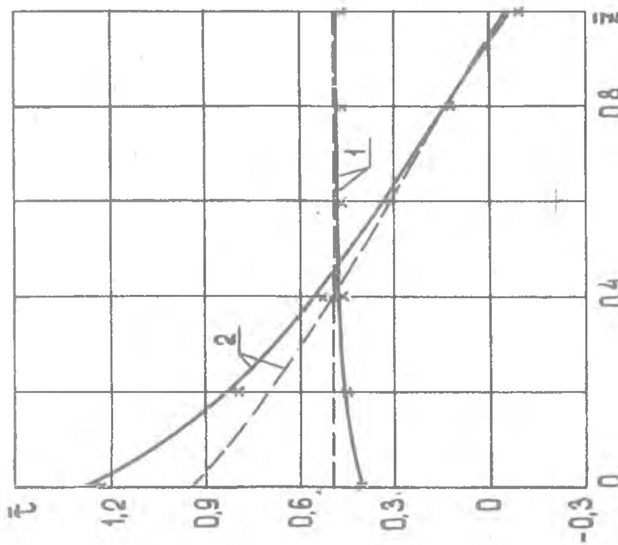
$\bar{\tau}$
1,2
0,9
0,6
0,3
0
-0,3
0
0,4
0,8
$\bar{z}$
1
2

Рис. 5

ми линиями. Ввиду отсутствия экспериментальных данных по касательным напряжениям в стенках лонжеронов сравнение производилось с результатами, полученными по формулам работы [4] на основе теории тонкостенных конструкций Ю.Г.Одинокова [5] (отмечены крестиками на графиках). Приведены также результаты расчета по пластинной аналогии без учета сдвига стенок лонжеронов [I] (штриховые линии).

Из приведенных графиков можно сделать вывод, что как в случае нагружения сосредоточенной силой на свободной кромке крыла (кривые I), так и в случае распределенной нагрузки, имеющей треугольный закон по хорде и постоянной по размаху (кривые 2), учет сдвига стенок лонжеронов вносит существенную поправку в распределение касательных напряжений в них, особенно в зоне заделки.

Л и т е р а т у р а

I. Вахитов М.Б., Сафариев М.С., Безмельницин В.Т. Труды КАИ, вып. I45, I972.
2. Вахитов М.Б. ИВУЗ, "Авиационная техника", № 2, I962.
3. Вахитов М.Б. ИВУЗ, "Авиационная техника", № 3, I966.
4. Сафонов А.С., Вахитов М.Б. ИВУЗ, "Авиационная техника", № 2, I972.
5. Одиноков Ю.Г. Труды КАИ, вып. 20, I948.