КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им.С.П.КОРОЛЁВА

Труды, выпуск 77, 1975 г.

В.М.Белоконов, Б.А.Титов

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЯХ В КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрим автономную нелинейную динамическую систему второго порядка, поведение которой на произвольном интервале времени описывается дифференциальными уравнениями вида

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\xi}_2 = p - L(\sigma)\kappa \\ &\dot{\xi}_1 = \xi_2 \\ &\sigma = \sum_{i=1}^{2} a_i \xi_i \end{aligned}\right\}, \tag{I}$$

где ξ_1, ξ_2 – фазовые координаты, p – малое внешнее возмущение, κ – управляющее воздействие, причем $p/\kappa \ll 1$, a_i –постоянные вещественные числа; L – функция управления следующей структуры:

$$\xi_2 > 0\ ;\ L(\sigma) = \begin{cases} -1\ , & \text{если}\ \ \xi_1 < \varepsilon \\ \ \ 0\ , & \text{если}\ -\lambda\varepsilon < \xi_1 < \varepsilon \\ +1\ , & \text{если}\ \ \xi_1 < -\lambda\varepsilon, \end{cases}$$

$$\xi_2 < 0;\ L(\sigma) = \begin{cases} +1\ , & \text{если}\ \ \xi_1 < -\varepsilon \\ \ \ 0\ , & \text{если}\ -\varepsilon < \xi_1 < \lambda\varepsilon \\ -1\ , & \text{если}\ \ \xi_1 > \lambda\varepsilon . \end{cases} \tag{2}$$

Согласно (2) система имеет зону нечувствительности по ξ_1, шириной 2ε и пространственный гистерезис $\varepsilon(1-\lambda)$, $\lambda < 1$. Кроме того, будем предполагать, что управляющее воздействие κ обладает постоянным временным запаздыванием. В силу малости внешнего возмущения полная энергия системы в процессе движения рассеивается весьма медленно, поэтому рассматриваемую систему можно считать близкой к консервативной.

При сделанных предположениях система такого типа является кусочно-линейной с трехлистной фазовой плоскостью, характерной чертой которой в установившемся режиме является наличие периодических движений (в частном случае автоколебаний) [2] .

Параметры периодических движений (амплитуды колебаний по ξ_1 , ξ_2 и период) существенно зависят от структуры управляющего воздействия, его интенсивности и характера изменения по времени.

В работе рассматриваются периодические движения, развиваемые в системе идеальным П-образным по конфигурации управляющим воздействием и управляющим воздействием экспоненциального типа, являющимся наиболее типичным для ряда технических систем.

Задача исследуется методом точечных преобразований [I] ,позволяющим в данном случае получить аналитические результаты, поскольку система (I) интегрируема в каждой из областей постоянства функции $L(G)$.

Применение этого метода в задаче с идеальным П-образным управляющим воздействием приводит к выражению для амплитуды ξ_2 в одностороннем предельном цикле:

$$\bar{\xi}_2 = \frac{\varepsilon(1-\lambda)}{2n} .$$

Численная оценка дает ξ_2 $=0{,}004\frac{I}{сек}$ при использовании в расчете следующих исходных данных:

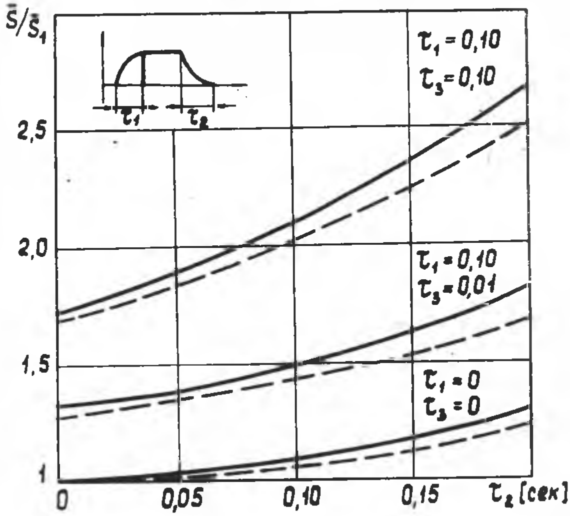
$K = 0{,}00240$ I/сек^2; $p = 0{,}00008$ I/сек^2; $\varepsilon = 0{,}0I$;

$\lambda = 0{,}8$; $n = 0{,}25$ сек.

Полученный результат характеризует предельные возможности системы по расходу энергии, поскольку расход энергии за цикл пропорционален $\bar{\xi}_2$.

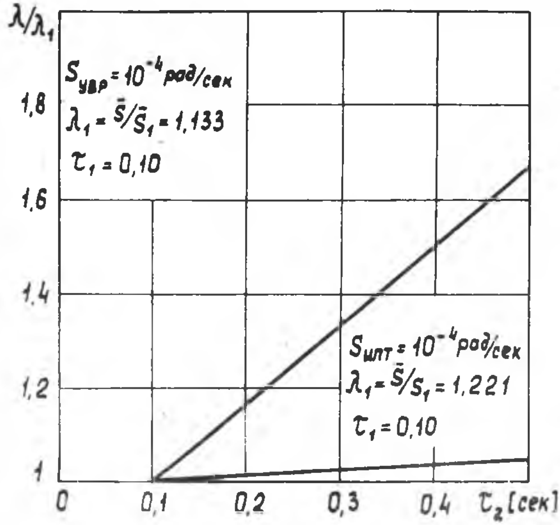
Аналогично можно исследовать периодические движения в системе с управляющим воздействием экспоненциального типа с учетом постоянного временного запаздывания.

Опуская здесь вывод функции соответствия и процедуру поиска неподвижной точки точечного преобразования, приведем конечные результаты расчета амплитуд $\bar{\xi}_2$ (рис.I, сплошные линии). Анализ этих результатов говорит о том, что использование в системе управ-



$\bar{S}/\bar{S}_1$
$\tau_1 = 0,10$
$\tau_3 = 0,10$
$\tau_1 = 0,10$
$\tau_3 = 0,01$
$\tau_1 = 0$
$\tau_3 = 0$
τ_1
τ_2
2,5
2,0
1,5
1
0
0,05
0,10
0,15
τ_2 [сек]

Рис. I



λ/λ_1
$S_{увр} = 10^{-4}$ рад/сек
$\lambda_1 = \bar{S}/\bar{S}_1 = 1,133$
$\tau_1 = 0,10$
$S_{шпт} = 10^{-4}$ рад/сек
$\lambda_1 = \bar{S}/S_1 = 1,221$
$\tau_1 = 0,10$
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
τ_2 [сек]

Рис. 2

ляющего воздействия экспоненциального типа приводит к интенсивному рссту амплитуд ξ_1, ξ_2. Фазовая траектория предельного цикла при этом сильно деформируется, увеличивается расход энергии за цикл, резко снижается точность системы.

Для сравнения на рис.I (пунктирные линии) приведены также результаты расчета амплитуд для идеальной П-образной модели управляющего воздействия.

На рис.2 приведен анализ влияния на параметры периодического движения переменного по времени управляющего воздействия с постоянной интегральной характеристикой

$$F = \int_0^{\tau_u} K(t)\,dt = 10^{-4} \text{ I/сек.}$$

Видно относительно слабое влияние переменного по времени управляющего воздействия на амплитуды $\bar{\xi}_1$ и $\bar{\xi}_2$.

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что на параметры периодического движения системы влияет в основном не конфигурация управляющего воздействия, а его абсолютная величина.

Литература

I. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. Физматгиз, 1969.
2. Гаушус Э.В. К теории бифуркаций точечных преобразований. Доклады АН СССР, 191, № I, 1970.