КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им.С.П.КОРОЛЁВА

Труды, выпуск 77, 1975 г.

Б.А.Титов

# К АНАЛИЗУ ЭКОНОМИЧНОСТИ ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим импульсную систему автоматического управления инерционным объектом, в датчике угла $\varphi$ которой вырабатываются сигналы при переходе этого угла через монотонно возрастающие значения $|\varphi_1|$, $|\varphi_2|$, ..., $|\varphi_n|$. Кроме того, пусть существует устройство, запоминающее значение угла $\varphi_K$ до момента появления сигнала о следующем по времени значении угла $\varphi_{K+1}$ или $\varphi_{K-1}$, $(\varphi_{K-1} < \varphi_K < \varphi_{K+1})$. При $\varphi = \varphi_{K+1}$ вырабатывается управляющий сигнал на одно импульсное включение исполнительных органов для сообщения объекту вращательного импульса $\Delta\dot{\varphi}$ в сторону $\varphi = 0$. При $\varphi = \varphi_{K-1}$ включение исполнительных органов не происходит. Фазовый портрет переходного процесса в такой системе представлен на рис.I.

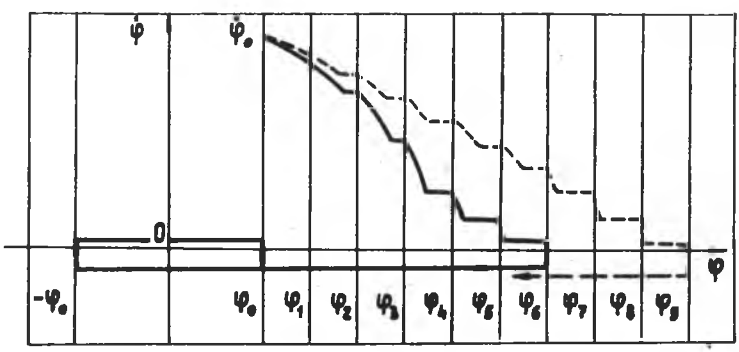



Рис.I

Аналогом рассматриваемой системы может послужить система управления двойным интегратором, стабилизация которой осуществляется при помощи дискретной коррекции по одной из фазовых координат [ I ] . Экономичность систем такого рода определяется, главным образом, величиной и стабильностью минимального управляющего воздействия, развиваемого исполнительными органами. В ряде случаев минимальное управляющее воздействие существенно зависит от температурного режима исполнительных органов и, более того, определяется им.

Настоящая работа посвящена анализу экономичности описанной системы с учетом изменения температурного режима исполнительных органов.

Пусть управляемое движение объекта относительно одной из главных осей инерции в период $\tau_u$ импульса описывается уравнением

$$J\ddot{\varphi} = M(t, æ), \qquad \text{(I)}$$

где $J$ - момент инерции, $M(t, æ)$ - управляющий момент, $æ$ - функция взаимовлияния, характеризующая тепловую инерцию исполнительных органов. Граничные условия имеют вид

$$\varphi_к = \varphi_0 + \Delta\varphi \cdot к, \quad \dot{\varphi}_к = \dot{\varphi}_0 - \Delta\dot{\varphi} к, \quad (к = 0, 1, 2 \ldots).$$

Кроме того, для данной системы в момент прохождения порогового значения $\varphi_к$ датчика угла должно выполняться условие $\varphi_к \dot{\varphi}_к > 0$ . В период $\tau_п$ паузы движение происходит с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi}_к = const$ . Положение системы $\dot{\varphi} = 0$ , $\varphi \neq 0$ является положением неустойчивого равновесия, поэтому сколь угодно малый возмущающий момент выводит систему на траекторию предельного цикла.

Управляющий момент в (I) может быть записан в виде

$$M(t, æ) = cP(t, æ),$$

где $c$ - положительная постоянная, а функция $P(t, æ)$ - управляющее воздействие - определяется из решения следующей системы дифференциальных уравнений, отражающих тепловое состояние исполнительных органов:

$$\begin{aligned} &[T_2 - q(T_2 - T_1)]\dot{P} + P = qP_\infty æ \\ &[T_{æ_2} - q(T_{æ_2} - T_{æ_1})]\dot{æ} + æ = æ_0 - q(æ_0 - æ_\infty). \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь $T_1$ , $T_2$ - постоянные времени выхода на режим и импульса последействия исполнительных органов соответственно; $T_{\text{ж}_1}$ , $T_{\text{ж}_2}$ - постоянные времени нагрева и охлаждения; $\text{æ}_0$ , $\text{æ}_\infty$ - значения функции взаимовлияния, соответствующие начальной и конечной температуре исполнительных органов на установившемся режиме. Функция $q$ является управляющим воздействием и принимает значения I и 0 в период $\tau_u$ импульса и в период $\tau_n$ паузы соответственно.

Оценку экономичности рассматриваемой системы целесообразно провести отдельно для переходного процесса и на установившемся предельном цикле.

Пусть начальное положение системы - $\varphi_0 > 0$ , $\dot{\varphi}_0 > 0$ . За конечное положение принимается траектория устойчивого предельного цикла. Тогда число включений исполнительных органов до выхода на $\dot{\varphi} < 0$ определяется выражением

$$n = E\left[\frac{\dot{\varphi}_0}{k\tau_u}\right] + 1, \tag{3}$$

где символ $E[\;]$ означает целую часть числа.

Определим длительность переходного процесса вначале без учета изменения температуры исполнительных органов. Предположим, что система имеет сильное демпфирование, т.е. при $\varphi_k \dot{\varphi}_k < 0$ исполнительные органы не включаются. Тогда длительность переходного процесса из произвольного начального состояния $(\varphi_0, \dot{\varphi}_0)$ до момента выхода на предельный цикл будет равна сумме

$$T = n\tau_u + \sum_{j=1}^{n-1} \tau_{n_j} + \frac{2\varphi_0 + \Delta\varphi(n-1)}{|\dot{\varphi}_0 - nk\tau_u|} \tag{4}$$

Здесь первое слагаемое - суммарная длительность импульсов исполнительных органов; второе - суммарная длительность пауз ; третье - время пассивного движения до выхода на предельный цикл.

Длительность паузы здесь определяется в соответствии с уравнениями (I) и (2) и выражается формулой

$$\tau_{n_j} = \frac{\varphi_0 + \dot{\varphi}_0\tau_u - jkP[\tau_u^2 - T_1\tau_u(1 - e^{-\tau_u/T_1}) + T_2\tau_2(1 - e^{-\tau_2/T_2})]}{\varphi_0 - jkP[\tau_u - T_1(1 - e^{-\tau_1/T_1}) + T_2(1 - e^{-\tau_2/T_2})]}, \tag{5}$$

где $k = C/J$ , $j = 1, 2, \dots, (n-1)$ .

При учете теплового состояния исполнительных органов длительность переходного процесса будет иной из-за изменения интенсивности отдельных импульсов и соответственного сокращения длительности пауз. Формула (5) в этом случае принимает вид:

$$\tau_{nj}=\frac{\varphi_0-\dot{\varphi}_0\tau_u-\kappa P\left[\tau_u^2-T_1\tau_u(1-e^{-\tau_u/T_1})+T_2\tau_2(1-e^{-\tau_2/T_2})\right]\sum_{i=1}^{j}æ_{0i}}{\dot{\varphi}_0-\kappa P\left[\tau_u-T_1(1-e^{-\tau_u/T_1})+T_2(1-e^{-\tau_2/T_2})\right]\sum_{i=1}^{j}æ_{0i}}, \quad (6)$$

где

$$æ_{0i}=æ_{01}+(æ_{1i}-æ_{01})e^{-\tau_n(i-1)/T_{æ_2}}$$

$$æ_{1i}=æ_{\infty}-(æ_{\infty}-æ_{0i})e^{-\tau_u/T_{æ_1}}, \quad (i=1,2,\dots j).$$

Остальные слагаемые формулы (4) не изменятся.

Подсчитаем теперь величину периода $T_c$ колебаний объекта в режиме предельного цикла. Она равна

$$T_c=2\tau_u+\frac{2\varphi_0}{|\dot{\varphi}_0|}+\frac{2\varphi_0}{\varphi_0-\kappa P\tau_u\,\mathrm{sign}\,\dot{\varphi}_0} \quad (7)$$

Очевидно, что период колебаний будет тем большей величиной, чем меньше будет начальная угловая скорость $\dot{\varphi}_0$ на входе в предельный цикл.

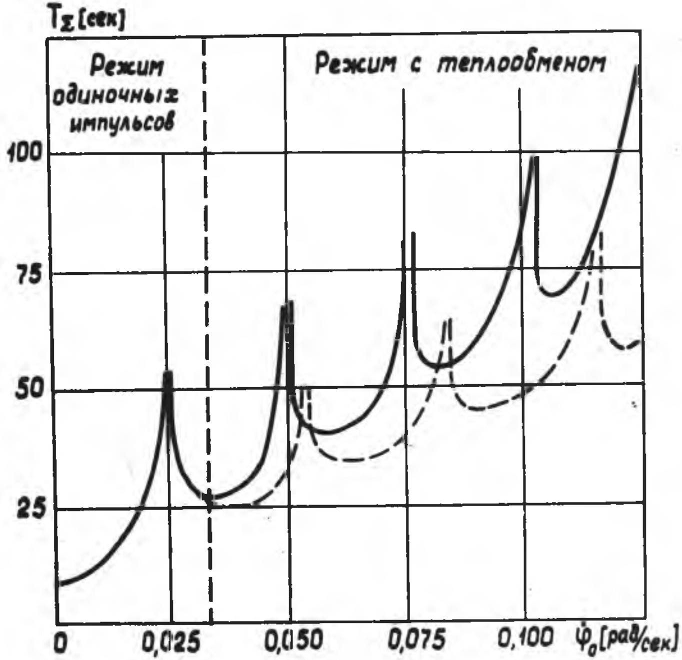
Теоретически при $\dot{\varphi}_0\to 0$ период колебаний $T_c\to\infty$, отсюда расход энергии за цикл будет стремиться к нулю. Практически же интересен тот случай, когда величина $T_c$ минимальна. Минимум (7) достигается при симметричном относительно оси $\varphi$ предельном цикле:

$$T_{c_{min}}=2\tau_u+\frac{4\varphi_0}{|\dot{\varphi}_0|}$$

Заметим здесь, что на величину $T_{c_{min}}$ не влияет температурный режим исполнительных органов, т.к. движение в предельном цикле, как правило, осуществляется с весьма малыми угловыми скоростями.

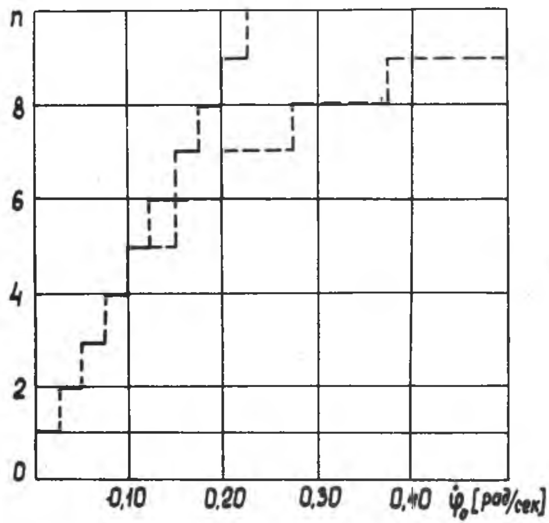
Расчеты, проведенные по формулам (4,5) и (4,6) (рис.2), говорят о существенном сокращении времени переходного процесса в системе автоматического управления с учетом теплового состояния исполнительных органов (пунктирная кривая). Зависимость $T=f(\dot{\varphi}_0)$ имеет бесконечные разрывы в точках, где величина $\dot{\varphi}_0$ кратна величине минимального управляющего воздействия.

При этом значения параметров системы принимались следующими: $\varphi_0$ = 0,I; $\Delta\varphi$ = 0,I; $T_1$ = 0,0I сек; $T_2$ = 0,05 сек; $T_{æ_1}$ = 5 сек; $T_{æ_2}$ = I0 сек; $æ_{01}$ = I; $æ_{\infty}$ = 2; $\kappa P$ = 0,05 сек$^{-2}$.



Т_Σ [сек]
Режим одиночных импульсов
Режим с теплообменом
100
75
50
25
0
0,025
0,050
0,075
0,100
φ̇₀ [рад/сек]


Рис. 2



n
8
6
4
2
0
0,10
0,20
0,30
0,40
φ̇₀ [рад/сек]


Рис. 3

Если оценивать экономичность рассматриваемой системы по быстродействию, то при значениях $\dot{\varphi}_0$ , кратных величине минимального управляющего воздействия, можно получить теоретически бесконечно большой выигрыш во времени переходного процесса. Однако вероятность реализации $\dot{\varphi} = 0$ ничтожно мала.

Оценка экономичности по критерию расхода энергии здесь проведена по подсчету необходимого числа включений исполнительных органов для выхода на траекторию предельного цикла, имея начальную скорость движения $\dot{\varphi}_0$ . Результат представлен на рис.3. Анализ этой зависимости показывает, что учет теплового состояния исполнительных органов приводит к сокращению потребного числа включений и по существу вскрывает энергетические резервы системы.

## Литература

I. Старикова М.В. Приближенное исследование импульсно-релейной системы управления. В сб."Метод гармонической линеаризации в проектировании нелинейных систем автоматического управления". Изд-во "Машиностроение", 1970.