КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С.П.КОРОЛЕВА
Труды, выпуск 66, 1973 г.

И.С.Ахмедьянов, В.В.Горбатенко

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ, НАГРУЖЕННОЙ ЧЕРЕЗ ЭКСЦЕНТРИЧНО РАСПОЛОЖЕННУЮ ЖЕСТКУЮ ШАЙБУ

В работе [I] рассматривалась задача о напряженном и деформированном состоянии сферической оболочки, нагруженной силой и моментом, передающимися на нее через эксцентрично впаянную жесткую круглую шайбу (рис. I). Были получены рас-

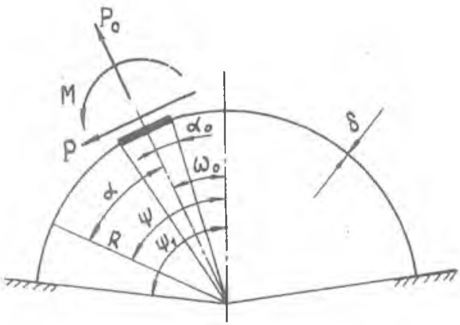

Рис. I

четные формулы для вычисления напряжений и перемещений и записаны граничные условия для случая жесткого защемления нижнего края оболочки. Эти условия, ввиду непараллельности плоскостей шайбы и опорной параллели оболочки, свелись к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных интегрирования.

Ниже предлагается способ упрощения этой системы уравнений и приводятся результаты численных расчетов.

I. В бесконечной системе уравнений, описывающих условия закрепления оболочки по нижнему краю $\psi = \psi_1$ [I], неизвестными являются три группы постоянных: C_k, D_k ($k \geqslant 2$), C_k^*, D_k^* ($k \geqslant 0$) и C_{1n}, D_{1n} ($n \geqslant 0$). Такое большое количество неизвестных создает серьезные трудности при решении системы.

Имеется возможность значительно упростить задачу, выразив значения C_k, D_k, C_k^*, D_k^* через C_{2k}, D_{2k} ($k \geqslant 2$), используя условия сопряжения оболочки с жесткой шайбой [I]:

$$C_k F_k - D_k \mathcal{Y}_k + C_k^* F_k^* + D_k^* \mathcal{Y}_k^* = a_k ,$$

$$C_k F_k + D_k \mathcal{Y}_k - C_k^* F_k^* + D_k^* \mathcal{Y}_k^* = b_k ,$$

$$C_k X_k + D_k Y_k - C_k^* X_k^* + D_k^* Y_k^* = c_k ,$$

$$C_k \Gamma_k - D_k \,\text{[illegible]}\, + C_k^* \Gamma_k^* + D_k^* \Delta_k^* = d_k , \qquad \text{(I)}$$

где

$$a_k = -2\gamma(1+\mu)(C_{2k}\sigma'_{2k} + D_{2k}\tau'_{2k}),$$

$$b_k = -\frac{2k\gamma(1+\mu)}{\sin\alpha_0}(C_{2k}\sigma_{2k} + D_{2k}\tau_{2k}),$$

$$c_k = -2\gamma(C_{2k}p_{2k} + D_{2k}q_{2k}),$$

$$d_k = -2\gamma C_{2k}(\mu\sigma'_{2k} + \lambda\tau'_{2k}) - 2\gamma D_{2k}(\mu\tau'_{2k} - \lambda\sigma'_{2k}).$$

Здесь значения функций F_k, ..., Δ_k^* и a_k, ..., d_k соответствуют углу $\alpha = \alpha_0$.

Рассматривая (1) как систему уравнений относительно C_κ, D_κ, C_κ^* и D_κ^*, вычислим ее определитель:

$$\tilde{D}_\kappa = \begin{vmatrix} F_\kappa & -\mathcal{G}_\kappa & F_\kappa^* & \mathcal{G}_\kappa^* \\ F_\kappa & \mathcal{G}_\kappa & -F_\kappa^* & \mathcal{G}_\kappa^* \\ X_\kappa & Y_\kappa & -X_\kappa^* & Y_\kappa^* \\ \Gamma_\kappa & -\Delta_\kappa & \Gamma_\kappa^* & \Delta_\kappa^* \end{vmatrix} = -\frac{4\kappa(1+\mu)^2}{\sin^3\alpha_0}.$$

Это простое выражение позволяет следующим образом выразить $C_\kappa, \dots, D_\kappa^*$ через $C_{2\kappa}$ и $D_{2\kappa}$:

$$C_\kappa = \frac{a_\kappa + b_\kappa}{2(1+\mu)} Q_1^\kappa \sin\alpha_0 - \frac{\kappa c_\kappa + d_\kappa \sin\alpha_0}{2\kappa(1+\mu)} \operatorname{ctg}^\kappa \frac{\alpha_0}{2} \sin^2\alpha_0,$$

$$D_\kappa = -\frac{a_\kappa - b_\kappa}{2(1+\mu)} P_1^\kappa \sin\alpha_0 - \frac{\kappa c_\kappa - d_\kappa \sin\alpha_0}{2\kappa(1+\mu)} \operatorname{tg}^\kappa \frac{\alpha_0}{2} \sin^2\alpha_0,$$

$$C_\kappa^* = -\frac{a_\kappa - b_\kappa}{4\kappa(\kappa^2-1)} Q_1^\kappa \sin\alpha_0 - \frac{\kappa c_\kappa - d_\kappa \sin\alpha_0}{4\kappa^2(\kappa^2-1)} \left[\frac{2\kappa}{\sin^2\alpha_0} Q_1^\kappa - \operatorname{ctg}^\kappa \frac{\alpha_0}{2}\right] \sin^2\alpha_0,$$

$$D_\kappa^* = -\frac{a_\kappa + b_\kappa}{4\kappa(\kappa^2-1)} P_1^\kappa \sin\alpha_0 + \frac{\kappa c_\kappa + d_\kappa \sin\alpha_0}{4\kappa^2(\kappa^2-1)} \left[\frac{2\kappa}{\sin^2\alpha_0} P_1^\kappa - \operatorname{tg}^\kappa \frac{\alpha_0}{2}\right] \sin^2\alpha_0.$$

Подставляя этот результат в граничные условия для края $\psi = \psi_1$, получаем бесконечную систему уравнений относительно $C_{2\kappa}$, $D_{2\kappa}$ ($\kappa \geqslant 2$), C_{1n}, D_{1n} ($n \geqslant 0$) и C_1^*, D_1^*, C_0^*.

2. На ЭВМ БЭСМ-4 были проведены численные исследования оболочек при нагружении радиальной силой P_0. На рис. 2 и 3 представлены результаты расчета для оболочки с параметрами (в дальнейшем эту оболочку будем называть основной):

$$R = 150\text{см}, \quad \delta = 0{,}3 \text{ см}, \quad \alpha_0 = 6^0, \quad \omega_0 = 20^0, \quad \psi_1 = 90^0,$$
$$\mu = 0{,}3, \quad E = 7\cdot 10^5 \text{ кг/см}^2.$$

На графиках через $\tilde{\sigma}_{\alpha N}$, $\tilde{\sigma}_{\beta N}$, $\tilde{\sigma}_{\alpha m}$ и $\tilde{\sigma}_{\beta m}$ обозначены безразмерные напряжения, определяемые формулами:

$$\tilde{\sigma}_{\alpha N} = \frac{N_\alpha}{\sigma^0 \delta}, \quad \tilde{\sigma}_{\beta N} = \frac{N_\beta}{\sigma^0 \delta}, \quad \tilde{\sigma}_{\alpha m} = \frac{6M_\alpha}{\sigma^0 \delta^2}, \quad \tilde{\sigma}_{\beta m} = \frac{6M_\beta}{\sigma^0 \delta^2}. \quad (2)$$

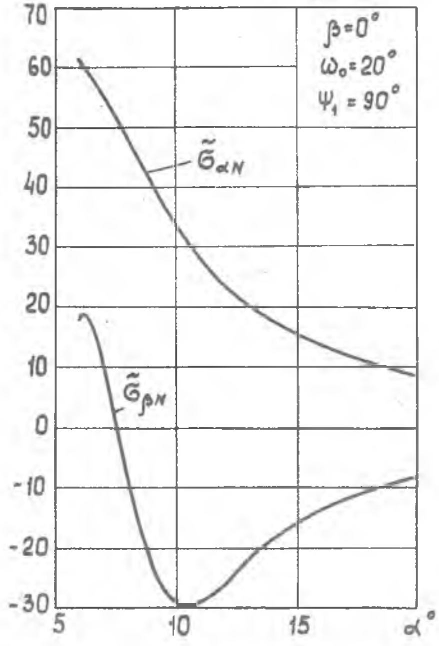
70
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
5
10
15
α°
$\beta = 0^\circ$
$\omega_0 = 20^\circ$
$\psi_1 = 90^\circ$
$\tilde{\sigma}_{\alpha N}$
$\tilde{\sigma}_{\beta N}$

Рис. 2

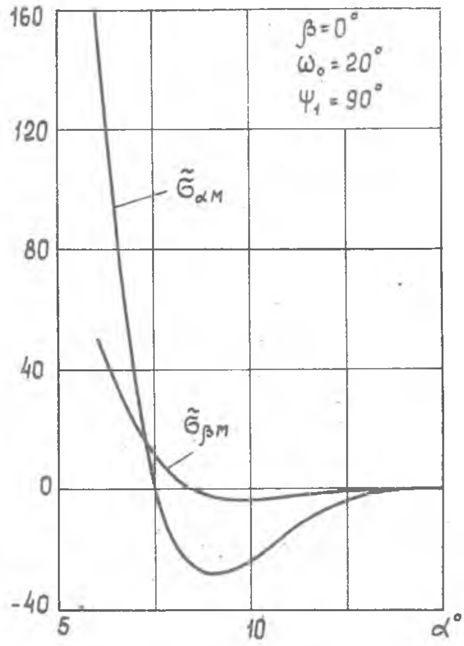
160
120
80
40
0
-40
5
10
α°
$\beta = 0^\circ$
$\omega_0 = 20^\circ$
$\psi_1 = 90^\circ$
$\tilde{\sigma}_{\alpha M}$
$\tilde{\sigma}_{\beta M}$

Рис. 3

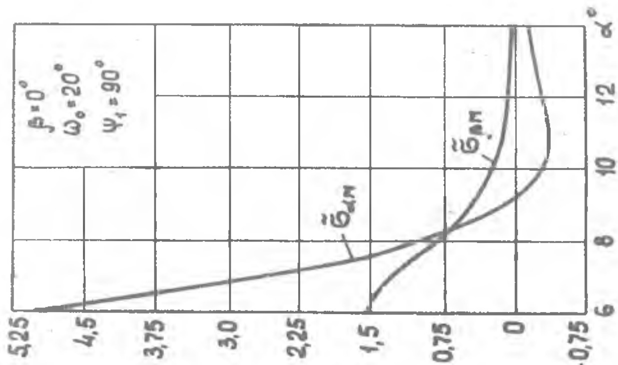

Рис. 4

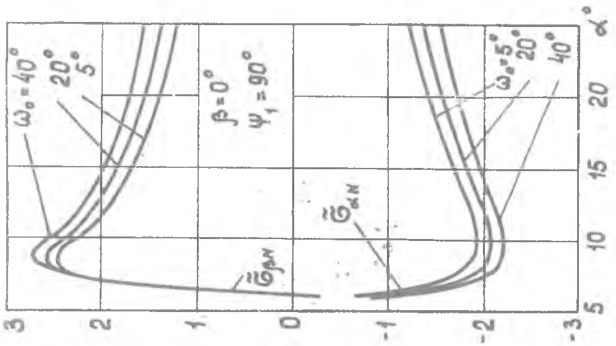

Рис. 5

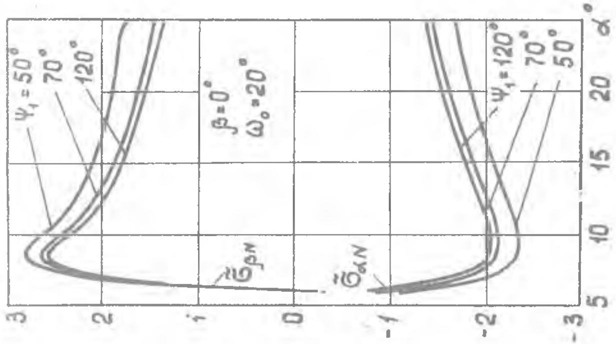

Рис. 6

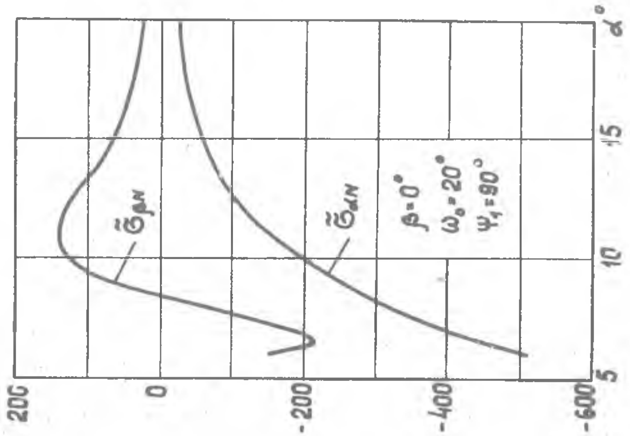
200
0
-200
-400
-600
5
10
15
α°
$\tilde{G}_{\beta M}$
$\tilde{G}_{\alpha M}$
β=0°
ω₀=20°
ψ₁=90°

Рис. 7

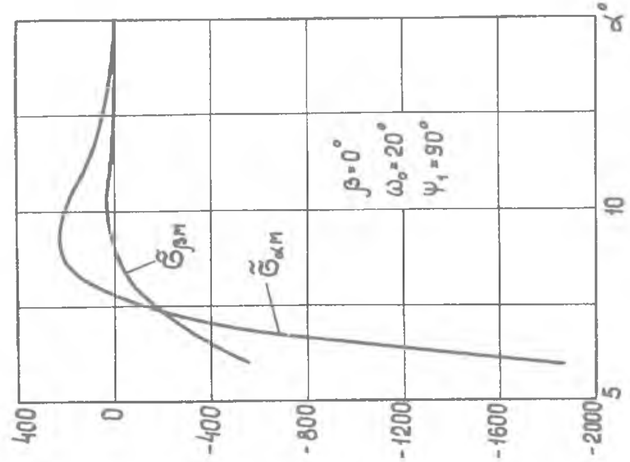
400
0
-400
-800
-1200
-1600
-2000
5
10
α°
$\tilde{G}_{\beta M}$
$\tilde{G}_{\alpha M}$
β=0°
ω₀=20°
ψ₁=90°

Рис. 8

Здесь $\sigma^{\circ} = \dfrac{P_0}{2\pi R \delta}$,

N_α , N_β – нормальные усилия;

M_α , M_β – изгибающие моменты.

Анализ выполненных расчетов показал, что при нагружении оболочки радиальной силой изменение эксцентриситета ω_0 расположения шайбы от 0^0 до 40^0 и угла ψ_1 от 50^0 до 120^0 практически не оказывают влияния на значения и распределение напряжений в оболочке вблизи шайбы.

3. Результаты расчета основной оболочки на действие касательной силы P показаны на рис. 4 и 5. Кривые соответствуют меридиану $\beta = 0^0$. Значения $\tilde{\sigma}_{\alpha N}$, $\tilde{\sigma}_{\beta N}$, $\tilde{\sigma}_{\alpha M}$, $\tilde{\sigma}_{\beta M}$ вычислялись по формулам (2) при

$$\sigma^{\circ} = \frac{P \cos \alpha_0}{\pi R \delta}.$$

Расчеты, проведенные для углов ω_0 от 5^0 до 40^0 и ψ_1 от 50^0 до 120^0, показали, что их изменение почти не влияет на величину и распределение изгибных напряжений $\tilde{\sigma}_{\alpha M}$ и $\tilde{\sigma}_{\beta M}$ в оболочке около шайбы. Что касается напряжений $\tilde{\sigma}_{\alpha N}$ и $\tilde{\sigma}_{\beta N}$, то характер их распределения существенно зависит от ω_0 и ψ_1 (рис. 5 и 6).

4. На рис. 7 и 8 изображены графики распределения безразмерных напряжений $\tilde{\sigma}_{\alpha N}$, $\tilde{\sigma}_{\beta N}$, $\tilde{\sigma}_{\alpha M}$, $\tilde{\sigma}_{\beta M}$ по основной оболочке, вычисленных по формулам (2) при

$$\sigma^{\circ} = \frac{M}{\pi R^2 \delta}.$$

Расчеты, выполненные для ряда других значений ω_0 и ψ_1 привели к результатам, практически не отличающимся от значений, полученных для основной оболочки.

Литература

1. **Ахмедьянов И.С.** Расчет сферической оболочки, нагруженной через эксцентрично расположенную жесткую шайбу. Труды КуАИ, вып. 60, Куйбышев, 1973.