

Л и т е р а т у р а

Г. Свириденков А.А., Третьяков В.В. Экспериментальное исследование смещения турбулентных, противоположно закрученных струй на начальном участке в кольцевом канале. - ИФЖ, 1983, т.44, № 2, с. 205-210.

УДК 532.517.4

В.В.Третьяков, В.И.Ягодкин

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ОГРАНИЧЕННЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ

В связи со сложностью и многообразием закрученных течений особую роль в их исследовании приобретают численные методы, в частности методы, основанные на использовании двухпараметрических моделей турбулентности. В настоящей работе рассматривается применение одной из таких моделей, $k-W$, для расчетов ограниченных закрученных течений. Опыт расчетов по другим двухпараметрическим моделям показывает, что все они практически одинаково описывают закрученные потоки.

Будем считать, что течение является стационарным и осесимметричным, а рабочая среда - несжимаемой жидкостью. Для такого течения система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \bar{V} &= 0, \operatorname{div}(\rho \bar{V} - D_p \operatorname{grad} p) = 0, \\ \operatorname{div} \left[\frac{1}{2} (\rho \bar{V} - D_p \operatorname{grad} p - D_p \frac{\partial p}{\partial z} \bar{V}) \right] &= - \frac{\partial p}{\partial z} + S_z, \\ \operatorname{div} \left[v_r (\rho \bar{V} - D_p \operatorname{grad} p - D_p \frac{\partial p}{\partial r} \bar{V}) \right] &= \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\rho v_r^2}{r} + S_r, \end{aligned}$$

$$\operatorname{div} [r v_\varphi (\rho \bar{V} - D_p \operatorname{grad} p)] = -S_\varphi,$$

$$v_r = k W^{0.5},$$

$$\operatorname{div} (\rho k \bar{V} - D_k \operatorname{grad} k) = \rho S_k,$$

$$\operatorname{div} (\rho W \bar{V} - D_w \operatorname{grad} W) = \rho S_w$$

Источниковые члены S :

$$S_z = 2 \frac{\partial}{\partial z} (M_e \frac{\partial v_z}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [M_e r \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z^2}{\partial r}],$$

$$S_r = \frac{\partial}{\partial z} [M_e (\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r})] + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_e r \frac{\partial v_r}{\partial r}) - \frac{M_e v_r}{r},$$

$$S_\varphi = \frac{\partial}{\partial z} (M_e \frac{\partial r v_\varphi}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_e r \frac{\partial r v_\varphi}{\partial r}) - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_e r v_\varphi),$$

$$S_k = v_r F_k - C_n k W^{0.5},$$

$$S_w = C_{w1} V_T F_w - C_{w2} W^{1,5} + C_{w3} V_T F_w W K^{-1} - C_{w2} C_c R_i W^{1,5}$$

$$F_w = 2 \left[\left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V_r}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right)^2 + \left(r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right)^2;$$

$$F_w = \left(\frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_\varphi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_\varphi}{\partial r} \right)^2$$

При выводе этих уравнений были сделаны следующие предположения: корреляции связаны с осредненными характеристиками при помощи формул Буссинеска, например, $-\overline{v'_z v'_r} = \nu_t \partial V_z / \partial r$, $-\overline{p' v'_r} = \rho_p \partial p / \partial r$, можно пренебречь тройными корреляциями по сравнению с двойными; в осредненном уравнении состояния роль корреляционных членов незначительна и $\rho_p = \rho_h$ (h - энтальпия). Справедливость этих предположений подробно обсуждена в работе [1].

Будем полагать, что $\rho_p = \mu_t / \sigma_\varphi$ где $\sigma_\varphi = \text{const}$ ($\sigma_\varphi = \rho, \kappa, W$), $\mu_t = \rho \nu_t$, $\nu_t = \nu_e$. Отметим, что последнее слагаемое в выражении для S_w моделирует влияние кривизны линий тока на пространственный масштаб турбулентности. Число Ричардсона

$$R_i = \frac{2 \Psi_\varphi r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} (r V_\varphi)}{\left(\frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 + \left(r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right)^2}$$

Значения эмпирических констант приняты следующими: $C_M = 0,09$; $C_{w1} = 3,5$; $C_{w2} = 0,17$; $C_{w3} = 1,04$; $\sigma_\kappa = \sigma_w = 0,9$; $C_c = 0,2$.

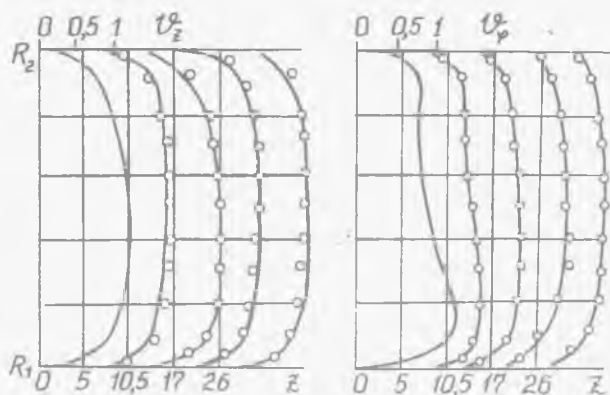
Для решения выписанной выше системы уравнений применялся конечно-разностный метод [2]. При этом во входном сечении профили каждой из переменных задавались по экспериментальным данным и считались параметрами задачи. В выходном сечении для всех переменных использовалось условие типа $\partial \varphi / \partial z = 0$. На оси ставились обычные условия симметрии, а на твердых границах - "закон стенки" в виде

$$V_z = \frac{V_{z*}}{\alpha} \ln \frac{E \Delta V_{z*}}{\nu}, \quad V_\varphi = \frac{V_{\varphi*}}{\alpha} \ln \frac{E \Delta V_{\varphi*}}{\nu},$$

$$\kappa = \frac{v_*^2}{\nu C_M}, \quad W = \frac{v_*^2}{C_M \Delta^2 \alpha^2},$$

где V_{z*} и $V_{\varphi*}$; $v_*^2 = V_{z*}^2 + V_{\varphi*}^2$.

На рис. 1 приведено сравнение результатов расчетов течения в кольцевом канале (сплошные линии) с экспериментальными данными работы [3]. На этом и последующих графиках все линейные размеры отнесены к величине радиального зазора H (или R), скорости - к V_0 .



Р и с. 1. Распределение осевой U_z и тангенциальной U_ϕ составляющих осредненной скорости по длине канала $R_1/R_2 = 0,4$; $Re = 0,65 \cdot 10^5$

За неимением экспериментальных данных о распределении в потоке величин K и ν_T их профили на входе задавались равномерными: $K_0 = 10^{-4}$; $\nu_{T0} = 0,005$. Последняя величина соответствовала некоторому среднему значению ν_T в экспериментах [3]. Выбор значения $K_0 = 10^{-4}$ отвечает обычному уровню турбулентности для слабо закрученных или развитых незакрученных потоков в каналах.

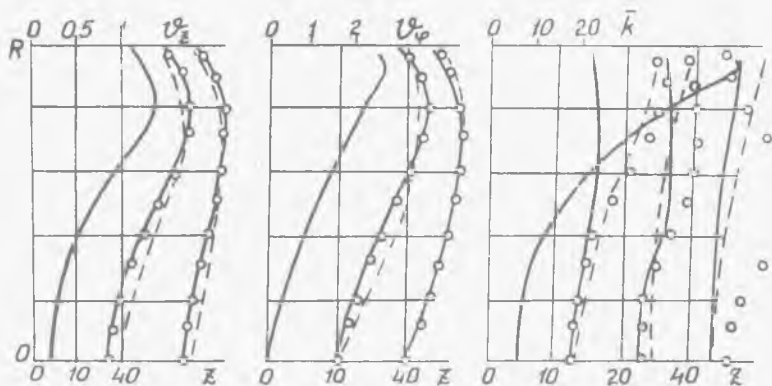
Приведенное сравнение показывает, что расчеты хорошо согласуются с экспериментом. Интересно отметить, что при расчетах без моделирования характеристик турбулентности, т.е. когда во всей расчетной области полагается $\nu_T = \nu_{T0}$ и используется "закон стенки" лишь для компонент скорости, результаты по профилям осредненных скоростей U_z и U_ϕ практически не изменились.

Из этого можно заключить, что для расчета слабо закрученных течений с низкими уровнями турбулентности на входе нет необходимости использовать двухпараметрические модели турбулентности. Хорошее совпадение расчета с экспериментом при этом связано с удачным выбором коэффициента турбулентной вязкости; в экспериментах [3] его значение изменялось от 0,001 до 0,007.

Рассмотрим теперь случай, когда уровень турбулентности на входе значительно выше, чем при развитом тчении в трубе или канале.

Экспериментальному изучению такого течения посвящена работа [4]. Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $Re = U_0 R / \nu = 1,5 \cdot 10^4$, $U_\phi \approx 0,0545 U_0$; $\nu_{T0} = 0,004$. Сравнение результатов рас-

четов с экспериментальными данными [4] для участка $0 \leq Z \leq 40$ показано на рис. 2. Сплошная кривая соответствует расчету с $Ri \neq 0$, пунктир - $Ri = 0$; $\bar{k} = \bar{k}/v_*^2$.



Р и с. 2. Изменение по длине трубы профилей составляющих скорости \bar{U}_z и \bar{U}_φ и энергии турбулентности \bar{k}

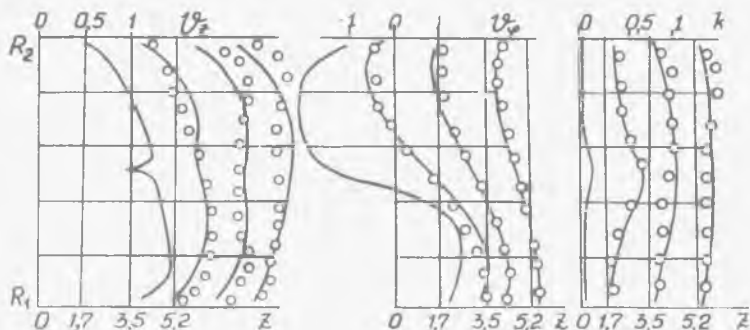
При расчетах без моделирования характеристик турбулентности совпадения по профилям скорости удается добиться лишь на некотором участке. Это свидетельствует о том, что в данном случае применение двухпараметрических моделей является не только оправданным, но и необходимым, так как должен быть учтен перенос характеристик турбулентности. Более того, в используемых моделях нужно учитывать влияние кривизны линий тока на масштаб турбулентности.

Необходимо отметить, что совпадение расчетов с данными эксперимента по профилям осредненных скоростей достигнуто на всей длине трубы $Z = 300$, а по профилям энергии турбулентности \bar{k} - в области $0 \leq Z \leq 20$ и $Z > 100$; на участке $25 \leq Z \leq 60$ нет даже качественного совпадения. Это говорит о необходимости дальнейшего совершенствования модели течения и расчетного метода.

Рассмотрим еще один вид закрученного течения, а именно, течение, возникающее при смешении в канале коаксиальных потоков, закрученных в противоположные стороны. Эксперименты [5] показывают, что характерной особенностью противоположно закрученных потоков является высокий уровень турбулентных пульсаций. Методическими расчетами было установлено, что результаты не зависят от числа Ричардсона, т.е. усиление пульсационного движения не связано с искривлением линий тока. Кроме того, расчеты показали, что вращение потока также не оказывает влияния на распределение осредненных и пульсационных характеристик течения. Это

означает, что основным механизмом генерации турбулентных пульсаций является поперечный сдвиг в профиле тангенциальной компоненты осредненной скорости.

Результаты расчетов представлены на рис. 3.



Р и с. 3. Распределение осевой V_z и тангенциальной V_φ составляющих скорости и энергии турбулентности k по длине канала: $V_0 = 25$ м/с; $Re = 10^5$.

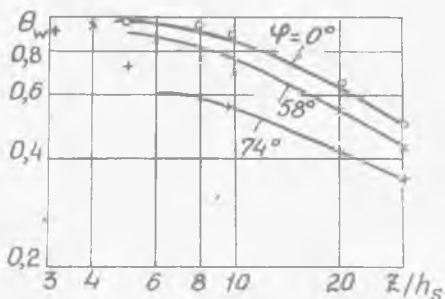
Бидно хорошее совпадение расчетов с экспериментом [3] и по прочим осредненным скоростям, и по энергии турбулентности.

Были проведены также расчеты с использованием модели пути смешения Прандтля. В этой модели полагалось, что

$$\mu_T = \rho L^2 \sqrt{\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{V_\varphi}{r}\right)^2}$$

Результаты с точностью 10–15% совпали с приведенными. Следует отметить, что при расчетах по модели Прандтля делались дополнительные предположения относительно пути перемешивания L . Например считалось, что в слое смешения $L \sim z$, а вне его величина L такая же, как во входном сечении. Так как определение границ зоны смешения в каждом конкретном случае противоположно закрученных потоков представляет достаточно сложную задачу, то расчеты по двухпараметрическим моделям являются предпочтительными. Для приближенных оценок можно пользоваться формулами работы [6].

Рассмотренные методики могут успешно применяться и для расчетов смешения закрученных потоков переменной плотности. На рис. 4 приведен пример такого расчета по экспериментальным данным работы [7].



Р и с. 4. Распределение расчетной температуры стенки по длине при различных степенях закрутки газовой завесы

но, что совпадение результатов расчетов с экспериментальными данными достаточно хорошее.

Л и т е р а т у р а

1. Абрамович Г.Н. и др. Турбулентное смешение газовых струй. - М.: Наука, 1974.- 272 с.
2. Гоомен А.Д. и др. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. - М.: Мир; 1972.- 324 с.
3. Скотт К., Раск Д. Турбулентная вязкость в закрученном потоке жидкости в кольцевом канале. - Теор.осн.инж.расчетов (пер. *Trans. ASME, ser.D*), 1973, т. 95, № 4, с. 147-159.
4. Стуров Г.Е. Турбулентный закрученный поток вязкой несжимаемой жидкости в длинной цилиндрической трубе. - В кн.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения.-Куйбышев: КуАИ, 1974, с. 211-219.
5. Свириденков А.А., Третьяков В.В., Ягодкин В.И. Об эффективности смешения коаксиальных потоков, закрученных в противоположные стороны. - ИФЖ, 1981, т. 41, № 3, с. 407-413.
6. Свириденков А.А., Третьяков В.В. Экспериментальное исследование смешения турбулентных противоположно закрученных струй на начальном участке в кольцевом канале. - ИФЖ, 1983, т. 44, № 2, с. 205-210.
7. Волчков В.П., Лебедев В.П., Шимкин Н.Е. Эффективность закрученной газовой завесы на адиабатической поверхности. - В кн.: Вихревой эффект и его применение в технике.-Куйбышев: КуАИ, 1976, с. 217-220.

На рис. 4 h_s - ширина щели ($h_s/R = 2,23$), $\theta_w = \frac{T_w - T_x}{T_r - T_x}$ - относительная избыточная температура стенки.

В опытах стенка была теплоизолированной, температура горячего незакрученного потока $T_r = 353$, температура воздуха закрученной газовой завесы составляла $T_x = 293$.

Расчеты проводились при равномерных распределениях всех параметров во входном сечении. Граничное условие для температуры на стенке $\partial T / \partial r = 0$. Вид-