

6. Успенский В.А., Сафонов В.А. Применение вихревых труб с приемниками аэрозоля в доменном производстве. См. [5], с. 188.

УДК 532.527

Ш.А.Пиралишвили, В.И.Герцев, В.П.Муляров

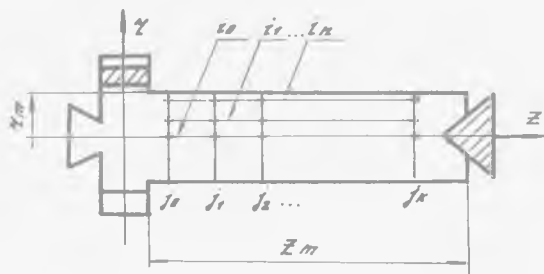
МОДЕЛЬ КВАЗИНЕПРЕРЫВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
ПО ОБЪЕМУ ВИХРЕВОЙ ТРУБЫ

Если физическая картина энергетического разделения в закрученном потоке газа на данном этапе достаточно полно объясняется гипотезой взаимодействия вихрей [1], то математическое описание процесса энерго-разделения и сопутствующих ему эффектов не совсем адекватно. Это привело к тому, что в инженерных методиках расчета широкое применение нашли элементы математического моделирования, обобщающие результаты экспериментальных исследований.

Предлагаемое математическое моделирование позволяет не зная процессов, протекающих в вихревой трубе, рассчитывать те или иные конструктивные, геометрические и газодинамические величины с наперед заданной точностью. Оно во многом индивидуально и зависит от того, насколько автор модели умеет прогнозировать вид функций, которыми он аппроксимирует, моделируемые величины и процессы.

Эксперименты, проводимые на ВТ, позволяют измерить термогазодинамические величины, например,  $P$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $V$  в ограниченном дискретном числе точек внутри камеры энергетического разделения ВТ, как это показано на рис. 1. При этом число экспериментальных точек обычно ограничивается первым порядком.

Р и с. 1. Схема измерения температуры в ВТ:  $O$  - точки измерения температуры газа;  $l$  - индекс точек радиального разбиения;  $j$  - индекс точек осевого разбиения;  $m$  - обозначение максимального значения величины



Измеряя температуру газа внутри ВТ в точках  $M$ , мы можем говорить о функции распределения температуры только с некоторым квантованием по геометрии трубы. Более того, эти знания позволяют нам судить о том, что какому-то температуре газ имеет только в данной точке, и мы ничего не можем сказать о значении температуры газа в точках, лежащих вне замеренных экспериментально. Попытаемся выяснить зависимость температуры газа как функции от двух переменных:  $\bar{r}$  (радиуса ВТ) и  $Z$  (длины ВТ). Предполагается наличие осевой симметрии для функции  $T(\bar{r}, \bar{Z})$  вдоль оси  $Z$ :

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0}; \quad \bar{Z} = \frac{Z}{L}$$

где  $r_0$  - максимальный радиус камеры энергетического разделения;  
 $L$  - длина этой камеры.

Разобьем ВТ на  $K$  сечений по оси  $Z$ , а радиус трубы вдоль каждого сечения на  $n$  частей. В этом случае мы получим  $Kn$  точек. В каждой из этих точек измеряем значение температуры газа. Очевидно, входными данными для построения функции  $T(\bar{r}, \bar{Z})$  у нас будут три массива величин: массив значений радиусов -  $\bar{r}_i$ , массив координат сечений по оси  $Z$  -  $Z_j$  и массив температуры  $T_{ij}$  в точках  $\bar{r}_i, \bar{Z}_j - T(\bar{r}_i, \bar{Z}_j)$ . Выразим температуру  $T$  двумя различными функциями:  $T(\bar{r})$  при фиксированном  $\bar{Z}$  и  $T(\bar{Z})$  при фиксированном  $\bar{r}$ . Любую из этих функций, например  $T(\bar{r})$ , разложим в ряд по степеням аргумента  $\bar{r}$ :

$$T(\bar{r}) \Big|_{\bar{Z}=\text{const}} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \bar{r}^i \quad (1)$$

Для правомерности такого выражения необходимо, чтобы ряд в правой части абсолютно сходился при любом  $\bar{r}$ , что имеет место при введении безразмерных координат  $\bar{r}, \bar{Z}$ :

Выражение (1) описывает температуру как функцию одной переменной  $\bar{r}$ . Зависимость  $T(\bar{Z})$  можно ввести в (1), если определить коэффициенты  $a_i$  разложения как функции от  $Z$ , которые мы зададим аналогичными рядами:

$$a_i = \sum_{j=0}^{K-1} b_{ij} Z^j \Big|_{\bar{r}=\text{const}} \quad (2)$$

Коэффициенты  $b$  в (1) должны иметь размерность температуры. В силу этого разложение (2) приобретает более строгий вид.

Объединим разложения (1) и (2) в один ряд:

$$T(\bar{r}, \bar{Z}) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{K-1} b_{ij} \bar{r}^i \bar{Z}^j \quad (3)$$

Очевидно, двойной ряд в правой части (3) содержит в себе обе переменные величины  $\bar{r}$  и  $\bar{Z}$ , поэтому можно утверждать, что полученное выражение есть аппроксимационная функция температуры от двух аргументов

$\bar{z}$  и  $\bar{z}$ . Чтобы перейти к конкретным числам, необходимо определить коэффициенты  $\beta_{ij}$  разложения (3).

Для этого, в первую очередь, определим коэффициенты  $a_i$  разложения (1), являющиеся значениями температуры по радиусам  $\bar{r}_i$  в каждом сечении  $\bar{z}_j$ . Для отыскания  $a_i$  необходимо решить систему из  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными величинами  $a_i$ :

$$a_0 + a_1 \bar{r}_1^1 + a_2 \bar{r}_1^2 + \dots + a_{n-1} \bar{r}_1^{n-1} = T(\bar{r}_1)_{z=\text{const}},$$

$$a_0 + a_1 \bar{r}_2^1 + a_2 \bar{r}_2^2 + \dots + a_{n-1} \bar{r}_2^{n-1} = T(\bar{r}_2)_{z=\text{const}},$$

$$\dots$$

$$a_0 + a_1 \bar{r}_{n-1}^1 + a_2 \bar{r}_{n-1}^2 + \dots + a_{n-1} \bar{r}_{n-1}^{n-1} = T(\bar{r}_{n-1})_{z=\text{const}}.$$

Решая ее относительно  $a_i$  (для каждого сечения  $z_i$ ), мы получим  $n$  наборов коэффициентов  $\{a_i\}_j$ , т.е. для каждого сечения  $\bar{z}_j$  будем иметь "свой" набор коэффициентов  $a_i$  и, соответственно, "свою" функцию  $T(\bar{r})$ . Зная все  $a_i$ , определим коэффициенты  $\beta_{ij}$ . Для этого необходимо решить аналогичную систему уравнений, каждое из которых представляет собой разложение (2):

$$\beta_{00} - \beta_{01} \bar{z}_1^1 + \beta_{02} \bar{z}_1^2 + \dots + \beta_{0, n-1} \bar{z}_1^{n-1} = T(\bar{z}_1) = a_0 |_{j=1},$$

$$\beta_{00} - \beta_{01} \bar{z}_2^1 + \beta_{02} \bar{z}_2^2 + \dots + \beta_{0, n-1} \bar{z}_2^{n-1} = T(\bar{z}_2) = a_0 |_{j=2},$$

$$\dots$$

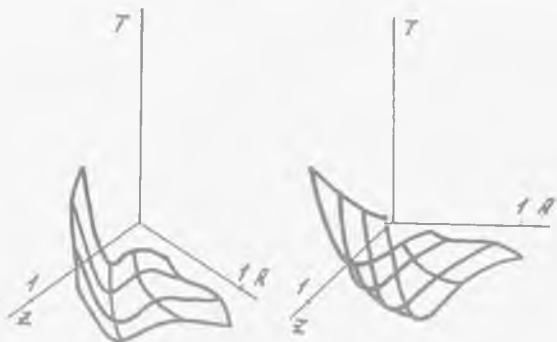
$$\beta_{00} - \beta_{01} \bar{z}_{n-1}^1 + \beta_{02} \bar{z}_{n-1}^2 + \dots + \beta_{0, n-1} \bar{z}_{n-1}^{n-1} = T(\bar{z}_{n-1}) = a_0 |_{j=n-1}.$$

Решая и эту систему  $n$  раз (для каждого  $z_i$ , т.е. столько раз, сколько имеется элементов  $a_i$  в каждом из наборов полученных ранее коэффициентов  $\{a_i\}_j$ ), определим все необходимые коэффициенты  $\beta_{ij}$ . После чего выражение (3) примет вид функции от  $\bar{r}$  и  $\bar{z}$ , готовой к расчету. Подставляя теперь в (3) произвольные значения для  $\bar{r}$  и  $\bar{z}$ , можно получать прогнозируемое значение температуры в данной точке ( $\bar{r}$  и  $\bar{z}$ ).

Разработанная модель была опробована авторами по экспериментальным данным для температуры [2]. На рис. 2 сечения  $A, B, C$  ВТ брались в качестве информационных, а сечение  $D$  служило контрольным.

Р и с. 2. Информационные сечения ВТ





Р и с. 3. Изме-  
нение температуры в  
ВТ

Функция  $T$  для данной ВТ запишется так:

$$T(\bar{r}, \bar{z}) = \bar{z}^2(1 - 0,5\bar{r}) - \bar{z}\bar{r}(0,75 + 0,05\bar{r}^2) + 18$$

На рис. 3 представлен ее график в координатах  $T$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{z}$ , имеющий вид гладкой трижды дифференцированной поверхности. Для наглядности поверхность распределения температуры изображена в двух проекциях: прямоугольной диметрии и аксонометрической. В контрольном сечении  $D$  результаты расчета по данной модели отличаются от экспериментальных значений температуры менее чем на 1%.

В заключение следует сказать, что предложенная выше модель построения температуры как функции от двух переменных может быть использована для описания других термодинамических параметров, например, давления  $P$  или плотности  $\rho$ . Она справедлива лишь для расчета в области камеры энергетического разделения ВТ, заключенной между граничными информационными сечениями  $A$  и  $C$ , но не пригодна для расчета температуры в точках, лежащих вне ее.

Точность самой модели будет существенно зависеть от точности исходных экспериментальных данных и от их количества. Ибо от количества экспериментальных точек зависит число членов разложения (1), (2), (3). И чем больше членов ряда нам известно, тем лучшее приближение можно получить, т.е. тем меньше остаточный член ряда.

### Л и т е р а т у р а

1. Меркулов А.П. Вихревой эффект и его применение в технике. - М.: Машиностроение, 1969.

2. Сафонов В.Д. Исследование конических вихревых труп. Дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. - Харьков, 1971.