

Секция I

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВОГО ЭФФЕКТА

УДК 533.697.3

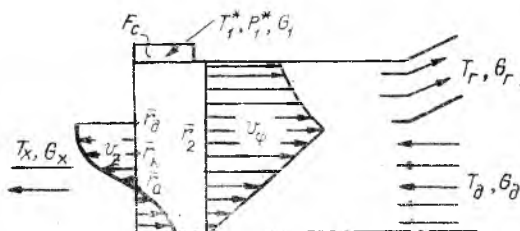
А. П. Меркулов

ЭНЕРГЕТИКА И НЕОБРАТИМОСТЬ ВИХРЕВОГО ЭФФЕКТА

Вихревой эффект энергетического разделения газов (эффект Ранка) находит все более широкое применение в самых различных областях науки и техники, поэтому оценка предельных возможностей реализации вихревого эффекта представляет интерес с точки зрения совершенствования и расширения области применения вихревых устройств.

Работа посвящена анализу энергетических преобразований в вихревой трубе (ВТ) на основе первого и второго начал термодинамики и гипотезы взаимодействия вихрей, которая дает четкую физическую интерпретацию вихревого эффекта, хорошо согласующуюся с результатами экспериментальных исследований и позволившую разработать аналитическое описание процесса энергоразделения в ВТ.

Рассмотрим наиболее общий случай реализации вихревого эффекта - ВТ с дополнительным потоком, схема которой изображена на рис. 1.



Р и с. 1. Схемa вихревой трубы с дополнительным потоком

Сжатый газ с параметрами p_i^* и T_i^* и расходом G_i , через тангенциальные сопла втекает в ВТ, образуя периферийный круговой поток, перемещающийся вдоль вихревой зоны и вытекающий через периферийную щель дросселя в виде горячего потока с параметрами p_r , T_r , G_r .

Дополнительный поток с параметрами p_g , T_g , G_g втекает в вихревую зону через присоевой патрубок дросселя, формирует присоевой поток и вытекает через отверстие диафрагмы в виде холодного потока с параметрами p_x , T_x , G_x .

Используя принцип суперпозиции, рассмотрим условие равновесия кругового движения этих двух потоков вязкого, сжимаемого, совершенного газа при отсутствии радиальных скоростей. В цилиндрической системе координат уравнения движения имеют вид

$$\frac{U_\varphi^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 U_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_\varphi}{dr} - \frac{U_\varphi}{r^2} = 0 \quad (2)$$

при граничных условиях $U_\varphi = U_\varphi$, на $r = r_1$; $U_\varphi = 0$, на $r = 0$.

Уравнение (2) имеет два решения: $U_\varphi = \frac{C_1}{r}$; $U_\varphi = \omega r$.

Первое решение удовлетворяется только на периферии потока в области $r_2 \leq r \leq r_1$; второе решение удовлетворяется в присоевой зоне $0 \leq r \leq r_2$.

Используя эти решения в выражении (1) и условие адиабатности (2), можно найти распределение статических давлений, температуры и окружной скорости по радиусу, а также радиус r_2 разделения периферийного и присоевого потоков. Распределения для присоевого потока (вынужденного вихря) имеют вид

$$p = p_1 (a + b\bar{r}^2)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; \quad T = T_1 (a + b\bar{r}^2); \quad \bar{r}^2 = \frac{(\kappa-1)M_1^2}{1-a + \frac{\kappa-1}{2}M_1^2},$$

а для полной температуры

$$T^* = T \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_1^2 \right) = T_1 (a + 2b\bar{r}^2).$$

Здесь p_1 , T_1 - статические параметры, M_1 - число Маха на радиусе трубы r_1 ; $\bar{r} = \frac{r}{r_1}$ - относительный радиус;

$$a = \left(\frac{p_{oc}}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}; \quad b = \frac{\kappa-1}{2\bar{r}_2^4} M_1^2;$$

p_{oc} - статическое давление на оси.

Вихревой эффект охлаждения имеет место только в присоединенном потоке (вынужденном вихре), так как в нем и статическая температура, и окружная скорость падают, обеспечивая снижение полной температуры. Зная распределение статических параметров в сопловом сечении и давление p_x за отверстием диафрагмы, можно найти распределение осевой (расходной) скорости истечения в отверстии диафрагмы

$$U_z^2 = \frac{2K}{K-1} RT_1 (a + b\bar{r}^2 - c) \quad \text{и обратного течения}$$

$$U_z'^2 = \frac{2K}{K-1} RT_1 (a + b\bar{r}^2) \left(1 - \frac{a + b\bar{r}^2}{c}\right), \quad \text{где } c = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

Если предположить, что осевая скорость истечения из отверстия не может быть больше критической, определяемой выражением

$$U_{zK}^2 = \frac{2K}{K+1} RT_1 (a + b\bar{r}^2),$$

то с учетом вторичного вихревого эффекта интегральное выражение для полной температуры холодного потока запишется в виде

$$T_x^* = \frac{\int_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_k} \rho_U U_z T^* \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_c} \rho_K U_{zK} T^* \bar{r} d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho U_z T^* \bar{r} d\bar{r}}{\int_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_k} \rho_U U_z \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_c} \rho_K U_{zK} \bar{r} d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho U_z T^* \bar{r} d\bar{r}}$$

Здесь $\bar{r}_a = \left(\frac{c-a}{b}\right)^{0,5}$ - относительный радиус нулевой осевой скорости;

$\bar{r}_k = \left(\frac{K+1}{2} \frac{c-a}{b}\right)^{0,5}$ - относительный радиус критического перепада давления;

$$\rho_U = \rho_1 c^{\frac{1}{K-1}}; \quad \rho_K = \rho_1 \left[\frac{2(a + b\bar{r}^2)}{K+1} \right]^{\frac{1}{K-1}}$$

Интегральное выражение расхода холодного потока

$$G_x = G_1 \theta_x \left[\int_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_k} \rho_U U_z \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_c} \rho_K U_{zK} \bar{r} d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho U_z \bar{r} d\bar{r} \right].$$

При известных площади F_c проходного сечения входных сопел, полных параметрах p^* , T^* газа перед соплами и числе M истечения из них можно определить расход G_x , массовую долю μ холодного потока $\mu = \frac{G_x}{G_1}$ и относительную температуру θ_x холодного потока $\theta_x = \frac{T_x^*}{T_1^*}$.

При работе на больших M необходимо учитывать энергетику потоков, так как кинетическая энергия и момент количества движения, втекающего через сопла потока, обеспечивают динамику протекающих в вихревой зоне процессов. Если рассмотреть предельный случай, когда

горячий поток полностью потерял первоначальную энергию вращательного движения E_1 на закрутку вынужденного вихря и избыточную кинетическую энергию ΔE , диссипировавшую в турбулентность, можно определить исходную кинетическую энергию $E_1 = G_1 \frac{U_1^2}{2}$, кинетическую энергию вращения холодного потока

$$E_x = 3,14 r_1^2 \left[\int_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_k} \rho_u U_z U_\varphi^2 \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_g} \rho_k U_{zk} U_\varphi^2 \bar{r} d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho U_z U_\varphi^2 \bar{r} d\bar{r} \right],$$

энергию турбулентности $\Delta E = E_1 - E_x$.

Диссипация кинетической энергии является характерной особенностью вихревого эффекта с присущей ему необратимостью. Количество переданной вынужденному вихрю кинетической энергии определяется моментом количества движения J_x , необходимым для закрутки вынужденного вихря до условий его равновесия со свободным вихрем в сопловом сечении.

Исходный момент свободного вихря $J_1 = G_1 U_\varphi r_1$.

Момент вынужденного вихря (холодного потока) в сопловом сечении

$$J_x = 6,28 r_1^3 \left[\int_0^{\bar{r}_k} \rho_u U_z U_\varphi \bar{r}^2 d\bar{r} + \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_g} \rho_k U_{zk} U_\varphi \bar{r}^2 d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho U_z' U_\varphi \bar{r}^2 d\bar{r} \right].$$

Этот момент является основным ограничивающим фактором использования исходной кинетической энергии для осуществления работы охлаждения вынужденного вихря, приводящим к существенной необратимости процесса, так как сам по себе процесс передачи момента количества движения приводит к потере кинетической энергии, и потребный момент вынужденного вихря до $\mu \approx 1$ оказывается значительно меньше исходного в свободном вихре.

Характерной особенностью вихревого эффекта является то, что энергия турбулентности используется в нем для осуществления работы охлаждения вынужденного вихря, так как за счет радиальной составляющей турбулентной пульсационной скорости элементарные турбулентные моли перемещаются по радиусу в поле высокого радиального градиента статического давления, адиабатно сжимаются и расширяются, передавая тепло от зоны низкого в зону высокого статического давления, осуществляя, таким образом, элементарные холодильные циклы.

Вихревой эффект является, пожалуй, единственным случаем, когда энергия турбулентности используется для совершения работы охлаждения.

Если представить совершаемые элементарные циклы как циклы

Карно, то можно определить работу L_K , требуемую для охлаждения холодного потока от температуры T_g до температуры T на произвольном радиусе r соплового сечения.

Работа для охлаждения 1 кг газа в элементарном цикле в диапазоне температуры ΔT может быть выражена через холодильный коэффициент ε_K цикла Карно:

$$\varepsilon_K = \frac{\Delta q}{\Delta \ell_i} = \frac{T}{\Delta T} \quad \text{или} \quad \Delta \ell_i = \Delta q \frac{\Delta T}{T}$$

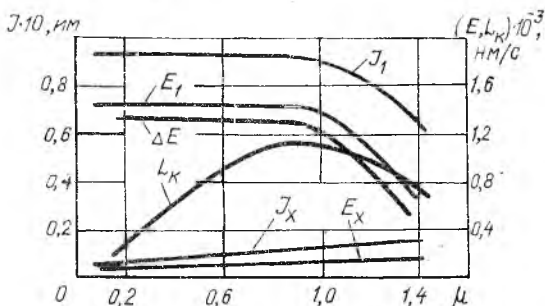
Для конечной разности температур

$$\Delta \ell = \sum_i^m \Delta \ell_i = \Delta q m \frac{\Delta T}{T} = \Delta q \frac{T_g - T}{T}$$

Суммарная работа для охлаждения G_x газа составит

$$L_K = 6,28 C_p r_0^2 \left[\int_{r_0}^{\bar{r}_K} \rho u_z \frac{(T_g - T)^2}{T} \bar{r} d\bar{r} + \int_{\bar{r}_K}^{\bar{r}_g} \rho_{Kz} u_{zK} \frac{(T_g - T)^2}{T} \bar{r} d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_0} \rho u_z' \frac{(T_g - T)^2}{T} \bar{r} d\bar{r} \right]$$

На рис. 2 представлены кривые, характеризующие энергетику вихревой трубы, по которым видно, что момент холодного потока всегда существенно меньше располагаемого, а потребная работа охлаждения L_K уравнивается с избыточной кинетической энергией ΔE в области $\mu \approx 1,2$.



Р и с. 2. Кинетическая энергия, момент и работа

При дальнейшем возрастании μ значение L_K заметно уменьшается, но остается больше, чем ΔE , что приводит к заметному снижению эффекта охлаждения холодного потока.