

ния) при углах закрутки $60/-60^\circ$ составляет примерно 1,4%, причем основная часть потерь приходится на начальный участок канала. При закрутке $30/-60^\circ$ потери распределены более равномерно по длине канала, и на расстоянии 6,5 Н коэффициент потерь составляет 0,73%.

УДК 532.542.4

В.В.Третьяков, В.И.Ягодкин

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БЕЗОТРАВНОГО ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ
В КРУГЛОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

П р и н я т ы е о б о з н а ч е н и я

r, θ, z - цилиндрические координаты; R_0 - радиус трубы; V_{cp} - среднерасходная скорость течения; ν - коэффициент кинематической вязкости; Ri - число Ричардсона; $Re = V_{cp} R_0 / \nu$ - число Рейнольдса; K - кинетическая энергия турбулентности единицы объема; ϵ - скорость диссипации энергии турбулентности; W - величина, пропорциональная квадрату частоты турбулентных пульсаций; V_* - динамическая скорость; $C_\mu, C_\epsilon, C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}, C_{1w}, C_{2w}, C_{3w}, \beta_k, \beta_\epsilon, \beta_w$ - эмпирические константы; $\alpha = 0,41$ и $E = 9,0$ - константы; Δ - расстояние от стенки до ближайшего слоя разностной сетки.

И н д е к с ы

t - турбулентный; e - эффективный; $вх$ - на входе.

Рассматривается стационарное турбулентное движение несжимаемой жидкости в прямой цилиндрической трубе. Предполагается, что внешние массовые силы отсутствуют, движение является вращательно-симметричным, а молекулярные коэффициенты переноса - постоянными. Система уравнений, описывающая такое течение, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) = 0;$$

$$\frac{\partial U_r U_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r U_r^2}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_e \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) \right] + \frac{2\partial}{r \partial r} \left(r \nu_e \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) -$$

$$-\frac{2\nu_e U_r}{r^2} + \frac{U_\theta^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r};$$

$$\frac{\partial U_z^2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r U_r U_z}{r \partial r} = 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \nu_e \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z};$$

$$\frac{\partial r U_z U_\theta}{\partial z} + \frac{1 \partial r^2 U_r U_\theta}{r \partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial r U_\theta}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_e \frac{\partial r U_\theta}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\nu_e r U_\theta).$$

Здесь $\nu_e = \nu + \nu_T$ и использована гипотеза изотропной турбулентной вязкости. Для вычисления ν_T используются соотношения Колмогорова-Прандтля $\nu_T = C_\mu k^2 \varepsilon^{-1}$ или $\nu_T = kW^{-1/2}$ в моделях турбулентности $k-\varepsilon$ и $k-W$ соответственно [1].

Для вычисления величин k , ε и W используются соответствующие уравнения переноса:

$$\frac{\partial U_z \varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r U_r \varphi}{r \partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu_\varphi}{\sigma_\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + S_\varphi,$$

где φ - одна из величин: k , ε или W . Выражения для источниковых членов S_φ имеют вид

$$S_k = \nu_T F_k - \varepsilon = \nu_T F_k - C_\mu k W^{1/2};$$

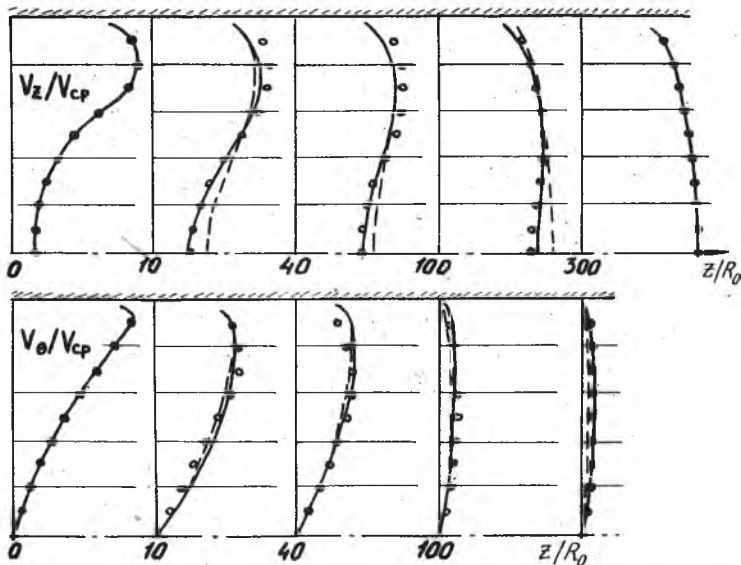
$$S_\varepsilon = \varepsilon k^{-1} [C_{1,\varepsilon} \nu_T F_k - C_{2,\varepsilon} \varepsilon (1 - C_c Ri)];$$

$$S_W = C_{1,W} \nu_T (grad \omega_i)^2 - C_{2,W} W^{3/2} (1 - C_c Ri) + C_{3,W} \nu_T F_k W k^{-1};$$

$$F_k = 2 \left[\left(\frac{\partial U_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{U_r}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{U_\theta}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial U_r}{\partial z} \right)^2,$$

где ω_i - компоненты вихря осредненной скорости; $C_{2,\varepsilon} \varepsilon^2 k^{-1} C_c Ri$, $C_{2,W} W^{3/2} C_c Ri$ - дополнительные слагаемые в источниковых членах, учитывающие влияние кривизны линий тока на пространственный масштаб турбулентности; $Ri = \frac{2U_\theta}{r^2} \frac{\partial r U_\theta}{\partial r} / \left[\left(\frac{\partial U_z}{\partial r} \right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{U_\theta}{r} \right)^2 \right]$ - число Ричардсона; $C_\mu = 0,09$; $C_c = 0,2$; $\sigma_k = \sigma_w = 0,9$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$; $C_{1,\varepsilon} = 1,44$; $C_{2,\varepsilon} = 1,92$; $C_{1,W} = 3,5$; $C_{2,W} = 0,17$; $C_{3,W} = 1,04$ - значения эмпирических констант.

Для решения данной системы уравнений применялся конечно-разностный метод [2]. При этом во входном сечении профили каждой из



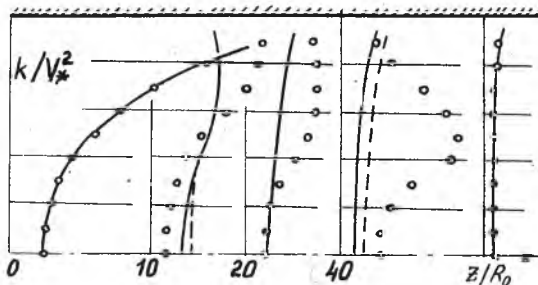
Р и с. 1. Изменение по длине трубы профилей осредненных осевой и тангенциальной составляющих скорости V_z/V_{cp} (верхний график); $Re = 1,5 \cdot 10^4$ V_θ/V_{cp} (нижний график)

переменных задавались по экспериментальным данным [3]. В выходном сечении для всех переменных использовалось условие вида $\partial/\partial z = 0$. На оси ставилось обычное условие симметрии, а на твердой границе - "закон стенки", записанный для полной скорости:

$$V = \frac{V_*}{\alpha} \ln\left(\frac{E \Delta V_*}{\nu}\right); \quad \kappa = \frac{V_*^2}{\sqrt{C_\mu}}; \quad \varepsilon = \frac{V_*^3}{\Delta x}; \quad W = \frac{V_*^2}{C_\mu \Delta^2 x^2}.$$

На рис. 1 и 2 представлены результаты сопоставления расчетных и экспериментальных распределений величин U_z , U_θ и κ . Расчеты проведены по модели $\kappa - W$. Из графиков видно, что имеется хорошее согласование расчетных и экспериментальных распределений компонент скорости по всей длине трубы и несколько худшее - турбулентной энергии. Результаты расчетов по модели $\kappa - \varepsilon$ практически полностью совпадают с приведенными.

Первоначально расчеты были проведены без учета влияния кривизны линий тока на развитие течения (пунктир на рис. 1 и 2). Вид-



Р и с. 2. Изменение по длине трубы профиля энергии турбулентности $Re = 1,5 \cdot 10^4$
 $K/V_*^2 Re = 1,5 \cdot 10^4$

но, что это привело к ухудшению согласования расчетных и экспериментальных данных по осредненным характеристикам, и в обоих случаях в области $25 < z/R_0 < 60$ нет даже качественного совпадения в профилях турбулентной энергии.

Расчеты также показали, что распределения величин U_z , U_θ и K в расчетной области почти не зависят от $v_{T,ax}$ вследствие быстрого вырабатывания "естественного" профиля v_T , который в дальнейшем и определяет изменение параметров потока вплоть до полного затухания закрутки и выхода на режим развитого незакрученного течения.

Л и т е р а т у р а

1. *Launder B.E., Spalding D.B. Mathematical Models of Turbulence. London, Academic Press, 1972.*
2. Госмен А.Д., Пан В.М., Ранчел А.К., Сполдинг Д.Б., Вольфштейн М. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. - М.: Мир, 1972.-
3. Стуров Г.Е. Турбулентный закрученный поток вязкой несжимаемой жидкости в длинной цилиндрической трубе. - В сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения. - Куйбышев: КуАИ, 1974.