ность работы вихревого аппарата за счет экономии топливных и сырьевых ресурсов, повышения качества готового продукта.

Литература

1. Сидельковский Л.Н., Шурыгин А.П. Циклонные энерготехнологические установки. - М.: Госэнергоиздат, 1961. - 80 с.

2. Лю, Рэмсей, Миллер. Шум закрученных струй. - Ракетная техника и космонавтика, 1977, т. 15, № 5, с. 642-646.

3. А.с. 927320 (СССР). Способ автоматического управления аппаратом циклонного типа. /Ю.К.Тодорцев, А.И.Ваганов. Опубл. в Б.И., 1982, № 18.

4. Авиационная акустика /Под ред. А.Г.Мунина, В.Е.Квитки. - М.: Машиностроение, 1973. - 448 с.

5. Кныш Ю.А., Лукачев С.В. Экспериментальное исследование вихревого негератора звука. - Акустический журнал, 1977, т. 23, вып. 5, с. 776-782.

6. Кныш Ю.А., Урывский А.Ф. К теории возникновения регулярных пульсаций в закрученном потоке жидкости. - Изв. вузов СССР. Авиационная техника, 1982, № 1, с. 83-89.

7. Киясбейли А.Ш., Перельштейн М.Е. Вихревые измерительные приборы. - М.: Машиностроение, 1978. - 152 с.

8. Захаров Ю.С., Тихомиров В.П. Обнаружение и измерение частоты слабого сигнала, скрытого шумами, методом счета нулей. - Изв. вузов СССР. Радиотехника, 1964, № 5, с. 602-608.

УДК 621.7.02

В.И.Немировский

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ КАНАЛАХ

Неполнота идеальной модели будет заключаться в использовании априорной информации о распределении $E(\Psi)$ и $\Gamma(\Phi)$ в области обратного тока. Разбиение области течения на подобласти и введение естественной системы координат позволяет получить картину течения в целом.

Для этой цели [1] в плоскости меридионального сечения $q_3 = \varphi = const$ выберем в качестве $q_2 = const$ и $q_1 = const$ соответственно линии тока и семейство ортогональных к ним кривых. Поскольку в стационарном случае линии тока меридионального течения совпадают по направлению с вектором меридиональной скорости $\bar{V}_m$, то для уравнений Эйлера это дает следующее:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial E}{H_1\partial q_1} = \frac{V_3}{H_3H_1}\,\frac{\partial H_3V_3}{\partial q_1};\\
&\frac{\partial E}{H_2\partial q_2} = \frac{V_3}{H_3H_2}\,\frac{\partial H_3V_3}{\partial q_2} + \frac{V_1}{H_1H_2}\,\frac{\partial H_1V_1}{\partial q_2},\\
&\frac{\partial E}{H_3\partial q_3} = -\frac{V_1}{H_1H_3}\,\frac{\partial H_3V_3}{\partial q_1} = 0;\\
&\frac{1}{H_1H_2H_3}\,\frac{\partial(H_2H_3H_1)}{\partial q_1} = 0
\end{aligned}\right\}$$

Заметим, что первое и третье уравнения выражают указанное выше свойство

$$\frac{\partial E}{H_1\partial q_1} = 0, \quad \frac{\partial \Gamma}{H_1\partial q_1} = 0,$$

т.е. E и Γ не меняются вдоль линий тока (направление q_1) и зависят только от функции тока.

Полученная система дифференциальных уравнений эллиптического типа решается численным методом, являющимся модификацией метода прямых.

Рассмотрим произвольную достаточно гладкую кривую ℓ в меридиональной плоскости в известном смысле близкую к координатной кривой q_2 (квазиортогональ). Введем естественную параметризацию ℓ, т.е. координатой вдоль ℓ служит длина кривой $\ell\in[0,L]$. Пусть τ_ℓ - касательная, n - нормаль к кривой в точке ℓ и $\delta=(\widehat{\bar{\tau}_\ell,\bar{q}_2})=(\widehat{\bar{n},\bar{q}_1})$

Проекция градиента энергии на направление $\bar{\tau}_\ell$ дает следующее:

$$\frac{\partial E}{\partial \ell} = (grad\,E,\bar{\tau}_\ell) = \frac{V_3}{H_2H_3}\,\frac{\partial H_3V_3}{\partial q_2}\cos\delta + \frac{V_1}{H_1H_2}\,\frac{\partial H_1V_1}{\partial q_2}\cos\delta.$$

Элементарные преобразования с учетом уравнения неразрывности приводят к уравнению для градиента скорости вдоль ℓ:

$$\frac{dV_1}{d\ell} + V_1 f(\ell) = g(\ell);$$

$$f(\ell) = \frac{d\delta}{d\ell}tg\delta + \varkappa\, tg\delta - K/\cos\delta + \sin\gamma\sin\delta/r;$$

$$g(\ell) = r\frac{dE}{d\Psi} - V_\tau\frac{d\,rV_\tau}{d\Psi};$$

$$\Psi(\ell) = \int_0^\ell V_n r\,d\ell = \int_0^\ell V_1\cos\delta\cdot r\,d\ell.$$

Меридиональная линия тока $\Psi=const$.

В выражение $f(\ell)$ входят геометрические параметры линий тока и квазиортогонали ℓ :

$$\gamma=(\widehat{z,q_1}),\ \nu=(\widehat{r,\tau_\ell}),\ \kappa=\partial\gamma/\partial s_1,\ \varkappa=d\nu/d\ell,\ \delta=\gamma-\nu$$

Если известны $f(\ell)$ и $g(\ell)$, уравнение относительно V может быть разрешено в квадратурах:

$$V_1(\ell)=exp(-\int_0^{\ell} f\,d\ell)[\int_0^{\ell} g(\ell)exp(\int_0^{\ell} f\,d\ell)d\ell+V_0]$$

V_0 находится из уравнения неразрывности (расхода) $2\pi\Psi(L)=Q$.

Рассмотрим семейство "квазиортогоналей" $\{(\ell_i)\}_{i=1}^{M}$. Вместе с трубками тока равных расходов они образуют полуфиксированную расчетную сетку. Точки пересечения линий тока и сечений назовем узлами расчетной сетки. Обозначим через ℓ_{ij} координаты j-го узла вдоль i-го расчетного сечения. Таким образом, j-й линии тока соответствует дискретное представление в виде вектора $(\ell_{ij})_{i=1,M}$, по координатам которого вычисляются конечно-разностные аналоги геометрических параметров: $\left\{\begin{pmatrix}\gamma, & \kappa\\ \nu, & \varkappa\end{pmatrix}_{ij}\right\}$. Затем решаются уравнения для градиента скорости вдоль (ℓ_i) и восстанавливается распределение функции тока в узлах $\mathscr{L}=(\ell_{ij})_{i=1,M;\ j=1,N}$.

Для вычисления интегралов используется квадратурная формула Симпсона, а для областей с нерегулярной геометрией - формула правосторонних прямоугольников. Далее с помощью оператора обратной интерполяции получается новая матрица $\mathscr{L}=(\ell_{ij})_{i=1,M;\ j=1,N}$. Таким образом, итерационный процесс идет по следующей схеме. Пусть K - номер итерации и известна матрица $\mathscr{L}^{(K)}=(\ell_{ij}^{(K)})_{i=1,M;\ j=1,N}$.

Тогда

$$\mathscr{L}^{(K)}\longmapsto\left\{\begin{pmatrix}\gamma, & \kappa\\ \nu, & \varkappa\end{pmatrix}_{i=1,M;\ j=1,N}\right\}\longmapsto V^{(K)}\longmapsto\Psi^{(K)}\longmapsto$$

$$\longmapsto I^{-1}(\mathscr{L}^{(K)},\Psi^{(K)})(\underbrace{E_\Psi,\ \dots\ E_\Psi}_{M})=\mathscr{L}^{(K+1)},$$

где I^{-1} - оператор обратной интерполяции;

$E_\Psi=\frac{Q}{(N-1)}(0,1,2\ldots(N-1))^T$ - вектор-столбец;

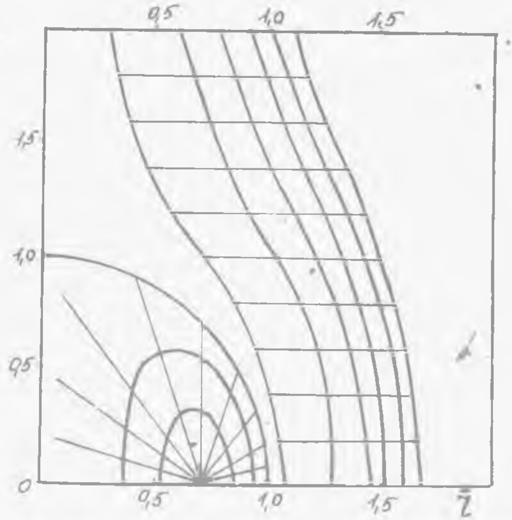
$\Psi^{(K)}=(\Psi_{ij}^{(K)})$ - матрица распределения функции тока в узлах сетки.

Итерационный процесс заканчивается, если $\max_{i,j}|\Psi_{ij}^{(K+1)}-\Psi_{ij}^{(K)}|/\Psi_{ij}^{(K)}<\varepsilon$. Удачный выбор расчетной сетки во многом определяет сходимость итерационного процесса. В частности, входящее в $f(\ell)$ слагаемое $\sin\gamma\sin\delta/r$, как нетрудно показать, при $\delta=\gamma$ и стремлении $r\to 0$ имеет предел $\lim_{\delta\to 0}\sin^2\gamma/r=2K$, где K - кривизна линии тока в точке касания ее с осью симметрии. Отсюда следует вывод, что в окрестности оси z расчетные сечения (ℓ_i) должны быть ортогональны к z. Описанный численный метод реализован в Фортран-программе для ЭВМ БЭСМ-6.

В качестве тестовых моделей течений обычно используют точные решения уравнений гидродинамики.

Проиллюстрируем работу программы на примере расчета оферического вихря Хилла. Исходные данные для расчета заимствованы из [2]. Течение определяется функцией тока $\Psi=(r^2+z^2-1)r^2$ и энергией на входе

$$E(\Psi)=10\Psi.$$



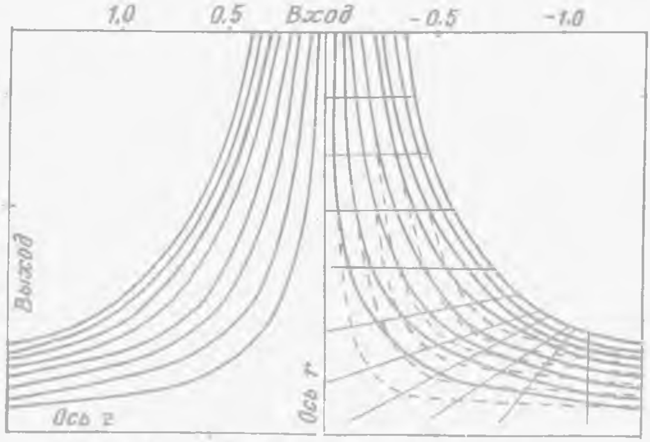
Р и с. I. Расчет сферического вихря Хилла

Из рис. I видно, что область течения разделяется на две зоны: бесциркуляционного течения и непосредственно самого вихря, ограниченного нулевой линией тока (окружность радиуса I).

Как было сказано выше, описанный алгорит решения уравнений Эйлера существенно зависит от монотонности функции тока на расчетном сечении. В этой связи в каждой области была введена локальная расчетная сетка. Для сравнения с точным решением и литературным источником расчет в бесциркуляционной зоне проводился в трубке тока, ограниченной Ψ = 0,25 и Ψ = 5. Число сечений I5, число линий тока II, погрешность $\mathcal{E}$ = 0,0I, число итераций 9, время работы процессора 3 мин. В области вихря сетка состояла из I9 расчетных сечений (радиальные лучи) и 7 линий тока, число итераций I5, время работы процессора 5 мин.

В работе [5] приведены результаты экспериментального исследования вихревой камеры с гиперболическими торцами и схема расчета скоростей в рамках одномерной модели. Для получения осесимметричной картины течения проводился расчет по изложенному выше алгоритму по исходным данным работы [5]. Движение газа осуществлялось с высокой степенью крутки, число Россби $\approx$ 0,I5. Пробный расчет был сделан в предположении потенциальности потока, т.е. $\Gamma=rV_{\tau}=const$ (рис.2).

Естественно, что качественное согласование результатов расчетов с материалами [5] было получено лишь в зоне, близкой к потенциальному течению при $r>r_{вых}$.



Р и с. 2. Расчет вихревой камеры

Расчетная сетка состояла из 20 фиксированных сечений и 17 линий тока. Погрешность ε = 0,01. Время работы процессора 15 мин. На рис.2 пунктиром показано начальное приближение - равноскоростной поток.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Разработанная программа для ЭВМ БЭСМ-6 позволяет проводить алгоритмическое моделирование для широкого класса технических задач (построение полей скоростей и давлений, меридиональных линий тока в проточных частях турбин, циклонных установок и т.д.).

2. Процедура построения квазиортогональной криволинейной сетки обеспечивает адаптацию алгоритма численного решения уравнений Эйлера к геометрии области.

3. Разбиение области с циркуляционными течениями на подобласти с введением локальных расчетных сеток дает возможность моделировать течения более сложной структуры.

Л и т е р а т у р а

1. Этинберг И.Э. Методика расчета осесимметричного потока в гидротурбинах. - Энергомашиностроение, 1973, № 11, с. 23-25.

2. Дорфман Л.А. Численные методы в газодинамике турбомашин. - Л.: Энергия, 1974. - 272 с.

3. Гольдштик М.А. Вихревые потоки. - Новосибирск: Наука, 1981. - 268 с.

4. Кажихов А.В. Замечание к постановке задачи протекания для уравнений идеальной жидкости. - ПММ, 1980, т. 44, вып. 5.

5. Волчков Э.П., Кардаш А.П., Терехов В.И. Гидродинамика вихревой камеры с гиперболическими торцовыми крышками. - Изв. СО АН СССР. Сер.техн.наук, 1981, № 13, вып. 3.

УДК 621.7.02.088.8

И.В.Елынкин, А.Г.Мелентьев, П.Т.Сменковская, А.И.Солодков

О ДВИЖЕНИИ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ВИХРЕВОЙ МОЮЩЕЙ ГОЛОВКЕ

Схема вихревой моющей головки(ВМГ) приведена на рис. 1. Жидкость впрыскивается в рабочую полость головки или вводится непосредственно в сопловые каналы.

Для определения характера движения жидкости в ВМГ необходимо рассмотреть газодинамику воздушного потока внутри рабочей полости головки. Основные положения газодинамики воздушного потока в ВМГ сформулированы А.П.Меркуловым [1].

Воздух всасывается в камеру ВМГ через сопла, равномерно расположенные по периметру торцового уплотнения или на верхней части корпуса, тангенциально и приобретает вращательное движение. Распределение статического давления по радиусу выражается формулой

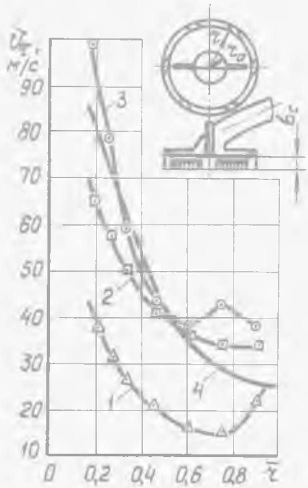
$$P = P_1^* - \frac{\rho v_\tau^2}{2}.$$

При $r = r_a$ и $P = P_a$ имеем давление на выходе из ВМГ

$$P_a = P_1^* - \frac{\rho v_{\tau a}^2}{2}.$$

Отсюда скорость перед диафрагмой

$$v_{\tau a}^2 = \frac{2}{\rho}\left(P_1^* - P_a\right) = \frac{2}{\rho}\Delta P_o ,$$



Р и с. 1. Кривые распределения тангенциальной скорости по радиусу при P_a = =0,06·10^5 Па, $\bar{r}_a$ = 0,23: 1-сопла расположены в торцовом уплотнении, F_c =800мм^2, расстояние от обрабатываемой поверхности δ = 6 мм; 2-сопла расположены сверху корпуса, F =366 мм^2, δ = =8 мм; 3-то же, δ = 6 мм; 4-расчетная кривая