Ю.М. Неффа

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ ИДЕАЛЬНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Принятые обозначения

W_φ, W_r, W_z, $W_p = \sqrt{W_z^2 + W_r^2}$ - окружная, радиальная, осевая и поступательная скорости в точке центра масс выделенного элементарного объёма жидкости

$\Pi_м = g z$, $\Pi_ц = \frac{\omega^2}{2} r^2$ - потенциалы массовых и центробежных сил

B - трехчлен Бернулли

$\vec{\Omega} = rot\,\vec{W}$ - вектор вихря скорости

r - текущий радиус

z - текущая осевая координата

ε - тензорная единица

z_0 - осевая координата нулевого сечения

ρ - плотность

p - давление .

Индексы a - окружающая среда.

Решение известных уравнений динамики закрученного потока проведено в предположении, что жидкость идеальна, баротропна, движение установившееся, симметричное, совершается в поле массовых и центробежных сил. Получены зависимости для определения давления в точках потока. На оси вращения его величина определяется гидростатической составляющей и зависит от скорости центра масс выделенного элементарного объёма жидкости.

Теоретическое исследование закрученного потока идеальной жидкости осложняется тем, что в настоящее время нет единого мнения о модели явления. Известные уравнения движения вихревого закрученного потока И.С. Громека [1], В.Н. Евреинова [2] и А.Я. Милович [3] показали, что " в случае безвихревого движения можно прийти к аналогичным уравнениям" и упростить задачу о закрученном вихревом потоке "... сблизив ее с задачей о потенциальном движении". Многие авторы [4], [5], [6] используют в теоретическом исследовании модель плоского потенциального движения. И неизбежно приходят к выводу, что скорость на оси должна иметь бесконечно большое положительное значение, а давление - бесконечно большое отрицательное значение [7].

В настоящей работе рассматривается вихревой закрученный поток идеальной $-P = -p\,\mathcal{E}$ разотропной $\rho = \rho(p)$ жидкости в установившемся $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ симметричном $-\frac{\partial}{\partial \rho} = 0$ движении в поле массовых и центробежных сил. При этих допущениях известное уравнение динамики идеальной жидкости И.С. Громека и Т. Лэмба [8]

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + grad\,\frac{W^2}{2} + rot\,\vec{W} \times \vec{W} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\,grad\,P \qquad (I)$$

и предположении, что центробежные силы могут быть представлены потенциалом наравне с массовыми силами и существует функция давления [8], после преобразований будет

$$grad\left(\frac{W_a^2}{2} + \Pi_M + \Pi_ц + \mathcal{P}\right) rot\,\vec{W} \times \vec{W} = 0$$

или

$$grad\,B + \vec{\Omega} \times \vec{W} = 0 . \qquad (2)$$

Когда во вращающемся потоке жидкости осевая составляющая скорости не постоянна вдоль радиуса вращения ($\frac{\partial W_z}{\partial z} \neq 0$), трехчлен Бернулли сохраняет свое значение только вдоль линии тока $\frac{\partial B}{\partial \Gamma}$ или вдоль вихревой линии $\vec{\Omega}\,\frac{\partial B}{\partial \ell} = 0$ [8].

Это пример закрученного потока жидкости. Для него справедливо уравнение

$$grad\,B_{(\ell)} = 0 . \qquad (3)$$

Интегрируя уравнение (3) и подставив значения $\Pi_M = g\,z$ и $\Pi_ц = -\frac{\omega^2}{2} z^2$ найдем

$$\left[\frac{W_a^2}{2} + gz - \frac{\omega^2}{2} z + \mathcal{P}\right]_{(\ell)} = const . \qquad (4)$$

На основании экспериментальных исследований закрученного потока газа на модели топочной камеры Е.А.Нахапетян приходит к выводу, что " существует некоторая поверхность, характеризуемая нулевым значением избыточного статического давления $P = 0$ ". Эта поверхность при установившемся движении неподвижна относительно выбранной системы координат [9]. Функция давлений на ней равна нулю, $\mathcal{P}_{(P_a)} = 0$. Тогда в точке $z = 0$ постоянная в правой части уравнения (4) будет

$$const = gz_0 \tag{5}$$

и уравнение (4) примет вид

$$\frac{W_a^2}{2} - \frac{\omega^2}{2} r^2 + gz = gz_0 \tag{6}$$

или

$$z - \left(z_0 - \frac{W_a^2}{2}\right) = \frac{\omega^2}{2g} r^2 . \tag{7}$$

Соотношение (7) представляет собой уравнение параболоида, это изопотенциальная поверхность. По условию давление и плотность на ней величины постоянные. Она является огибающей линий тока и поверхностью тока [8].

Для установившегося симметричного закрученного потока $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$ давление в точке может быть определено как сумма гидростатического давления p_z и давления от центробежных сил p_r

$$p = p_z + p_r . \tag{8}$$

Скорость поступательного движения W_a может быть представлена суммой осевой W_z и радиальной W_r составляющими полной скорости центра масс выделенного элементарного объема (рис.I). Подставим их значения вместо W_a в уравнение (4) и продифференцируем его по переменной z

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{W_z^2(r,z)}{2} + \frac{W_r^2(r,z)}{2} + gz - \frac{\omega^2(r,z)}{2} r^2\right] = 0 , \tag{9}$$

по переменной r

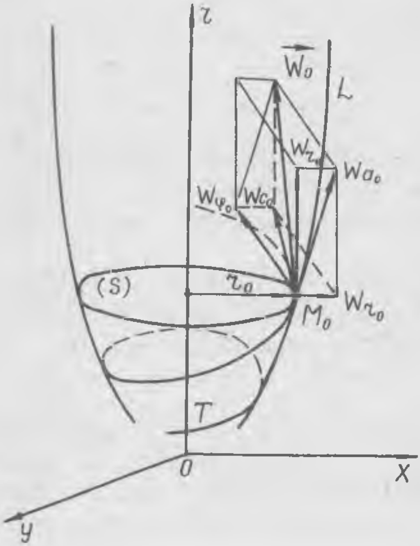
$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{W_z^2(r,z)}{2} + \frac{W_r^2(r,z)}{2} + gz - \frac{\omega^2(r,z)}{2} r^2\right] = 0 . \tag{10}$$

Интегрирование уравнения (9) проведем вдоль оси вращения Oz , а уравнения (I0)- вдоль радиуса вращения r , полагая процесс изменения параметров вдоль Oz изотермическим, а вдоль r - адиабатическим. После преобразований получим

$$p_z = p_a \exp\left\{\frac{\rho_a}{p_a}\left[g(z - z_0) + \frac{\omega_0^2}{2} r^2\left(\varepsilon_x^2 - 1\right) - \frac{W_{z_0}^2}{2}\left(\eta_{zz}^2 - 1\right) - \frac{W_{r_0}^2}{2}\left(\eta_{rz}^2 - 1\right)\right]\right\} ; \tag{II}$$

$$p_r = p_z\left\{\frac{k-1}{k}\,\frac{\rho_z}{p_z}\left[\frac{\omega_0^2}{2} r^2 + \int_0^r \omega^2(r)\, r\,\partial r - \frac{W_{z_0}^2}{2}\left(\eta_{zr}^2 - 1\right) - \frac{W_{r_0}^2}{2}\left(\eta_{rr}^2 - 1\right)\right]\right\}^{\frac{k}{k-1}} . \tag{I2}$$

Анализ уравнений (II) и (I2)показывает, что при любых значениях кинематических характеристик давление в любой точке закрученного потока газа есть величина положительная. В частности, в приосевой зоне давление может быть меньшим, равным и большим дав-



Р и с. I. Скорость поступательного движения W_a

ления среды, в которую происходит истечение. Ни в одной точке на оси вращения Oz давление не может быть равным нулю или иметь отрицательное значение.

Таким образом теоретические выводы полученные в результате предложенного решения известных уравнений динамики закрученного потока газа согласуются с физическими представлениями о сущности давления и подтверждаются многочисленными исследованиями.

В ы в о д ы

I. Изопотенциальные поверхности в закрученном потоке газа – параболоиды вращения.

2. При принятых допущениях (4) и (5) и изменении параметров состояния газа вдоль оси вращения Oz в изотермическом процессе и вдоль радиуса вращения, в адиабатическом процессе распределение давления в закрученном потоке идеального газа не противоречит физической сущности давления и подтверждается многочисленными опытами.

Л и т е р а т у р а

I. Г р о м е к а И.С. Некоторые случаи движения несжимаемой жидкости. М., Изд-во АН СССР, I952.

2. Е в р е и н о в В.Н. Гидравлика. Министерство речного флота СССР, I947.

3. М и л о в и ч А.Я. Основы гидромеханики. М., Госэнергоиздат, 1964.

4. А б р а м о в и ч Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.-Л., "Наука", 1951.

5. В у л и с Л.А., У с т и м е н к о Б.П. Сб. "Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных устройствах". М.-Л., Госэнергоиздат, 1958, с. 176-187.

6. Tolbot L. Laminar Swirling Pipe Flow, „Jornal of Applied Mechanics", 1954, v.21, N1, p. 1-7 (перевод. Бюро переводов", ВИНТИ, N76819/9).

7. Б о р о д и н В.А., Д и т я к и н Ю.Ф., К л я ч к о Л.А., Я г о д к и н В.И. Распыливание жидкостей. М., " Машиностроение", 1967.

8. Л о й ц я н с к и й Л.Г. Механика жидкости и газа. М., "Наука", 1970.

9. Н а х а п е т я н Е.А. Сб. " Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных устройствах.М.-Л., Госэнергоиздат, 1958, с. 150-165.

П.С. Куц, В.А. Долгушев

ТАНГЕНЦИАЛЬНАЯ ЗАКРУТКА СТРУЙ

Принятые обозначения

ρ - плотность жидкости
ν - кинематическая вязкость жидкости
μ - коэффициент динамической вязкости
v, w, u - радиальная, тангенциальная и осевая составляющие скорости жидкости
p - гидродинамическое давление
R - радиус камеры
a - ширина тангенциального патрубка
κ_a - число тангенциальных патрубков
$w_{вх}$ - средняя скорость в тангенциальном вводе