

2. Пат. 2081691 РФ. МКИ⁵ В 01 F 7/00. Гидромеханический диспергатор / З и м и н А.И., Б а л а б ы ш к о А.М., Р у ж и ц к и й В.П. Оpubл. 20.06.97, Бюл. № 17.

УДК 532.5

ОДНА ИЗ ГИПОТЕЗ ПО АКУСТИКЕ ВИХРЕВОГО ЭЛЕМЕНТА

Карышев Ю.Д.

Самарский институт инженеров железнодорожного транспорта

Предлагаемый к рассмотрению механизм возбуждения и поддержания радиальных колебаний в квазипотенциальном (основном) потоке газа вихревого элемента, обладающего скоростью потока C с ее компонентами по осям цилиндрических координат C_z , C_r и C_θ , давлением и плотностью p , ρ соответственно, состоит в следующем.

Как показывают экспериментальные данные, внутренняя граница основного (первичного) потока меняется по длине вихревого элемента. На задней (торцевой) стенке камеры закручивания она имеет минимальный радиус r_{mT} , затем радиус внутренней границы увеличивается, оставаясь постоянным и равным r_m до выхода потока из сопла радиуса r_c . На срезе сопла радиус внутренней границы снова увеличивается до значения r_{me} , переходя во внутреннюю границу поверхности расширяющейся газовой пелены. Наименьшее значение радиуса внутренней границы первичного потока на торцевой стенке r_{mT} объясняется тем, что поступающий в этом сечении в камеру закрученный поток еще не имеет осевой составляющей скорости (или она еще достаточно мала). По мере того, как струйки потока приобретают осевую составляющую скорости, радиус внутренней границы начинает увеличиваться. В результате этого частицы потока получают радиальное движение, то есть появляется радиальная составляющая скорости и ускорения. Двигаясь в радиальном направлении, внутренняя граница потока переходит через положение равновесия, определяемого относительным радиусом $\eta_m = r_m/r_c$. Это приводит к тому, что окружная составляющая скорости этих частиц уменьшается (из условия постоянства циркуляции), и, следовательно,

уменьшается центробежная сила инерции, направленная по радиусу к цилиндрической стенке камеры закручивания. В тоже время, радиальное движение подвижной внутренней границы потока приводит к деформации сжатия объема газа, внешняя граница которого ограничена цилиндрической стенкой камеры. Деформация объема газа вызывает повышение давления в этом объеме и возникновению силы, препятствующей его изменению. Одна из составляющих сил давления будет направлена по радиусу к оси вихревой камеры, то есть противоположно центробежной силе инерции. В результате взаимодействия этих сил, радиальная составляющая скорости частиц уменьшается, проходит при некотором относительном радиусе η_2 через нулевое значение и изменяет направление. Теперь потенциальная энергия деформации объема газа переходит в кинетическую энергию радиального движения частиц. Двигаясь в радиальном направлении к оси камеры, внутренняя граница основного потока снова проходит положение равновесия, но уже в обратном направлении. Переходя на наименьший радиус, частицы приобретают все большие значения тангенциальной составляющей скорости. Это приводит к возрастанию центробежной силы инерции, а увеличение объема к уменьшению в нем давления и соответствующей радиальной составляющей противодействующей силы. Снова, при некотором относительном радиусе η_1 , радиальная составляющая скорости проходит через нулевое значение, меняет направление и процесс повторяется.

Таким образом, возникновение колебательного движения потока является органически присущим свойством данного типа устройства. Для вывода дифференциального уравнения радиальных колебаний выделим, задав элементарные приращения цилиндрическим координатам, частицу газа, прилегающую к внутренней границе потенциального потока.

Запишем для него уравнение быстрых движений [1]

$$\frac{dc_r}{dt} = \frac{2\varepsilon c_\theta^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (1)$$

где ε - коэффициент интенсивности пульсаций.

Радиальный градиент давления можно представить в виде

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial r}, \quad (2)$$

где a - скорость звука.

Используя закон сохранения массы в элементе объема ΔV , то есть из выражения

$$\rho \Delta V = \text{const},$$

можно получить соотношение

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = - \frac{\rho}{\Delta V} \frac{\partial \Delta V}{\partial r} \gamma, \quad (3)$$

где элемент объема ΔV равен

$$\Delta V = \frac{1}{2} (r_c^2 - r^2) dz d\theta. \quad (4)$$

Коэффициент деформации γ учитывает влияние на изменение плотности не только радиальной деформации, но и деформации связанной с изменением других координат. В результате уравнение (1) приводится к виду

$$\frac{d c_r}{dt} = 2 \left(\frac{\varepsilon c_\theta^2}{r} - \frac{a^2 r \gamma}{r_c^2 - r^2} \right). \quad (5)$$

Обозначив синус угла закрутки потока на внутренней границе $\sin \alpha_m = s$, введя при этом безразмерную радиальную координату $\eta = \frac{r}{r_c}$ и безразмерное время в виде выражения

$$\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon} c_m t}{r_c}, \quad (6)$$

получим запись (5) в безразмерном виде

$$\ddot{\eta} = 2 \left(\frac{\eta_m^2 \cdot s^2}{\eta^3} - \frac{L \eta}{1 - \eta^2} \right), \quad (7)$$

где обозначено

$$L = \frac{\gamma}{M^2 \varepsilon},$$

здесь M - число Маха.

В случае периодического движения системы параметры, определяющие состояние системы в положении равновесия, имеют экстре-

мальное их значение, то есть правая часть уравнения (7) должна быть равна нулю

$$2\left(\frac{\eta_m^2 \cdot s^2}{\eta^3} - \frac{L\eta}{1-\eta^2}\right) = 0. \quad (8)$$

Исходя из того, что в положении равновесия значение [4]

$$s^2 = \frac{2\eta_m^2}{1+\eta_m^2}, \quad (9)$$

параметр L и координата η_m , исключая тривиальные случаи $\eta_m = 0$ и его отрицательные значения, связаны соотношением

$$L = \frac{2(1-\eta_m^2)}{1+\eta_m^2} \quad (10)$$

Если считать процесс движения установившимся, то уравнение (7) можно привести к виду

$$\dot{\eta} \frac{d\dot{\eta}}{d\eta} = 2\left(\frac{\eta_m^2 \cdot s^2}{\eta^3} - \frac{L\eta}{1-\eta^2}\right) \quad (11)$$

Разделяя переменные в (11) и интегрируя его, получим

$$\frac{1}{2}\dot{\eta}^2 + U(\eta) = E. \quad (12)$$

Здесь введено обозначение

$$U(\eta) = \frac{s^2 \eta_m^2}{\eta^2} - L \ln(1-\eta^2).$$

Из (12) следует

$$\dot{\eta} = \sqrt{2[E - U(\eta)]} \quad (13)$$

Можно показать, что в положении равновесия внутренней границы потока потенциальная функция $U(\eta)$ имеет изолированный минимум. Тогда из уравнения (13), которое можно рассматривать как уравнение фазовых траекторий, следует, что фазовые траектории будут замкнуты, а положение равновесия η_m будет особой точкой типа центр, относительно которого система может совершать колебания.

Из уравнения (13) можно получить выражение периода колебаний в виде

$$\tau^* = \sqrt{2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{\sqrt{E - U(\eta)}} \quad (14)$$

Здесь η_1 и η_2 - отклонение системы в моменты прохождения радиальной составляющей скорости $\dot{\eta}$ через нулевые значения. Соответственно разность $|\eta_1 - \eta_2|$ представляет собой полный размах колебаний. Так как функция $U(\eta)$ является нелинейной, то период колебаний τ^* зависит от значений η_1 и η_2 , (неизохронность колебаний в нелинейных системах). При уменьшении амплитуды колебаний фазовые траектории стремятся к эллипсам и колебания близки к гармоническим, то есть функция $U(\eta)$ близка к квадратичной функции координат. В пользу этого указывают и экспериментальные данные [3,6]. Поэтому, движение системы в первом приближении можно описать линейным дифференциальным уравнением. Разлагая потенциальную функцию $U(\eta)$ в ряд Тейлора в окрестности положения равновесия системы, ограничиваясь первыми тремя слагаемыми и вводя обозначение

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}\right)_{\eta_m} = k^2 = 8\left(\frac{2 - \eta_m^2}{1 - \eta_m^4}\right),$$

уравнение (7) приведём к виду

$$\ddot{\eta} + k^2 \eta = 0. \quad (15)$$

Безразмерный период колебаний определяется выражением

$$\tau^* = \frac{2\pi}{k} \quad (16)$$

и не зависит от амплитуды колебаний.

Зависимость значений приближенного τ^* по (16) и точного по (14) τ^* периодов от η_m представлена на рис. 1. Частота колебаний определяется выражением

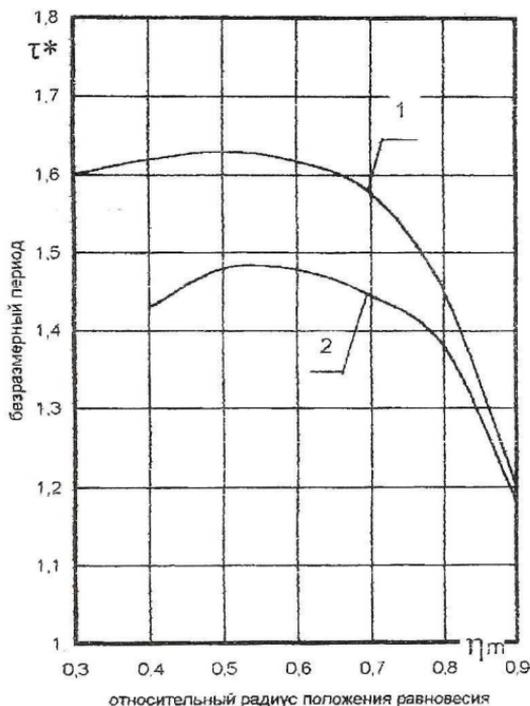
$$f = \frac{C_m \sqrt{\varepsilon}}{\tau^* r_c} \quad (17)$$

Как видно, она прямо пропорциональна скорости C_m потока на его внутренней границе и обратно пропорциональна радиусу сопла r_c .

Рис.1. Зависимость безразмерного периода колебаний от относительного радиуса положения равновесия:

1 - теоретическая в линейном приближении;

2 - по результатам численного интегрирования нелинейного уравнения



В работе [5], Ю.А. Кныш и А.Ф. Урывский приводят формулу, полученную на основе экспериментальных данных, позволяющую рассчитать частоту основного тона колебаний

$$Sh = 0,45S(1,12 - 0,04 \frac{l}{d}) \exp(-0,0125S^{1,5}), \quad (18)$$

здесь обозначено

$$Sh = \frac{fd}{w_z}, \quad (19)$$

то есть, безразмерная частота- число Струхала; f -частота колебаний 1/сек; d, l диаметр и длина вихревой камеры; w_z среднерасходная скорость течения; S - степень закрутки потока.

Величину S - можно считать аналогом действующей характеристики A_d [6]. Как указывают авторы, эта формула применима при $S = 0,7 - 3$, $L/d < 2$, $d = 10-55$ мм, $Re = 0,5 \cdot 10^4$

Получаемое из (17) теоретическое выражение числа Струхаля Sh запишется в виде

$$Sh_l = \frac{2\sqrt{\varepsilon}}{\tau^* \varphi \sqrt{\frac{\varphi}{2-\varphi}}} \quad (20)$$

На рис.2 представлена зависимость Sh от действующей характеристики Ad . Как видно из рисунка, экспериментальная зависимость (линия 1) по формуле (19), лежит внутри поля, образованного теоретическими зависимостями при $\varepsilon = 0,06$ (линия 2) и при $\varepsilon = 0,02$ (линия 3).

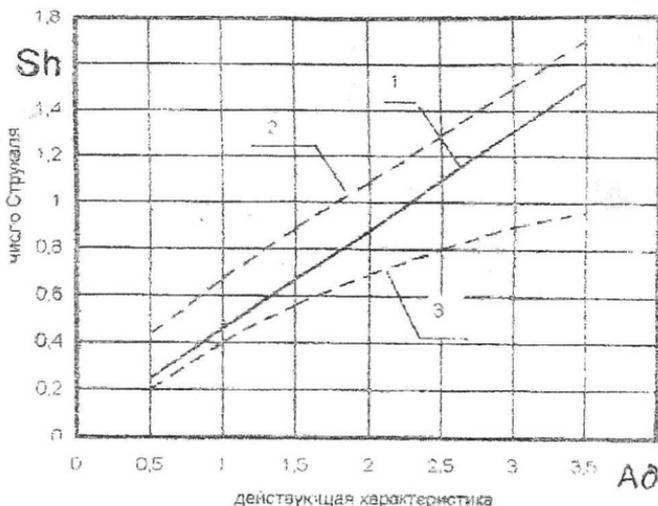


Рис2. Зависимость числа Струхаля от действующей характеристики: 1- экспериментальные данные; расчетные: 2- при $\varepsilon=0,06$. 3-при $\varepsilon=0,02$

В работе [6] указывается, что значения ε в периферийной зоне составляют 2 - 7% и менее. Таким образом, по совпадению чисел Струхаля значения ε лежат в области, замеренных экспериментально.

Значения коэффициента ε в диапазоне $Ad = 0,7 - 3,35$ можно приближенно аппроксимировать уравнением

$$\varepsilon = 0,048e^{-0,089(3,35-Ad)^2} \quad (21)$$

При больших значениях действующей характеристики значение коэффициента ε можно принять равным 0,06 - 0,07.

Полученные результаты позволяют принять закон изменения безразмерной радиальной координаты при начальных условиях в виде

$$\eta = -A_r \cos k\tau \quad (22)$$

и найти безразмерную радиальную скорость

$$\dot{\eta} = A_r k \sin k\tau, \quad (23)$$

Значение безразмерной амплитуды

$$A_r = \eta_m - \eta_l \quad (24)$$

Длина волны колебаний вдоль линии тока определяется выражением

$$\lambda = c_m \cdot T = \frac{2\pi r_c}{k_l \sqrt{\varepsilon}}, \quad (25)$$

а фазовая длина волны

$$\lambda_\phi = c_z T = \lambda \sqrt{\frac{\phi}{2-\phi}} \quad (26)$$

Как видно из (25), длина волны не зависит от скорости, а определяется только степенью закрутки потока, то есть действующей характеристикой (геометрией) вихревого элемента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карышев Ю.Д. Дифференциальные уравнения разделенных движений закрученного потока газа.// В.кн. Динамика систем, механизмов и машин. Матер. Международной н.-техн. конф. Кн.№ 1, Омск, 1995. -С.86.
2. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки.-М.: Мир,1987.-588с.
3. Лукачев С.В. Образование вихревых когерентных структур в вихревой трубе Ранка.// В кн.: Вихревой эффект и его применение в технике.-Куйбышев, 1984.-С.38-44.
4. Карышев Ю.Д. О коэффициенте расхода газовых вихревых элементов.// Вопросы н.-технического прогресса на ж.д. транспорте.-Самара: СамИИТ, Межвуз. сборник научн. трудов.1998. - С.134-138.
5. Кныш Ю.А., Урывский А.Ф. К теории возникновения регулярных пульсаций в закрученном потоке жидкости// Изв.вузов. Сер. «Авиационная техника».-1982.-№1.-С.83-89.
6. Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. -Киев: Наук. Думка, 1989.-192с.