

# ТЕОРИЯ ОТОБРАЖЕНИЯ В ПРОЕКТИРОВАНИИ СПОСОБОВ СОПРЯЖЕННО-ПРОФИЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ПЕРА ЛОПАТОК ГТД

Краснова Н.В., Юнусов Ф.С., Краснов М.В.

Казанский государственный технический университет, г. Казань

Актуальной проблемой авиадвигателестроения является разработка эффективных способов, технологий и средств изготовления пера лопаток ГТД.

К таким высокопроизводительным способам финишной обработки пера относится процесс ленточного виброабразивного полирования методом сопряженно-профильной обкатки объемными инструментами-копирами (ложементами), профилированными по геометрии обрабатываемых сечений детали. Разработка оригинальных схем формообразования, создание специальных станков подтвердили прогрессивность данной группы способов обработки сложных криволинейных поверхностей аэродинамического профиля типа пера лопатки ГТД [1].

Одним из важных и определяющих компонентов в проектировании таких способов обработки является геометрический аспект в формообразовании поверхностей спинки и корыта пера лопатки ГТД. Наиболее существенен здесь вопрос об определении формы и геометрии рабочих, формообразующих поверхностей инструментов-копиров. От формы геометрических поверхностей инструментов-копиров существенно зависит, в конечном итоге, форма и дифференциально-геометрические характеристики воспроизводимых ими поверхностей пера лопаток ГТД. Предложенный и разработанный подход основан на исследованиях точечного взаимно-однозначного соответствия геометрических поверхностей пера лопаток и инструментов-копиров методами дифференциальной геометрии и теории поверхностей. Научной гипотезой данного подхода является, таким образом, положение о взаимно-однозначном точечном отображении поверхностей детали и инструментов [2].

Выделим важные положения принципа точечного соответствия или отображения двух геометрических форм, которые в дальнейшем определяют разработанную нами методику проектирования геометрии, как самих инструментов-копиров, так и параметров формообразующих движений системы «деталь – инструмент» в соответствующих способах обработки пера лопаток ГТД.

При точечном взаимно-однозначном соответствии отображаемых друг на друга поверхностей обе поверхности, как правило, в большинстве

видов геометрических отображений считают равноправными. Одну из них считают образом, а вторую – прообразом первой.

В случае поиска решения для технической задачи – нахождение формы и профилирование рабочей части обкаточных инструментов-копиров целесообразно за образ принимать геометрические поверхности детали, то есть спинки и корыта пера лопатки ГТД, а за прообраз – исходные (проектируемые) геометрические поверхности инструментов, учитывая, что исходным, задающим элементом в процессе формообразования всегда является деталь.

Известно, что все существующие виды дифференцируемых отображений одной поверхности на другую искажают исходную поверхность, сохраняя неизменными лишь отдельные ее свойства.

Так при конформном отображении сохраняются углы между всякими двумя направлениями, выходящими из одной точки. Геодезическое отображение ставит в соответствие геодезической линии на отображаемой поверхности также геодезическую линию. Эквиареальное отображение сохраняет равными площади соответствующих друг другу фигур на отображаемых поверхностях. Сферическое отображение состоит в том, что каждой точке поверхности ставится в соответствие такая точка на поверхности сферы, чтобы нормали в этих точках были параллельны.

Наиболее точным и вместе с тем наиболее жестким по математическим условиям является изометрическое отображение.

Изометричными являются поверхности, наложимые друг на друга при изгибании. Изгибанием называется процесс деформации поверхности, представленной в виде гибкой, но не растяжимой пленки, при котором изменяется форма, то есть внешняя геометрия поверхности, но ее внутренняя геометрия – метрика, метрические свойства, связанные с измерениями, остаются неизменными: сохраняются длины линий на поверхности, углы двух линий на поверхности, площадки кусков поверхностей.

Таким образом, изометрическое отображение включает в себя свойства эквиареального и конформного отображений.

Известно, что две поверхности  $S$  и  $S_1$ , которые обладают одним и тем же линейным элементом, наложимы друг на друга, хотя имеют различные конечные уравнения.

Математически это выражается равенством:

$$dS^2 = dS_1^2,$$

где

$$dS^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2,$$

$$dS_1^2 = E_1du^2 + 2F_1dudv + G_1dv^2,$$

то есть равенство линейных элементов поверхностей означает равенство трех коэффициентов:

$$E = E_1, F = F_1, G = G_1,$$

где  $E = \vec{r}_u^2, F = \vec{r}_u \vec{r}_v, G = \vec{r}_v^2,$

$\vec{r} = \vec{r}(u, v)$  – радиус-вектор переменной точки поверхности.

Заметим, что при конформном отображении достаточно пропорциональности трех коэффициентов линейной формы:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{F}{F_1} = \frac{G}{G_1}.$$

Равенство первых основных квадратичных форм  $dS^2$  и  $dS_1^2$  является необходимым и достаточным условием наложимости поверхностей друг на друга при изгибании. Форма наложимых друг на друга поверхностей будет различна, ибо она определяется отличными друг от друга уравнениями, но внутренняя геометрия на каждой из поверхности будет одна и та же.

Очевидно, что поверхности, отличающиеся между собой только положением в пространстве наложимы друг на друга. Развертывающиеся поверхности наложимы на плоскость.

Имеется общее положение дифференциальной геометрии и теории поверхностей, согласно которому винтовые поверхности наложимы на винтовые поверхности и на поверхности вращения. В последнем случае после изгибания винтовые линии превращаются в параллели, а ортогональные траектории винтовых линий в меридианы.

Аналитическим признаком наложимости является равенство полных или гауссовых кривизн в соответствующих точках поверхностей:

$$H = H_1,$$

где  $H = \frac{1}{k_1 k_2}, H_1 = \frac{1}{k_1' k_2'}$ ,

$k_1, k_2$  и  $k_1', k_2'$  – главные кривизны поверхности первой (образа) и второй (прообраза).

Если изгибание происходит на главном основании, то имеется бесконечное число изгибаемых поверхностей, изометричных данной [3]. При простом основании изгибания изометричными являются только исходная и конечная форма изгибаемой поверхности. Это случай дискретной изометрии в отличие от первого варианта – непрерывной изометрии.



В большинстве случаев при изгибании искажается, деформируется сама линия контакта детали с инструментом, то есть нарушаются условия соответствия взаимодействующих поверхностей по их внешней геометрии – условия сопряжения. Следовательно, при обработке методом сопряженно-профильной обкатки криволинейных поверхностей спинки и корыта пера лопаток ГТД в режиме чистого качения без скольжения, когда сохраняются длины линий контакта и длины линий обкатки, необходимо удовлетворить одновременно двум требованиям – соответствию как по внешней, так и по внутренней геометрии поверхностей детали и инструмента. Этим требованиям отвечает случай изгибания исходной поверхности детали с сохранением принадлежащих ей полос, то есть с сохранением формы самих линий контакта и распределенных вдоль них нормалей. Но такое изгибание возможно лишь в том случае, если твердая кривая – асимптотическая или прямая линия.

Исходя из вышеизложенного, можно заключить, что условию геометрического соответствия как по внешней, так и по внутренней геометрии могут отвечать лишь замещающие поверхности спинки и корыта пера лопатки ГТД, так называемые базовые линейчатые поверхности детали, наложимые при изгибании на базисные линейчатые винтовые или линейчатые поверхности вращения инструмента.

Основанная на результатах проведенных теоретических исследований разработанная методика определения формы рабочих поверхностей и параметров установки и движения инструментов-копиров включает в себя последовательные этапы перехода от наиболее общего строго аналитического решения для классических геометрических форм к частным приближенным решениям применительно к конкретным техническим поверхностям типа пера лопаток ГТД. Ниже перечисляются эти этапы и их содержание.

#### 1. Этап аналитического решения.

Исходными данными являются: задание пера лопатки ГТД как эллиптической оболочки аналитической или регулярной математической моделью с начальными (краевыми) условиями изгибающих полей. Решение ищется в классе наложимых друг на друга поверхностей при изгибании без сжатий и растяжений:

- при непрерывных изгибаниях, допускающих бесконечное число поверхностей, изометричных исходной (данной);
- при дискретном соответствии конечных форм изгибания, допускающем начальную исходную поверхность (образ) изометричную конечной поверхности (прообразу).

Для аналитического решения используется аппарат дифференциальной геометрии и теории поверхностей, тензорный анализ.

Данный этап решения может быть принят за идеальный вариант, к которому должны стремиться приближенные методы решения для реальных поверхностей спинки и корыта пера лопатки ГТД, имеющих криволинейные образующие.

2. Этап аналитического решения, возможный для базовых (замещающих) линейчатых поверхностей деталей и инструментов.

Данный вариант или этап решения предполагает строгое аналитическое решение для выделенных (замещающих) линейчатых поверхностей пера лопатки и обкаточных инструментов-копиров.

Возможными базовыми поверхностями копиров являются три класса поверхностей:

- винтовые линейчатые поверхности;
- поверхности вращения с прямолинейной образующей;
- цилиндрические поверхности.

3. Этап численного решения.

На геометрических поверхностях базовых линейчатых форм инструментов-копиров определяются с учетом кривизны профильных сечений спинки и корыта реальные поверхности рабочей формообразующей части инструментов.

Таким образом, разработанная методика предполагает возможность решения задачи геометрического отображения сочетанием метода изгибаний (точное аналитическое решение) с кинематическим методом образования криволинейных поверхностей в пространстве (приближенное решение).

Поиск конкретного решения к заданной номенклатуре лопаток ГТД возможен на достаточно широком допускеемом множестве геометрических поверхностей в классе линейчатых..

#### Список литературы

1. Краснова Н.В., Юнусов Ф.С. Наложимость геометрических поверхностей детали и инструмента при финишной обработке методом сопряженно-профильной обкатки. – Межвузовский сборник: Прогрессивные методы обработки деталей летательных аппаратов и двигателей. Казань, КАИ, 1983.
2. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей. Часть II. Поверхности в пространстве. Отображения и изгибания поверхностей. Специальные вопросы. – М.-Л. ГИТТЛ, 1948. – 407с.
3. Фиников С.П. Изгибание на главном основании и связанные с ним геометрические задачи. – М.-Л. ГИТТЛ, 1947. – 176с.