

ОСОБЕННОСТИ УСЛОВИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ВИБРОВОЗМУЩЕННЫХ АГРЕГАТОВ И УЗЛОВ ДЛА, МОДЕЛЬ ПОДВЕСКИ КОТОРЫХ СВОДИТСЯ К ЭЛЕМЕНТУ МАКСВЕЛЛА

Шакиров Ф.М.

Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара

Надежность ДЛА и их систем зависит не только от протекающих в них процессов, но и от внешних условий их функционирования - в том числе и вибрационных. Правильный выбор параметров подвески обеспечивает эффективную виброзащиту объектов, способствуя повышению величин показателей надежности ДЛА в целом.

Модель Максвелла (рис.1) и предусматривает следующие допущения: масса основания значительно превосходит массу объекта и они недеформируемы; объект является точечной массой, а колебательная система имеет сосредоточенные параметры; упругий и диссипативный элементы - линейны; установившиеся однонаправленные колебания объекта происходят либо в отсутствие гравитационных сил (рис.1.а), либо в горизонтальном направлении (рис.1.б).

Движение рассматриваемой колебательной системы описывается следующей системой уравнений : для кинематического возмущения-

$$\left. \begin{aligned} mx_2''(t) + c[x_2(t) - x_3(t)] &= 0 \\ d[x_3'(t) - x_1'(t)] &= c[x_2(t) - x_3(t)] \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

для силового -

$$\left. \begin{aligned} mx_2''(t) + c[x_2(t) - x_3(t)] &= F(t) \\ dx_3'(t) &= c[x_2(t) - x_3(t)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где m - масса защищаемого объекта;

c - жесткость упругого элемента;

d - коэффициент демпфирования диссипативного элемента;

e - $x_1(t), x_1'(t)$ -перемещение основания и его скорость;

f - $x_2(t), x_2''(t)$ - перемещение и ускорение объекта;

g - $x_3(t), x_3'(t)$ - перемещение связи между упругим и диссипативным элементами и его скорость;

h - $F(t)$ - внешняя сила.

Из множества передаточных функций (ПФ) (и связанных с ними частотных характеристик [1]), которые можно получить из сис-

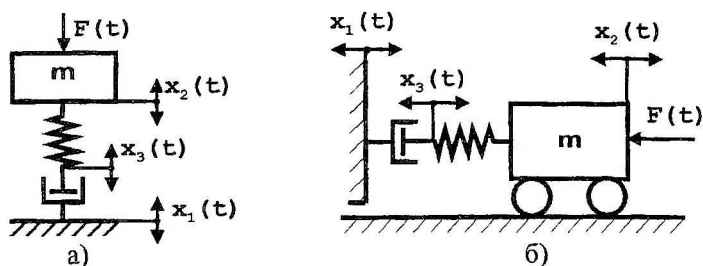


Рис.1.Схемы колебательной системы с подвеской в виде элемента Максвелла при: а - вертикальной, б - горизонтальной осцилляции

тем уравнений (1) и (2), рассмотрим наиболее часто используемые для оценки прочности и структурной целостности объекта, основания и связей. При кинематическом возмущении это ПФ: $W_A(s)$, $W_R(s)$ по абсолютному и относительному параметрам (перемещение, скорость, ускорение), соответственно; здесь s комплексная величина, отражающая применение преобразования Лапласа [2]. При силовом возмущении это ПФ: $W_{CK}(s)$ - по скорости; $W_{YC}(s)$ - по ускорению; $W_C(s)$ по силам; ПФ по перемещению не определена в связи с отсутствием у данной подвески статической несущей способности. Указанные ПФ, модули и аргументы частотных ПФ приведены в табл.1. Здесь μ - коэффициент передачи, ν коэффициент динамического усиления, φ угол сдвига фаз между входной и выходной координатами, $\eta = \omega/\omega_0$ безразмерная частота возмущения, ω , $\omega_0 = (c/m)^{0.5}$ - круговая и собственная частоты, $\xi = 0.5d/(c/m)^{0.5}$ - безразмерный коэффициент демпфирования; индексы частотных ПФ соответствуют индексам ПФ. Графики годографов, модулей и аргументов частотных ПФ даны на рис.2...5.

Кинематическое возмущение: частотные функции по абсолютному параметру (рис.2). Снижение демпфирования в элементе Максвелла сопровождается уменьшением как резонансного значения абсолютного коэффициента передачи $\mu_{A p}$, так и резонансной частоты η_p (рис.2.а,в,д). Причем с ошибкой не более 10% для значений параметра $\xi \geq 0,58$ можно принять формулу:

$$\mu_{A p} \approx 2\xi. \quad (3)$$

Виброизоляция по абсолютному коэффициенту передачи (т.е. выполнение условия $\mu_A(\eta) < 1$) осуществляется в частотной области $\eta^* < \eta < \infty$ при величинах параметра $\xi > (0,125)^{0.5}$ и на всех частотах $\eta > 0$ при $\xi \leq (0,125)^{0.5}$. Граничная частота η^* , выше которой обеспе-

Таблица 1

Нагру- жение	Передающая функция, $W(s)$	Модуль частотной ПФ (АЧХ): $\mu(\eta), \nu(\eta)$	Аргумент частотной ПФ (ФЧХ): $\varphi(\eta)$
Кинемати- ческое	$W_A(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{s}{2\xi\omega_0} + 1}$	$\mu_A(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2/4\xi^2}}$	$\varphi_A(\eta) = \begin{cases} -\arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2)], & \text{при } \eta \leq 1 \\ -\pi - \arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2)], & \text{при } \eta > 1 \end{cases}$
	$W_R(s) = \frac{s^2 - \frac{s}{2\xi\omega_0}}{s^2 + \frac{s}{2\xi\omega_0} + 1}$	$\mu_R(\eta) = \frac{\eta^4 + \eta^2/4\xi^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2/4\xi^2}}$	$\varphi_R(\eta) = \begin{cases} -\arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2 - 1/4\xi^2)], & \text{при } \eta^2 + 1/4\xi^2 \leq 1 \\ -\pi - \arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2 - 1/4\xi^2)], & \text{при } \eta^2 + 1/4\xi^2 > 1 \end{cases}$
Сило- вое	$W_{CK}(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + \frac{2\xi}{\omega_0} + \frac{s}{\omega_0^2} + \frac{s}{2\xi\omega_0} + 1}$	$\nu_{CK}(\eta) = \frac{\eta^2 + 1/4\xi^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2/4\xi^2}}$	$\varphi_{CK}(\eta) = -2\pi + \arctg[2\xi\eta(1-\eta^2 - 1/4\xi^2)]$
	$W_{CK}(s) = \frac{s^2 + \frac{s}{2\xi\omega_0}}{s^2 + \frac{s}{2\xi\omega_0} + 1}$	$\nu_{CK}(\eta) = \frac{\eta^4 + \eta^2/4\xi^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2/4\xi^2}}$	$\varphi_{CK}(\eta) = \begin{cases} -\pi - \arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2 - 1/4\xi^2)], & \text{при } \eta^2 + 1/4\xi^2 \leq 1 \\ -2\pi - \arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2 - 1/4\xi^2)], & \text{при } \eta^2 + 1/4\xi^2 > 1 \end{cases}$
	$W_C(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{s}{2\xi\omega_0} + 1}$	$\nu_C(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \eta^2/4\xi^2}}$	$\varphi_C(\eta) = \begin{cases} -\arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2)], & \text{при } \eta \leq 1 \\ -\pi - \arctg[\eta/2\xi(1-\eta^2)], & \text{при } \eta > 1 \end{cases}$

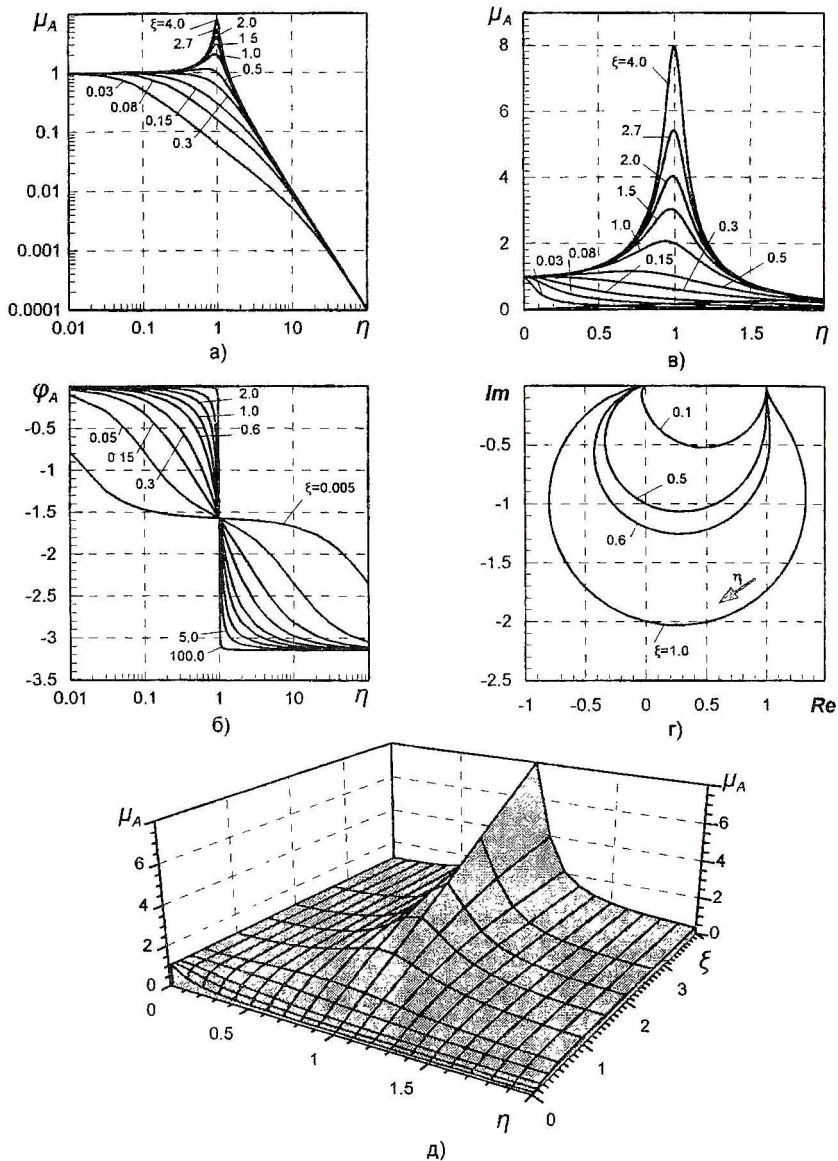


Рис.2. Частотные характеристики по абсолютному параметру для колебательной системы с подвеской - элементом Максвелла при кинематическом возмущении: а,в,д - АЧХ, б - ФЧХ, г - АФЧХ

чивается виброизоляция по параметру $\mu_A(\eta)$, имеет вид:

$$\eta^* = \left(\sqrt{8\xi^2 - 1} \right) / 2\xi \quad (4)$$

и принимает значения от 0 до $(2)^{0.5}$ при возрастании параметра демпфирования в диапазоне $(0, 125)^{0.5} \leq \xi \leq \infty$.

Высокочастотный абсолютный коэффициент передачи $\mu_A(\infty)$ не зависит от величины демпфирования в системе (рис.2.а):

$$\mu_A(\infty) \approx 1 / \eta^2, \quad (5)$$

что соответствует показателю темпа затухания высокочастотных колебаний $\theta(\infty) = 40$ дБ/дек (12 дБ/окт).

Функция $\varphi_A(\eta)$ изменяется в пределах от 0 до $-\pi$ (рис.2.б,г) и зависит от уровня демпфирования в системе. При больших значениях ξ ФЧХ обладает качествами существенно колебательной системы, а с уменьшением демпфирования приобретает неупругие свойства.

Кинематическое возмущение: частотные функции по относительному параметру (рис.3). АЧХ (рис.3.а,в) обладает инвариантной к демпфированию точкой (прямой на рис.3.д), через которую проходят все кривые независимо от величины параметра ξ . Ее координаты: $\mu_{R \text{ инв}} = 1$, $\eta_{\text{инв}} = (0,5)^{0.5}$. Все точки кривых $\mu_R(\eta)$, имеющие абсциссы $\eta < (0,5)^{0.5}$ (рис.3.а,в), соответствуют условию виброизоляции $\mu_R(\eta) < 1$ инвариантно к параметру ξ .

С ростом демпфирования (ξ) увеличивается колебательность системы и возрастают резонансные значения $\mu_R(\eta)$, которые располагаются на частотах, стремящихся к $\eta_p = 1$; снижение демпфирования сопровождается падением пиковых величин $\mu_R(\eta)$ и смещением их в сторону больших частот. Для значений $\xi > 1$ величину $\mu_R(\eta)$ на резонансе можно определить в пределах 10%-ой ошибки из зависимости:

$$\mu_{Rp} \approx 2\xi. \quad (6)$$

Низкочастотный относительный коэффициент передачи зависит от демпфирования (рис.3.а,в) и имеет вид:

$$\mu_R(0) \approx \sqrt{\eta^4 + \eta^2} / 4\xi^2 \quad (7)$$

При больших величинах параметра ξ выражение (7) вырождается в следующее: $\mu_R(0) \approx \eta^2$, что соответствует существенно колебательной

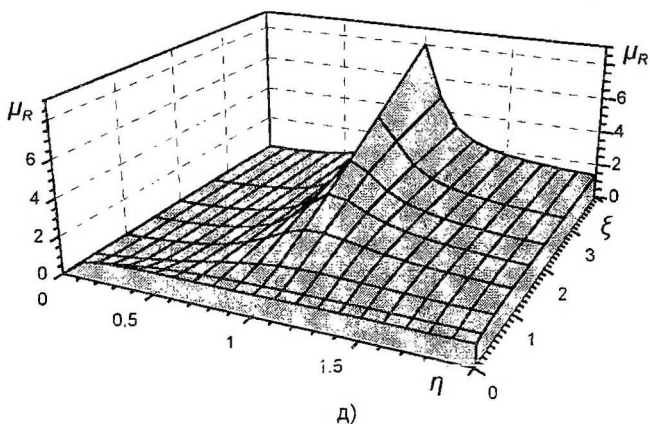
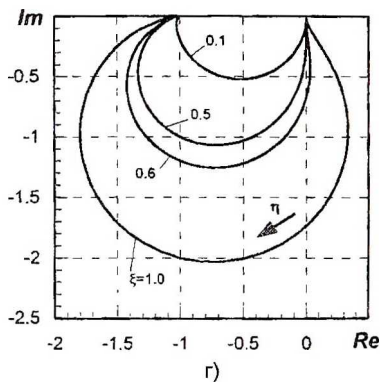
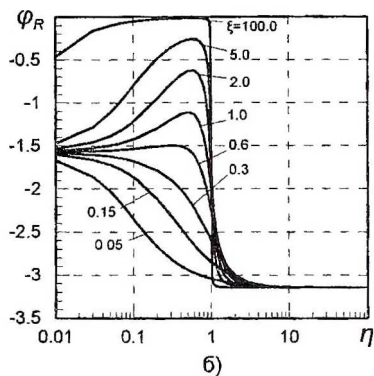
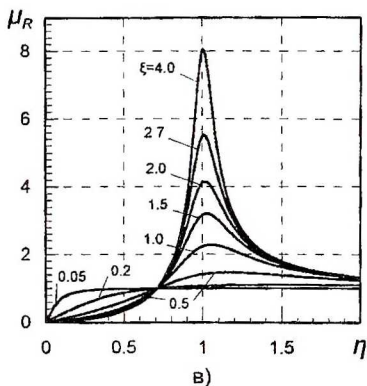
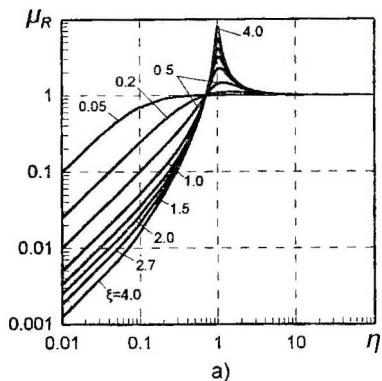


Рис.3. Частотные характеристики по относительному параметру для колебательной системы с подвеской - элементом Максвелла при кинематическом возмущении: а,в,д - АЧХ; б - ФЧХ; г - АФЧХ

системе с показателем темпа затухания низкочастотных колебаний $\theta(0)=40 \text{ дБ/дек}$ (12 дБ/окт). При $\xi \rightarrow 0$ равенство (7) трансформируется следующим образом: $\mu_r(0) \approx \eta/2\xi$, что соответствует существенно неупругой системе с показателем $\theta(0)=20 \text{ дБ/дек}$ (6 дБ/окт).

ФЧХ (рис.3.б) зависит от величины параметра ξ : при малых величинах демпфирования угол сдвига фаз изменяется от $-\pi/2$ до $-\pi$ (см. также рис.3.г); с ростом параметра ξ нарастает колебательность системы и функция $\varphi_R(\eta)$ изменяется в интервале $0 \leq \varphi_R \leq -\pi$, как у недемпфированной системы.

Силовое возмущение: частотные функции по скорости (рис.4). АЧХ по скорости (рис.4.а) обладает рядом особенностей. Стартовые значения коэффициента динамического усиления по скорости (при $\eta=0$) обратно пропорциональны величине демпфирования:

$$v_{СК}(\eta=0) = 1/2\xi. \quad (8)$$

При малых значениях ξ система проявляет неупругие свойства: отсутствие резонансных пиков и расслоение кривых АЧХ в области малых частот ($\eta < 0,5$) в зависимости от величины параметра ξ . С ростом демпфирования в системе ярко проявляются колебательные свойства, обуславливающие появление и рост резонансных пиков и снижение амплитуды колебаний в до- и зарезонансной областях частот. На АЧХ есть инвариантная точка (рис.4.а,в), через которую проходят все кривые функции $v_{СК}(\eta)$ при изменении параметра ξ , с координатами: $v_{СК \text{ инв}} = (2)^{0,5}$; $\eta_{\text{инв}} = (0,5)^{0,5}$ (на трехмерном графике это инвариантная к демпфированию прямая).

Снижение демпфирования в зоне значений $\xi > 0,4$ сопровождается уменьшением как величины резонансных пиков, так и резонансной частоты η_p , которая при этом смещается влево от величины $\eta=1$. При дальнейшем снижении демпфирования в интервале $0 < \xi < 0,4$ начинает проявляться низкочастотное ($\eta < 0,5$) усиление входного сигнала, характерное для неупругой системы. При $\xi > 1$ с погрешностью не более 10% можно определять резонансные значения $v_{СК}(\eta)$ по формуле:

$$v_{СКp} \approx 2\xi \quad (9)$$

Виброизолирующие свойства рассматриваемой системы по параметру "скорость" существенно зависят от величины демпфирования.

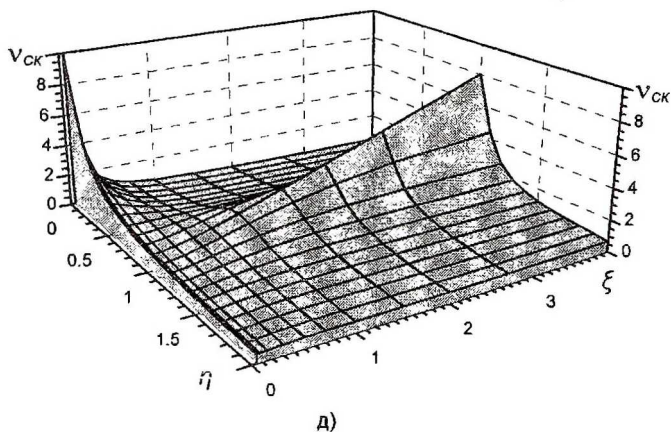
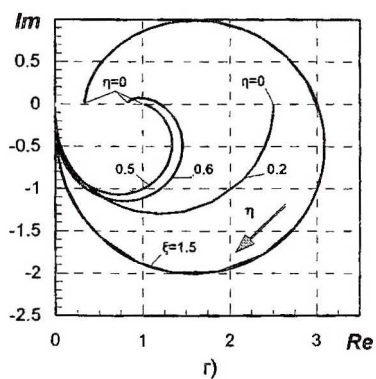
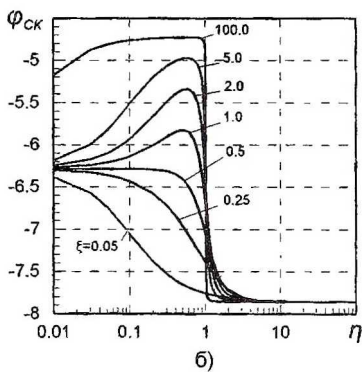
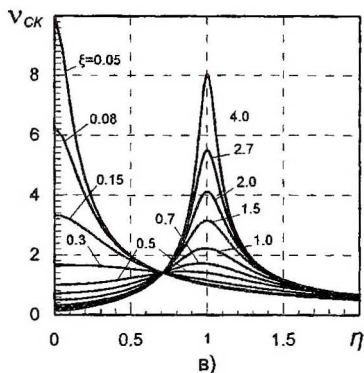
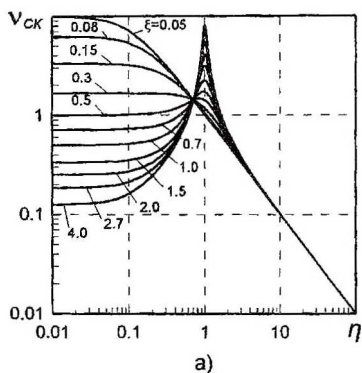


Рис.4. Частотные характеристики "по скорости" для колебательной системы с подвеской - элементом Максвелла при силовом возмущении: а,в,д - АЧХ; б - ФЧХ; г - АФЧХ

При значениях параметра $\xi > 0,5$ виброизоляция осуществляется в низкочастотной - $0 < \eta < 4$ и высокочастотной - $B < \eta \leq \infty$ областях. Здесь:

$$A = \sqrt{\frac{12\xi^2 - 1 - \sqrt{64\xi^4 + (4\xi^2 - 1)^2}}{8\xi^2}}; \quad B = \sqrt{\frac{12\xi^2 - 1 + \sqrt{64\xi^4 + (4\xi^2 - 1)^2}}{8\xi^2}}.$$

При $\xi \leq 0,5$ зона виброизоляции одна, высокочастотная - $B < \eta \leq \infty$.

Высокочастотный коэффициент динамического усиления по скорости не зависит от величины демпфирования в системе (рис.4.а):

$$v_{CK}(\infty) \approx 1/\eta, \quad (10)$$

то соответствует параметру $\theta(\infty) = 20 \text{ дБ/дек}$ (6 дБ/окт). Низкочастотный коэффициент усиления существенно зависит от демпфирования:

$$v_{CK}(0) \approx \sqrt{\eta^2 + 1/4\xi^2}. \quad (11)$$

Редуцирование колебаний в низкочастотной области наблюдается при величинах параметра $\xi > 0,5$ (рис.4.а,в). В этом случае $v_{CK}(0)$ изменяется (в зависимости от соотношения величин параметров ξ и η) от η до $1/2\xi$, что соответствует изменению параметра $\theta(0)$ от 20 до 0 дБ/дек (рис.4.а). При $\xi < 0,5$ значения $v_{CK}(0)$ превышают 1,0.

Из АФЧХ (рис.4.г) видно, что сдвиг фаз между входным и выходным сигналами изменяется в пределах от $-1,5\pi$ до $-2,5\pi$ в зависимости от величин параметров ξ и η . При $0 < \xi \leq 0,5$ прирост функции $\varphi_{CK}(\eta)$ при изменении частоты η от 0 до ∞ составляет $\pi/2$, в остальных случаях ($\xi > 0,5$) прирост значений ФЧХ от $\pi/2$ до π (рис.4.б).

Силовое возмущение: частотные функции по ускорению (рис.5) АЧХ по ускорению (рис.5.а,в) идентична АЧХ $\mu_R(\eta)$ (рис.3.а,в). Угол сдвига фаз составляет от $-\pi$ до -2π в зависимости от параметров ξ и η (рис.5.г), а характер функции $\varphi_{VC}(\eta)$ в указанных пределах подобен характеру функции $\varphi_R(\eta)$ (рис.3.б и рис.5.б).

Силовое возмущение: частотные функции по силам. ПФ по силам $W_C(s)$ рассматриваемой системы идентична ПФ $W_A(s)$ (табл.1). Поэтому частотные функции по силам идентичны соответствующим частотным функциям по абсолютному параметру при кинематическом способе возмущения данной колебательной системы (рис.2) и могут быть целиком использованы для данного случая.

Резонансные характеристики (табл.2, рис.6). Во всех рассматри-

Таблица 2

Нагру- жение	Резонансное значение модуля частотной передаточной функции: μ_p, ν_p	Безразмерная резонансная частота: η_p
Кине- мати- ческое	$\mu_{A_p} = 8\xi^2 / \sqrt{16\xi^2 - 1}$	$\sqrt{4\xi^2 - 0,5} / 2\xi$
	$\mu_{R_p} = \sqrt{\frac{(\xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5}) \left[(\xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5})^2 + 0,5 \right]}{2\xi(\xi - \sqrt{\xi^2 + 0,5})^2 + \xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5}}}$	$\sqrt{\frac{\xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5}}{2\xi}}$
Силовое	$\nu_{CK_p} = \frac{\xi}{\sqrt{\xi\sqrt{4\xi^2 + 2} - 2\xi^2 - 0,25}}$	$\frac{\sqrt{2\xi\sqrt{4\xi^2 + 2} - 1}}{2\xi}$
	$\nu_{yc_p} = \sqrt{\frac{(\xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5}) \left[(\xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5})^2 + 0,5 \right]}{2\xi(\xi - \sqrt{\xi^2 + 0,5})^2 + \xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5}}}$	$\sqrt{\frac{\xi + \sqrt{\xi^2 + 0,5}}{2\xi}}$
	$\nu_{C_p} = 8\xi^2 / \sqrt{16\xi^2 - 1}$	$\sqrt{4\xi^2 - 0,5} / 2\xi$

ваемых выше случаях в пределах 10%-ой ошибки $\eta_p=1$, а модуль частотной ПФ равен 2ξ при условии $\xi>1$ (рис.6.а,б).

Параметр η_p для функций $\mu_A(\eta)$, $\nu_C(\eta)$ возрастает при увеличении демпфирования, начиная с 0 при $\xi=(0,125)^{0,5}$ и стремится к 1,0 при $\xi \rightarrow \infty$ (рис.6.б). Для функций $\mu_R(\eta)$, $\nu_{yc}(\eta)$ частота $\eta_p \rightarrow \infty$ при $\xi \rightarrow 0$, снижается с ростом параметра ξ , асимптотически приближаясь к 1,0. Характер изменения η_p для функции $\nu_{CK}(\eta)$ подобен характеру изменения η_p для функции $\mu_A(\eta)$ с той разницей, что $\eta_p=0$ для $\nu_{CK}(\eta)$ при $\xi=0,5((2)^{0,5}-1)^{0,5}$ и рост параметра η_p при увеличении демпфирования происходит с некоторым опережением.

Резонансные значения модулей частотных ПФ (за исключением $\nu_{CK}(\eta)$) увеличиваются с ростом демпфирования (рис.6.а) и имеют минимальные значения, равные 1,0: для функций $\mu_{A_p}(\xi)$, $\nu_{C_p}(\xi)$ при $\xi=(0,125)^{0,5}$, для функций $\mu_{R_p}(\xi)$, $\nu_{yc_p}(\xi)$ - при $\xi=0$. В отличие от этого функция $\nu_{CK_p}(\xi)$ с ростом параметра ξ изменяется неоднозначно: стартуя с величины $1/2\xi$ при $\xi=0,5((2)^{0,5}-1)^{0,5}$, он вначале снижается, а затем постоянно растет. Минимум $\nu_{CK_p}(\xi)$ приходится на инвариантную точку при величине параметра $\xi=(1/6)^{0,5}$, являющейся в этом смысле оптимальной.

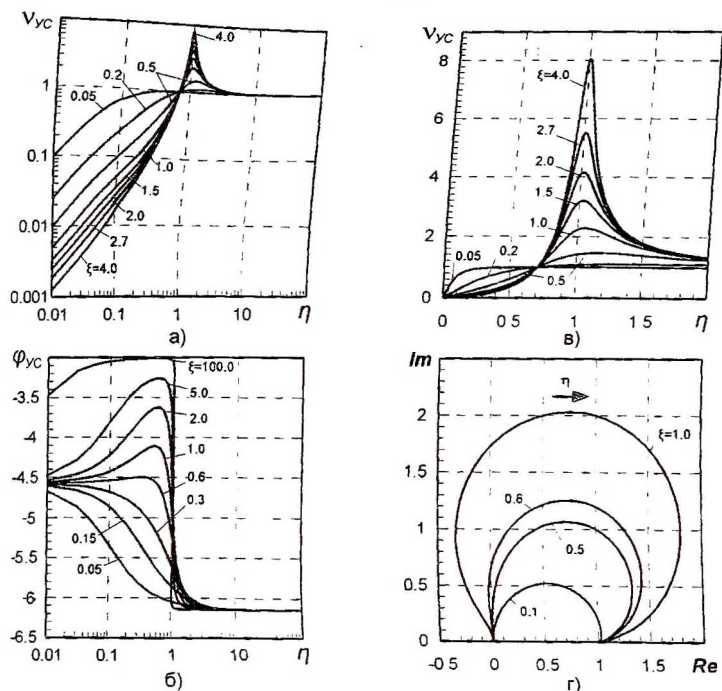


Рис.5. Частотные характеристики по "ускорению" для колебательной системы с подвеской - элементом Максвелла при силовом возмущении: а,в - АЧХ; б - ФЧХ; г - АФЧХ

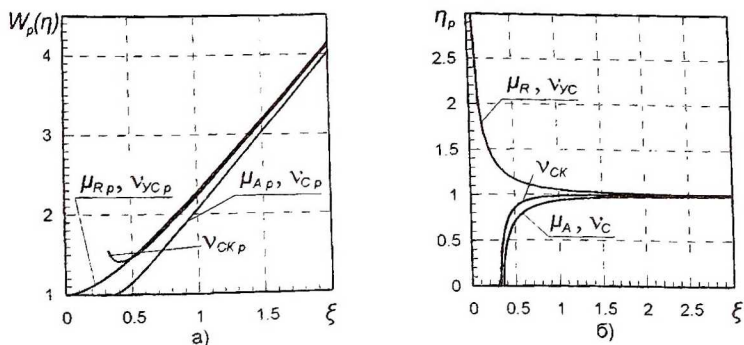


Рис.6. Резонансные характеристики колебательной системы с подвеской - элементом Максвелла в зависимости от параметра ξ : а - резонансные модули частотных передаточных функций; б - резонансные частоты

Резюме

Рассмотренная колебательная система с подвеской в виде элемента Максвелла имеет следующие особенности динамики при осцилляциях.

При малых величинах демпфирования ($\xi < 0,3$) система по своим свойствам приближается к неупругой и со снижением значения параметра ξ это проявляется все ярче. Увеличение демпфирования приводит к росту колебательности системы и при $\xi > 2$ она по своим свойствам стремится к консервативной. При промежуточных величинах демпфирования ($0,3 \leq \xi \leq 2$) свойства системы представляют собой симбиоз свойств неупругой и консервативной колебательных систем.

Высокочастотные свойства системы инвариантны к уровню демпфирования и идентичны свойствам консервативной: $\theta(\infty) = 40 \text{ дБ/дек}$ (12 дБ/окт) для абсолютного коэффициента передачи и коэффициента динамического усиления по силам и $\theta(\infty) = 20 \text{ дБ/дек}$ (6 дБ/окт) для коэффициента динамического усиления по скорости.

Низкочастотные свойства существенно зависят от демпфирования в системе. Причем с его уменьшением показатель темпа затухания низкочастотных колебаний существенно ухудшается. Так, $\theta(0)$ для относительного коэффициента передачи и коэффициента динамического усиления по ускорению снижается с 40 до 20 дБ/дек; для коэффициента динамического усиления по скорости при $0,5 < \xi \leq \infty$ этот показатель уменьшается с 20 до 0 дБ/дек, а при $0 < \xi \leq 0,5$ в низкочастотной зоне колебания усиливаются.

В связи с вышесказанным для агрегатов и узлов ДЛА с подвеской, модель которой может быть сведена к элементу Максвелла, при выборе величины демпфирования в подвеске определяющим обстоятельством является обеспечение компромисса между качеством низкочастотной виброизоляции и резонансным значением модуля соответствующей частотной передаточной функции.

Список литературы

1. Динамические свойства линейных виброзащитных систем. - М.: Наука, 1982. - 208 с.
2. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. - М.: Наука, 1966. - 922 с.