

ОСОБЕННОСТИ ГИСТЕРЕЗИСА В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ СОВМЕСТНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ МАССЫ

Пономарев Ю.К., Антипов В.А., Калакутский В.И.

Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара

В большинстве случаев современные виброзащитные системы являются пространственными. Специфика работы машин, устанавливаемых на виброзащитные системы пространственного типа такова, что их центр масс, как правило, совершает связанные гармонические колебания. В работах [1, 2] показано, что связанные гармонические движения вибратора в механических системах с конструкционным демпфированием приводит к существенному изменению формы гистерезиса и позволяет упростить представление дифференциальных уравнений колебания этих систем. К сожалению, в указанных работах рассмотрены лишь случаи плоских прецессионных движений. В аэрокосмической технике колебания, например, роторов турбонасосных агрегатов являются трехмерными (рис.1). Приборное оборудование, устанавливаемое на вибрирующих корпусах двигателей летательных аппаратов, подвержено также пространственным колебаниям (рис. 2).

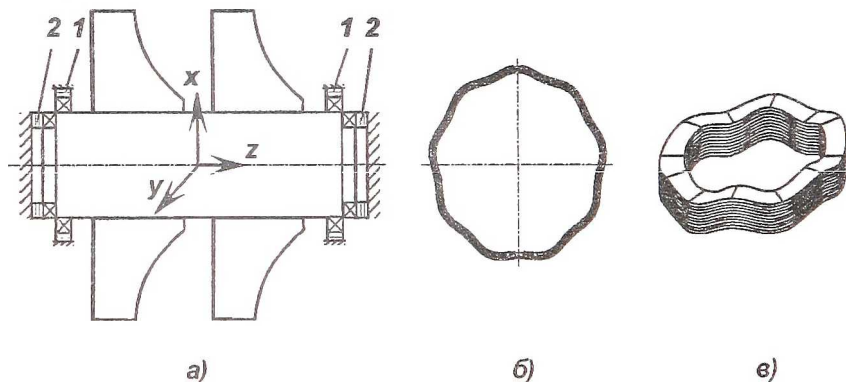


Рис. 1. Схема пространственной виброзащиты ротора ТНА (а) с помощью многослойных гофрированных демпферов с радиальным (1,б) и осевым (2,в) гофрированием пакетов

Пусть в произвольный момент времени t центр масс объекта, расположенного на объемной упругодемпфирующей подвеске движется по замкнутой траектории с законами движения в виде

$$x = A \cdot \cos \omega t; \quad y = A \cdot \sin \omega t; \quad z = A \cdot \cos \omega t. \quad (1)$$

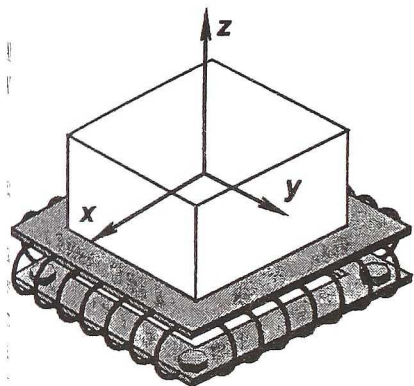


Рис. 2. Пространственная виброзащита прибора с помощью тросовых упругодемпфирующих элементов

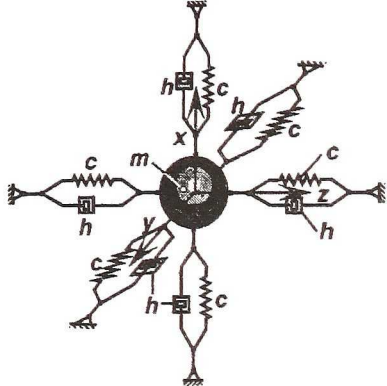


Рис. 3. Принципиальная схема объемной виброзащитной подвески

Траектория вибратора при таких законах движения (рис. 3) имеет вид наклоненного эллипса, причем проекции этого эллипса на плоскости xOy и zOy являются окружностями, а на плоскость zOx - прямая, наклоненная к оси x под углом 45° .

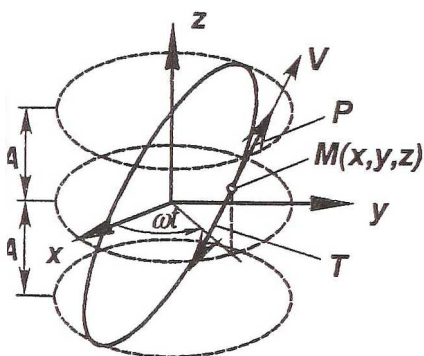


Рис. 4. Траектория движения вибратора при совместных колебаниях объекта виброзащиты

по времени t :

$$\begin{aligned} x &= \dot{x} = -A \omega \cdot \sin \omega t; & y &= \dot{y} = A \omega \cdot \cos \omega t; \\ z &= \dot{z} = -A \omega \cdot \sin \omega t. \end{aligned} \quad (2)$$

Модуль вектора скорости определится в виде

Рассмотрим вначале случай, когда при движении точки M по траектории на нее действуют только внешняя сила P и сила сопротивления демпфирующего устройства T . Как известно, сопротивление среды всегда направлено против движения, т.е. в сторону, противоположную вектору скорости V . Будем также считать, что модуль силы сопротивления T не зависит от скорости движения и является постоянным, т.е. $T = \text{const}$.

Найдем проекции скорости V точки M на оси координат, для чего продифференцируем выражения (1)

$$= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = A \omega \cdot \sqrt{1 + \sin^2 \omega t} . \quad (3)$$

Используя выражения (2) и (3), можно найти направляющие косинусы вектора \mathbf{V} для нахождения в дальнейшем проекций силы трения (неупругого сопротивления) на координатные оси:

$$\cos(\mathbf{V}, x) = \frac{V_x}{V} = -\frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} ; \quad (4)$$

$$\cos(\mathbf{V}, y) = \frac{V_y}{V} = \frac{\cos \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} ; \quad (5)$$

$$\cos(\mathbf{V}, z) = \frac{V_z}{V} = -\frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} . \quad (6)$$

Поскольку в любой момент времени модули сил P и T равны друг другу, а направления сил P и T совпадают с направлением вектора \mathbf{V} , найдем проекции силы P на оси координат:

$$P_x = T \cdot \cos(\mathbf{V}, x) = -T \cdot \frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} ; \quad (7)$$

$$P_y = T \cdot \cos(\mathbf{V}, y) = T \cdot \frac{\cos \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} ; \quad (8)$$

$$P_z = T \cdot \cos(\mathbf{V}, z) = -T \cdot \frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} . \quad (9)$$

Умножив и разделив выражения (7 - 9) на $A\omega$, получим:

$$P_x = \frac{T}{A \omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} \cdot \dot{x} = \frac{T}{V} \cdot \dot{x} ; \quad (10)$$

$$P_y = \frac{T}{A \omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} \cdot \dot{y} = \frac{T}{V} \cdot \dot{y} ; \quad (11)$$

$$P_z = \frac{T}{A \omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}} \cdot \dot{z} = \frac{T}{V} \cdot \dot{z} . \quad (12)$$

Выражения (10 - 12) показывают, что при постоянном модуле силы неупругого сопротивления T и гармонических законах движения вибратора защищаемого объекта, проекции внешней силы P_x , P_y , P_z и равные им, но

противоположные по направлению проекции силы сопротивления T_x , T_y , T_z зависят от скорости движения точки М.

Если заменить в выражениях (10 - 12) величину $\frac{T}{A \cdot \omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}$ через h (рис. 3): $h = \frac{T}{A \cdot \omega \sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}$, (13)

то проекции сил P_x , P_y , P_z можно представить в привычном для линейно-вязкого трения виде:

$$P_x = h \cdot \dot{x}; \quad P_y = h \cdot \dot{y}; \quad P_z = h \cdot \dot{z}. \quad (14)$$

Напомним, что в работе рассматривается вопрос о математическом описании гистерезиса в объемных виброзащитных подвесках с сухим трением! Если скорость V и сила сопротивления T не зависят от координат и времени, то коэффициент демпфирования $h = \text{const}$, в противном случае, как это следует из выражения (13), коэффициент $h = f(T, V) = f(x, y, z, V)$.

Найдем зависимости между P_x и x , между P_y и y , а также между P_z и z . Для этого сделаем следующие преобразования. Из (1) и (10) найдем:

$$x/A = \cos \omega t; \quad P_x \cdot \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \omega t}}{T} = \sin \omega t; \quad (15)$$

Возведем правые и левые части выражений (15) в квадрат и сложим почленно:

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = \frac{P_x^2}{T^2} (1 + \sin^2 \omega t) + \frac{x^2}{A^2} = 1. \quad (16)$$

$$\text{Если обозначить } \frac{1}{T^2} (1 + \sin^2 \omega t) = Q^2, \quad (17)$$

$$\text{то получим выражение } P_x = Q \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}. \quad (18)$$

Выражение (18) можно представить в безразмерном виде

$$\bar{P}_x = \frac{P_x}{Q} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}. \quad (19)$$

Зависимость $\bar{P}_x = f(x/A)$ является точным эллипсом.

Аналогично можно получить два других выражения гистерезиса в проекциях на оси y и z :

$$P_y = Q \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}; \quad (20)$$

$$P_z = Q \cdot \sqrt{1 - \frac{z^2}{A^2}}, \quad (21)$$

или в безразмерном виде

$$\bar{P}_y = \frac{P_y}{Q} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}; \quad (22)$$

$$\bar{P}_z = \frac{P_z}{Q} = \sqrt{1 - \frac{z^2}{A^2}}. \quad (23)$$

Таким образом, в рассматриваемом нами случае все частные гистерезисы в проекциях на оси координат в безразмерном виде (19, 22, 23) являются эллипсами (рис. 5).

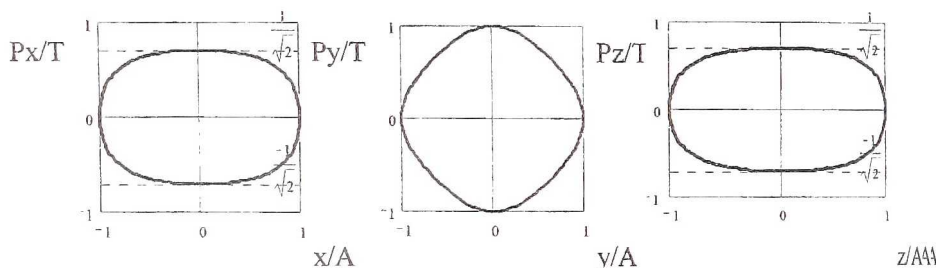


Рис. 5. Внешний вид частных гистерезисов в безразмерном виде

На рис. 6 показаны очертания гистерезисов с учетом переменности

скорости V от времени в координатах $(\frac{P_x}{T}, \frac{x}{A})$; $(\frac{P_y}{T}, \frac{y}{A})$; $(\frac{P_z}{T}, \frac{z}{A})$.

Сравнение двух серий графиков (рис. 5 и 6), а также результатов [1], показывает, что пространственное нагружение системы конструкционного демпфирования имеет качественное отличие от двухмерного нагружения.

Эллипсная форма гистерезисов несколько изменяется при добавлении третьей гармонической компоненты за счет переменности за цикл нагружения модуля вектора скорости V (см. выражение (3)). Кроме того, амплитудные значения проекций сил сопротивления демпфера на оси x и z меньше модуля силы T в $\frac{1}{\sqrt{2}}$ раз. Это обстоятельство следует учитывать при переносе результатов экспериментальных исследований силы трения в демпферах сухого трения, определенных при одноосном нагружении, на случай пространственного нагружения. Следует также отметить, что трехмерность нагружения приводит к изменению характера коэффициента

демпфирования. Этот параметр становится зависимым от скорости движения.

В заключение определим величину рассеянной за цикл энергии. Для этого воспользуемся выражением длины траектории [3], которая в нашем случае равна

$$L \cong \pi \left\{ \frac{3}{2}(a+b) - \sqrt{ab} \right\}, \quad (24)$$

где a и b - полуоси эллипсной траектории движения точки M (рис. 4).

Здесь $a = A$; $b = \sqrt{2} \cdot A$. С учетом этого длина траектории L равна

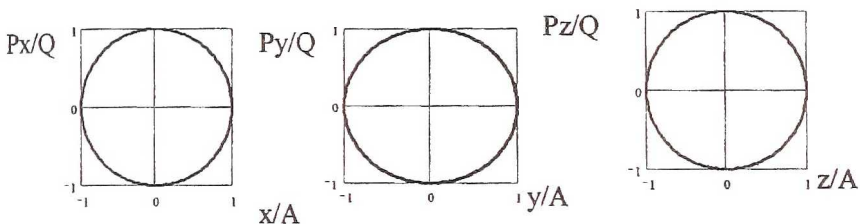


Рис. 6. Внешний вид частных гистерезисов в безразмерном виде с учетом переменности вектора скорости

$$L = 2,415 \pi A, \quad (25)$$

а рассеянная за цикл энергия, численно равная работе постоянной силы сопротивления T на пути L

$$W = 2,415 \pi AT. \quad (26)$$

Если бы мы воспользовались общепринятой гипотезой о том, что при совместных колебаниях можно осуществлять расчеты характеристик демпфирования, как при одноосных нагружениях, то мы бы получили величину рассеянной энергии в виде

$$W_{\text{сух}} = 12AT. \quad (27)$$

При этом погрешность составила бы величину

$$\delta = (W_{\text{сух}}/W) = (12AT/2,415\pi AT) = 1,58.$$

Список литературы

1. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К. Демпфирование.- Самара: Изд-во СГАУ, 1997.- 334 с.
2. Пономарев Ю.К., Проничев Ю.К., Чегодаев Д.Е. и др. Многослойные демпферы двигателей летательных аппаратов.- Самара: Изд-во СГАУ, 1998.- 234 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов.- М.: Наука, 1986, 554 с.