

О НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА ОРТОТРОПНОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Бердников Ю.Н., Бердников Е.Ю.

Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа

1. Критическое значение усилия (напряжения) основного состояния определено как значение усилия, *удерживающего оболочку в состоянии искривленного безразличного равновесия* — для идеальной оболочки и как значение усилия, *удерживающего оболочку в состоянии бесконечно близком к моменту, когда кривизна кривой прогиб - нагрузка достигает максимума (последнего максимума при динамическом нагружении)* — для оболочки с начальными несовершенствами (начальный прогиб и т.п.), динамическое нагружение рассматривается как *быстрое*, но не ударное, учитывается инерция оболочки в направлении перпендикуляра к ее срединной поверхности [1].

На первом этапе рассматривается некоторая эквивалентная оболочка — анизотропная оболочка, *дополнительные* (вызванные обстоятельствами искривления срединной поверхности) *деформации и внутренние усилия* которой, а также геометрия и несущая способность равна соответствующим оболочки из композиционного материала ортотропной структуры и оболочки с отверстиями. Для эквивалентной оболочки строится в рамках технической теории разрешающая система из двух уравнений: уравнение совместности и уравнение равновесия, относительно функций напряжения и прогиба. При построении разрешающей системы уравнений в выражении для дополнительных деформаций введены коэффициенты приведения, зависящие от координат в срединной поверхности, времени и вида напряженного состояния, мембранного или изгибного [1]. Учитывается и наличие заполнителя в оболочке как упругого основания и присоединенной массы, инерция оболочки в направлении нормали к срединной поверхности, наличие начального прогиба [3,4].

2. Разрешающая система уравнений эквивалентной оболочки интегрировалась методом Бубнова-Галеркина и критическое напряжение определено для различных случаев нагружения. В задачах связанных с локальным разрушением (осевое сжатие, чистый изгиб, внецентренное сжатие), (рис.1) *использована комбинация краевых условий, соответствующая минимуму критического усилия*. Критическое статическое напряжение определено как собственное значение в некоторой краевой задаче с точностью до параметров волнообразования в случае идеальной оболочки [1]:

$$\text{Нормальное критическое напряжение } \sigma_{11}^* = \sigma_{11} \cdot \frac{E_1 h}{R},$$

$$\sigma_{11}^* = B_3^{-1} \left[\frac{2K_\varphi}{C_{\varrho_m}} + \frac{D}{Eh^3} (1 + 2D_1^* e_{mn}^2 + D_2^* e_{mn}^4) \right] + \sigma_3^* \quad (1)$$

После минимизации по ρ_m при $\sigma_3^* = 0$

$$\sigma_{11}^* = B_3^{-1} \sqrt{\frac{8K_\varphi D (1 + 2D_1^* e_{mn}^2 + D_2^* e_{mn}^4)}{CEh}} + \sigma_3^* \quad (2)$$

σ_3^* по аналогии с [4]:

$$\sigma_3^* = \frac{E_3}{E_1} \cdot \frac{2(1 - \mu_3)}{(1 + \mu_3)(4 - 3\mu_3)} \cdot \left(\frac{R}{h}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{1 + e_{mn}^2}{\rho_m}\right)^{1/2} \quad (1a)$$

E_3, μ_3 – модуль упругости при растяжении, коэффициент Пуассона заполнителя соответственно.

$$K_\varphi = \frac{0,5}{9 + 3,6 C_1^* e_{min}^2 + C_2^* e_{min}^4} \quad (3)$$

$$B_3 = \frac{0,5 (1 + \psi_\sigma) + \frac{1}{3} (1 - \psi_\sigma) 96 \sin \left(0,5 \theta_0 \pi \right)}{0,5 \theta_0 \pi \left(\theta_0^4 - 2 \theta_0^2 + 64 \right)} \quad (4)$$

$$\psi_\sigma = \frac{\sigma_{11}^B}{\sigma_{11}^a} ; \quad \theta_0 = \theta_0 / \pi .$$

В случае динамического нагружения получено уравнение движения в форме уравнения Бесселя [1]:

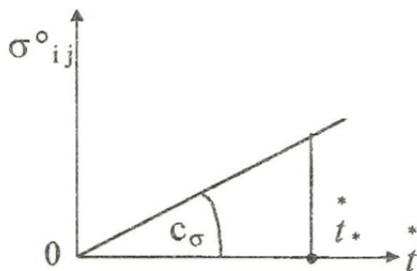


Рисунок 1

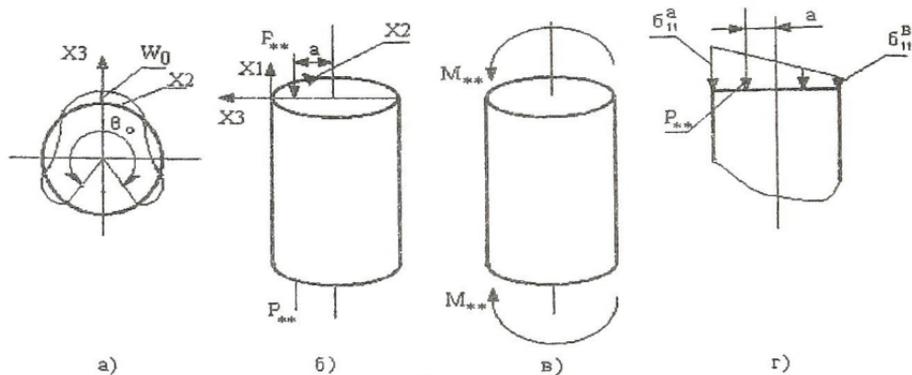


Рис. 2

$$W'' + K_{pf} \left(1 - t\right) W = K_{pf} W_0, \quad (5)$$

где $W = W/h$; $W_0 = W_0/h$; W , W_0 — амплитуда полного и начального прогибов; $t = c_\sigma t / \sigma_{11}$, $\sigma_{11} = (1)$.

Интегрирование уравнения (5) произведено численным методом Рунге-Кутты. Анализ численных результатов позволил получить впервые в замкнутом виде аналитическое выражение критического напряжения для эквивалентной оболочки практически при всех видах нагружения: критерий

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{W''}{1 + (W')^2} \right\} = 0, \quad (6)$$

$$t_* = t_0 + \frac{a_1}{(K_{pf})^{b_1}}, \quad (7)$$

t_* — относительное критическое время, $\sigma_{*1D} = t_* \sigma_{1L*}$, σ_{*1L_d} — критическое динамическое напряжение.

$t_0 = 1 - 0,762 \sqrt{W_0}$ (8); $a_1(W_0)$; $b = b(W_0)$; при $W_0 \rightarrow 0$ $b \rightarrow \frac{1}{3}$, $a_1 \rightarrow 6,8$

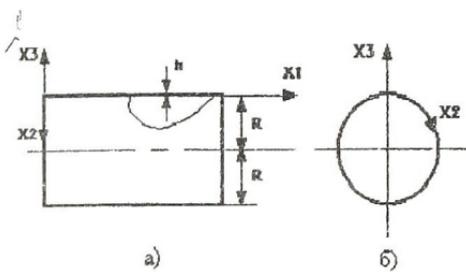


Рис. 3

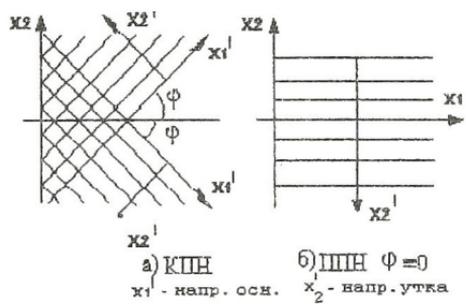


Рис. 4

3. Выражения для дополнительных деформаций и внутренних усилий оболочек из композиционного слоистого материала (стеклопластика, углепластика) ортотропной структуры, полученные в рамках технической теории оболочек [5]:

$$\text{Деформации} \begin{cases} \varepsilon_{11} = a_{11} \sigma_{11} + a_{12} \sigma_{22} \\ \varepsilon_{22} = a_{12} \sigma_{11} + a_{22} \sigma_{22} \\ \varepsilon_{12} = a_{33} \sigma_{12} \end{cases}, \quad (9)$$

где $a_{ij} = a_{ij}(E_1, E_2, G_{12}, \varphi, \mu_1, \mu_2)$ — коэффициенты в соотношениях закона Гука [5]; E_1, E_2 — модули при растяжении слоя по основе и утку; ε_{11} — при растяжении, ε_{11} — при изгибе и т.п.

Погонные моменты

$$\begin{cases} M_{11} = \frac{h^3}{12} (c_{11} w_{1,x_1x_1} + c_{12} w_{1,x_2x_2}) \\ M_{22} = \frac{h^3}{12} (c_{12} w_{1,x_1x_1} + c_{22} w_{1,x_2x_2}) \\ M_{12} = 2c_{33} w_{1,x_1x_2} \end{cases}, \quad (10)$$

$c_{ij} = c_{ij}(E_1, E_2, G_{12}, \varphi, \mu_1, \mu_2)$; [5] $w_1 = w - w_0$; w — полный прогиб; w_0 — начальный прогиб; $i=1,2,3,\dots$; $j=1,2,3,\dots$, сравниваются с аналогичными полученными для эквивалентной оболочки [1]:

$$\text{Деформации} \begin{cases} \varepsilon_{11} = E^{-1} (\sigma_{11} k_{11} - \mu_{22} \sigma_{22} k_{22}); \\ \varepsilon_{22} = E^{-1} (\sigma_{22} k_{22} - \mu_{11} \sigma_{11} k_{11}); \\ \varepsilon_{12} = E^{-1} (1 + \mu) \sigma_{12} k_{12} \end{cases} \quad (11)$$

$k_{ij} = k_{ij}(x_2, t)$ — коэффициент приведения;

$$\text{Погонные моменты} \begin{cases} M_{11} = D_{11} w_{1,x_1 x_1} + \mu_{22}'' D_{11} w_{1,x_2 x_2}; \\ M_{22} = \mu_{22}'' D_{22} w_{1,x_2 x_2} + D_{22} w_{1,x_2 x_2}; \\ M_{12} = M_{21} = -D_{12} w_{1,x_1 x_2} \\ D_{ij} = D_{ij}(k_{ij}^{\parallel}) \end{cases} \quad (12)$$

После определения коэффициентов приведения и подстановки последних в соответствующие выражения критических напряжений эквивалентной оболочки получены аналитические зависимости при осевом сжатии, чистом изгибе, внецентренном сжатии, оболочки из стеклопластика (углепластика и т.д.) в случае перекрестной и продольно поперечной намотки при статическом нагружении:

$$(\sigma_{11}^a)_* = \gamma \lambda_{\min} \sqrt{\frac{c_{11}}{3a_{22}}} \cdot \frac{h}{R} \quad (13), \quad \lambda_{\min} = \min \lambda(e_{mn}).$$

$$\lambda = \sqrt{2K_{\varphi} \left(1 + 2 \frac{c_{12} + 2c_{33}}{c_{11}} e_{mn}^2 + \frac{c_{22}}{c_{11}} e_{mn}^4 \right)} \quad (14)$$

$$K_{\varphi} = (3);$$

$$\gamma = B_3^{-1} \text{ по (4); } \theta_0 = 1,13 \frac{1 - 1,03 \psi_{\sigma} + \psi_{\sigma}^2}{1 - 1,45 \psi_{\sigma} + \psi_{\sigma}^2} + \delta(\psi_{\sigma}) \quad (15)$$

$$\delta(\psi_{\sigma}) = \begin{cases} 0, \psi_{\sigma} \neq 1 \\ \infty, \psi_{\sigma} = 1 \end{cases}$$

Осевое сжатие: $\psi_{\sigma}=1, \gamma=1$. Чистый изгиб: $\psi_{\sigma}=-1, \gamma=1,1$. Теоретические зависимости дают результаты близкие к эксперименту и отличаются от известных в меньшую сторону в (1,5 ÷ 1,8) раза в зависимости от значений констант в соотношениях закона Гука.

При динамическом нагружении (7): осевое сжатие: $\sigma_{11}^* = (1)$, $\gamma = 1$, чистый изгиб: $\gamma=1,1$, неравномерное сжатие: $\gamma=(3.1.3)$.

$$K_{pf} = \left(\frac{aE}{c_{\sigma} R} \right)^2 \left(\frac{h}{R} \right)^2 \sigma_{11}^* \cdot e_m \cdot \gamma \cdot k^{-1} \quad (16)$$

E — любое из E_1, E_2 , например E_1 , a — скорость звука в материале в направлении E_1 .

Для монолитного заполнителя и заполнителя с $R_0/R < 0,8$, где R, R_0 — наружный и внутренний радиус заполнителя соответственно.

$$k^* = 1 + \frac{\gamma_3}{\gamma} \left(\frac{R}{h} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{\rho_m (1 + e_{mn}^2)^{1/2}} \quad (17) \text{—}[1,3], \text{ где } \gamma_3, \gamma \text{ —}$$

удельный вес материала заполнителя и оболочки соответственно.

Список литературы

1. Бердников Ю.Н. Приближенные методы решения задач устойчивости элементов конструкций летательных аппаратов и их двигателей. - Уфа: УАИ, 1979. 96 с.
2. Бердников Ю.Н., Бердников Е.Ю. О критерии трещиностойчивости. //Прочность конструкций. Межвузовский научный сборник. УФА, 1996, с. 165-167.
3. Грегोलюк Э.И., Сребовский А.М. Тонкие круговые оболочки под действием импульса внешнего давления. //МТТ, 1965, №5.
4. Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.В. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с заполнителем. -М.: Наука, 1977.
5. Королев В.И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. -М.: Машиностроение, 1996.

МИНИМИЗАЦИЯ ОСТАТКОВ ТОПЛИВА В БАКАХ ЖРД

Бабкин А.И.

Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана, г. Москва.

При выборе массового соотношения компонентов топлива в камере ЖРД исходят из условий максимальной экономичности двигательной установки и эффективности изделия в целом. Зависимость удельного импульса двигателя от соотношения компонентов топлива имеет пологий