

пряжения, описываемые тензором второго ранга $B : \vec{N} \cdot B = \vec{\tau}$. Силы $\nabla_{\alpha} \cdot B$ (∇_{α} – поверхностный градиент) наряду с $\vec{\sigma}$ являются поверхностными для шестигранника. Поэтому, если внешние силы $\vec{\sigma}$ вызывают развитие в нем напряжений, описываемых тензором второго ранга $P : \vec{n} \cdot P = \vec{\sigma}$, то “силы” B приводят к появлению напряжений, описываемых тензором третьего ранга $Q : \vec{n} \cdot Q = B$.

В классическом случае объемные \vec{a} и поверхностные $\vec{\sigma}$ силы связаны между собой через тензор P как через “параметр” соотношениями: $\vec{n} \cdot P = \vec{\sigma}$, $\nabla \cdot P = \vec{a}$. В рассмотренном в данной работе случае появляется дополнительный “параметр” – тензор Q . связь $\vec{\tau}$, $\vec{\sigma}$, \vec{a} становится сложнее. связь $\vec{\tau}$, $\vec{\sigma}$, \vec{a} должна быть установлена посредством соотношений, вытекающих, например, из вариационного принципа, предложенного в [1], использующих в качестве “параметров” как P так и Q .

Список использованных источников

1. Дьяконов Е.Г. Энергетические пространства и их применение. – М.: МГУ, 2001. – 208 с.
2. Граuert Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Мир, 1971. – 680 с.
3. Шилов Г.Е. Математический анализ (функции нескольких вещественных переменных) – ч. 1 – 2. – М.: Наука, 1972. – 624 с.
4. Дудровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. – М.: Наука, 1979. – 760 с.

УДК 681.3.068

ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОГРАММНЫХ МОДУЛЕЙ НА ОСНОВЕ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Коварцев А.Н., Логвинов А.Л.

Предлагается метод тестирования программных модулей, основанный на использовании алгоритмов глобальной оптимизации. Проблема тестирования модулей сводится к задаче поиска у функции разрывов второго рода.

Несмотря на обнадеживающие результаты, полученные для метода независимых испытаний [1], особенно с использованием корректировки разрядной сетки, он существенно теряет свою эффективность с повышением размерности вектора исходных данных тестируемого модуля. В связи с чем, была предпринята попытка разработки детерминированного метода локализации ошибок в программных модулях вычислительного характера.

Идея характеристического адаптивного алгоритма поиска «редких» ошибок (см. [1]) основывается на предположении о том, что «редкие» ошибки для математических функций формируются в точках разрыва второго рода, которые можно обнаружить, решая одну из оптимизационных задач:

$$\max_X f_k(X) \quad (\min_X f_k(X)), \quad k = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Принципиальной особенностью задач (1) является потенциальная многоэкстремальность оптимизируемых функций, что существенно увеличивает трудоемкость методов оптимизации.

Под трудоемкостью метода решения задачи (1) обычно понимают число шагов работы алгоритма оптимизации [2]. Однако, учитывая высокую производительность современной вычислительной техники, под трудоемкостью оптимизационных алгоритмов правильнее понимать общее число обращений к оптимизируемой функции.

Среди методов многоэкстремальной оптимизации наиболее эффективными считаются методы, построенные в соответствии с характеристической схемой, например, метод Стронгина Р.Г. [3]. В данной работе предлагается метод глобального поиска точек разрывов второго рода функции (метод полного дифференциала [4]), содержательная основа которого во многом совпадает с идеей метода многоэкстремальной оптимизации Р.Г. Стронгина.

Сущность метода сводится к следующему. Первоначально область исследования Ω_f подвергается начальной триангуляции (см. рис.1).

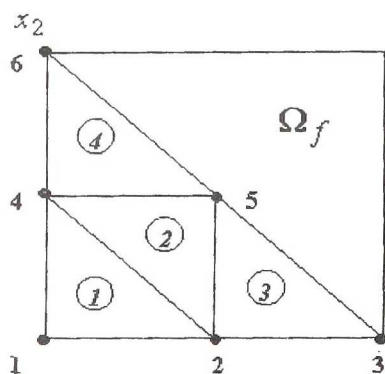


Рис.1

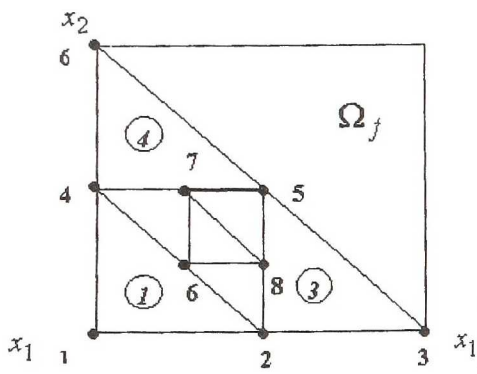


Рис.2

В узлах триангуляции вычисляются значения функции: $z_1 = f(X_1), \dots, z_6 = f(X_6)$. По результатам испытаний вычисляются коэффициенты интерполяционного полинома

$$P(x_1, x_2) = a_1 x_1^2 + a_2 x_1 x_2 + a_3 x_2^2 + a_4 x_1 + a_5 x_2 + a_6. \quad (2)$$

Для вычисления коэффициентов полинома (2) удобнее пользоваться несколько иной формой его представления.

$$\text{Пусть } q = \frac{x_1 - x_1^0}{h_1}, p = \frac{x_2 - x_2^0}{h_2}, \text{ где } h_1, h_2 - \text{шаги интерполяци-}$$

онной сетки по координатам x_1, x_2 соответственно. $X_0 = (x_1^0, x_2^0)$ - начало новой системы координат. Тогда для (2) имеем

$$P(q, p) = \tilde{a}_1 q^2 + \tilde{a}_2 qp + \tilde{a}_3 p^2 + \tilde{a}_4 q + \tilde{a}_5 p + \tilde{a}_6. \quad (3)$$

Используя план эксперимента (см. рис.1), для интерполяционной сетки в новых координатах ($q, p = 0, 1, 2$) несложно вывести формулы для вычисления коэффициентов полинома (3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{a}_1 = \frac{z_3 - 2z_2 + z_1}{2}, \\ \tilde{a}_2 = z_5 + z_1 - z_2 - z_4, \\ \tilde{a}_3 = \frac{z_6 - 2z_4 + z_1}{2}, \\ \tilde{a}_4 = \frac{4z_2 - 3z_1 - z_3}{2}, \\ \tilde{a}_5 = \frac{4z_4 - 3z_1 - z_6}{2}, \\ \tilde{a}_6 = z_1. \end{array} \right.$$

Введем оценочный параметр следующего вида:

$$D2Z = \left| \frac{\partial^2 P}{\partial x_1^2} \right| + \left| \frac{\partial^2 P}{\partial x_1 \partial x_2} \right| + \left| \frac{\partial^2 P}{\partial x_2^2} \right|.$$

Смысл параметра $D2Z$ заключается в том, что в окрестностях точек или линий разрыва второго рода параметр $D2Z \rightarrow \infty$, а в окрестностях локальных экстремумов он принимает наибольшие значения. Следовательно, $D2Z$ позволяет в процессе поиска ошибок локализовать те места функции, где формируются ее бесконечные разрывы.

Для каждого симплекса, образованного тремя точками процесса триангуляции (см. рис.1), вычислим площадь соответствующего треугольни-

ка $S_r = \frac{h_1 h_2}{2}$ и сформируем критерий оптимизации:

$$K_1(i) = D2Z \cdot Sr^r, \quad (4)$$

где r - параметр метода, i - номер симплекса.

Всем симплексам начальной триангуляции, с первого по четвертый, присваивается значение критерия (4). Оценка Sr введена в критерий (4) для организации просмотра симплексов с небольшой степенью роста функции.

Сравнение симплексов, в пределах выбранной триангуляции, обеспечивается критерием

$$K_2(i) = (z_{i1} + z_{i2} + z_{i3}) / 3, \quad (5)$$

где z_{ik} - значения тестируемой функции в вершинах k -го симплекса.

В процессе тестирования программного модуля формируется множество симплексов $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, причем каждому симплексу ставится в соответствие векторный критерий $K(i) = (K_1(i), K_2(i))$.

Множество симплексов S_k упорядочивается лексикографически и из них выбирается симплекс, удовлетворяющий условию

$$s_t : (\max_i K_1(i), \max_i K_2(i))$$

Выделенный симплекс S_t подвергается последующему делению (см рис. (2)). Для вновь образованных симплексов вычисляются критерии K_1 и K_2 . Процесс тестирования продолжается до тех пор, пока не выполнится условие остановки $Sr(i) < \varepsilon$.

Оценка качества предлагаемого алгоритма проводилась с использованием следующих известных тестовых функций, модифицированных включением точек и линий разрывов второго рода:

De Jong 2. Овражная функция, один глобальный экстремум. Одна точка разрыва $X=(0.21;1.51)$

$$F(x, y) = \frac{100}{100(x^2 - y)^2 + (1 - x)^2 + 1} + \frac{1}{1 - e^{-\frac{(x-0.21)^2 + (y-1.51)^2}{0.01}}},$$

$$-1.28 \leq x, y \leq 1.28.$$

Две точки разрыва второго рода

$$F(x, y) = \frac{1}{(x - 0.7328)^2 + (y - 0.651)^2} + \frac{1}{(x - 0.28)^2 + (y - 0.151)^2},$$

$$0 \leq x, y \leq 1.$$

3. Griewank. Один глобальный и множество локальных максимумов, множество точек разрывов.

$$F(x, y) = \frac{1}{\frac{x^2 + y^2}{200} - \cos(x) \cos(y/\sqrt{2}) + 1},$$

$$-20 \leq x, y \leq 20.$$

4. Модифицированная Растригина. Множество линий разрывов

$$F(x, y) = \frac{1}{(10 \cos(2\pi x) - x^2) - (10 \cos(2\pi y) - y^2)},$$

$$-5.12 \leq x, y \leq 5.12.$$

5. Модифицированная Растригина+. Один глобальный экстремум, 99 локальных и одна экспоненциальная точка разрыва

$$F(x, y) = \frac{1}{(10 \cos(2\pi x) - x^2) - (10 \cos(2\pi y) - y^2) - 20} + \frac{1}{1 - e^{-\frac{(x-0.21)^2 + (y-1.51)^2}{0.01}}},$$

$$-5.12 \leq x, y \leq 5.12.$$

6. Линейная функция и экспоненциальный разрыв

$$F(x, y) = 2x + y + \frac{1}{1 - e^{-\frac{(x-0.31)^2 + (y-0.35)^2}{0.01}}},$$

$$0 \leq x, y \leq 1.$$

7. Полиномиальная функция и экспоненциальный разрыв

$$F(x, y) = x^4 + 2xy + 3y^2 + 4x + 5y + 6 + \frac{1}{1 - e^{-\frac{(x-0.31)^2 + (y-0.35)^2}{0.01}}},$$

$$0 \leq x, y \leq 1.$$

Предложенный характеристический метод глобального поиска линий и точек разрыва тестируемой функции использует компоненты полного дифференциала второго порядка функции (вторые частные производные), в связи с чем, он получил условное название «метод полного дифференциала». Трудоемкость «метода полного дифференциала» на тестовых моделях сравнивалась с трудоемкостью алгоритма «адаптивного случайного поиска» (АСП), описанного в работе [1].

Результаты исследования производительности методов тестирования функций приведены в следующей таблице.

№ функции	Метод полного дифференциала ($\frac{\text{при } r=1}{\text{при } r=2}$)	Метод прореживания адаптивный	АСП $r=4, r=1$
1	$\frac{823}{-}$	3589	
2	$\frac{362}{15974}$	1407	466972
3	$\frac{1922}{-}$	441	469183
4	$\frac{181}{17378}$	131	2196
5	$\frac{4290}{-}$	8530	-
6	$\frac{965}{15668}$	373	
7	$\frac{824}{11246}$	439	

“-” – точка разрыва функции не найдена (для АСП за 2000000 испытаний).

Как видно из таблицы, на эффективность алгоритма «полного дифференциала» существенное влияние оказывает параметр r , регулирующий плотность «просмотра» симплексов в зависимости от их площади. При небольших значениях r алгоритм ориентируется, главным образом, на степень роста функции, при больших r – на площадь симплекса, заставляя его исследовать область поиска более равномерно. На рисунке 3 для $r=1$ и тестовой функции Розенброка продемонстрирован процесс деления симплексов алгоритма «полного дифференциала».

В таблице метод «полного дифференциала» сравнивался с методом прореживания адаптивным, являющимся модификацией метода «полного дифференциала» и АСП.

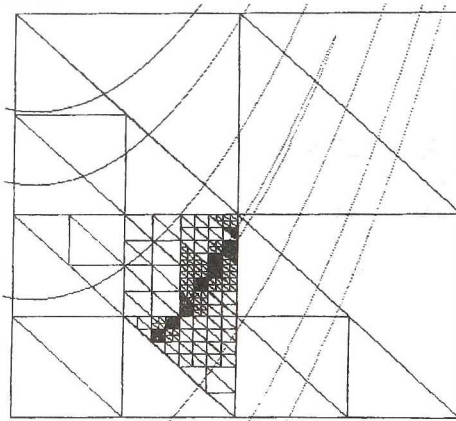


Рисунок 3 - процесс деления симплексов алгоритма «полного дифференциала»

Метод прореживания адаптивный отличается от метода «полного дифференциала» тем, что в нем «неперспективные» с точки зрения обнаружения точек разрывов симплексы исключаются из рассмотрения. Представленные результаты показывают, что предложенные методы «полного дифференциала» и адаптивный метод прореживания обладают существенно более высокой эффективностью по сравнению с АСП и могут быть использованы для тестирования программных модулей.

Список использованных источников

1. Коварцев А.Н. Автоматизация разработки и тестирования программных средств. // Самар. гос. аэрокосм. ун-т., Самара, 1999.
2. Немировский А.С., Юдин Д.Б. Сложность задач и эффективность методов оптимизации. - М.: Наука, 1979.
3. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. М.: Наука, 1978.
4. A. Kovartsev, A. Logvinov Algorithm of global testing of program units.// Interactive Systems: Collection of scientific papers. - Ulyanovsk: UISTU, 2003.

УДК 37

ФОРМИРОВАНИЕ КОНСТРУКТОРСКОГО МИРОПОНИМАНИЯ НА ОСНОВЕ БАЗИСНОГО ИЗУЧЕНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Кордонская И.Б.

Концепция базисного изучения графических дисциплин явилась результатом теоретического и практического исследования, анализа ситуации в системе графического образования в школе и вузе. Наблюдения показали, что происходит снижение уровня графических знаний выпускников школ, необходимость обучения графическим понятиям в вузе практически с нуля. Время, предусмотренное программой на изучение начертательной геометрии и инженерной графики, тратится на адаптацию мышления учащихся к новым требованиям, формированию пространственных представлений, а не на освоение фундаментальных знаний. Иными словами, задача обеспечения будущих специалистов профессиональными графическими знаниями заменяется общеобразовательной задачей освоения элементарными геометро-графическими понятиями. В первую очередь, это относится к радиотехническим специальностям, для которых кроме общетехнических стандартов необходимо освоить значительный объем узкопрофессиональных.

Желание и необходимость повышения уровня довузовской графической подготовки послужили целью проведения анализа структуры и содержания обучения графическим дисциплинам в школе. В результате было выявлено множество парадоксов в существующей педагогической системе образования, пришло понимание необходимости базисного изучения графических дисциплин в школе направленного на развитие про-