# КРАТКИЙ ОБЗОР БЫСТРЫХ АЛГОРИТМОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХАРТЛИ

**О. Ю. Широков**

В последнее время совершенствование алгоритмов БПФ происходит в направлении разработки специальных алгоритмов, ориентированных на обработку вещественных сигналов.

Одно из центральных мест в данной области занимает быстрое преобразование Хартли (БПХ), предложенное независимо Брейсуэллом /6/ и Уэнгом /7/. Прямое и обратное ДПХ имеют вид:

$$X(n)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(k)[\cos(\frac{2\pi n k}{N})+\sin(\frac{2\pi n k}{N})]=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(k)[C_N^{nk}+S_N^{nk}],$$

$$x(k)=\sum_{n=0}^{N-1}X(n)[\cos(\frac{2\pi n k}{N})-\sin(\frac{2\pi n k}{N})]=\sum_{n=0}^{N-1}X(n)[C_N^{nk}+S_N^{nk}].$$

Таким образом, ядро ДПХ является вещественным, ортогональным и периодичным по N. В работе /2/ показана связь матриц преобразования $F_N$ -ДПФ и $H_N$ -ДПХ:

$$F_N=B_N H_N,$$

где $B_N=1\oplus\frac{1}{2j}[(1+j)I_{N-1}-(1-j)\bar{I}_{N-1}]$, $I$ и $\bar{I}$ - единичная и антиединичная матрицы.

На основе свойств ДПФ можно получить аналогичные свойства ДПХ, определяющие пути использования ДПХ в операциях цифровой обработки сигналов: для сдвига сигнала во времени, смещения спектра сигнала, а так же свойства цикличности, обратимости и пр.

Используя послойно - кронекеровское произведение матриц можно получить факторизацию матрицы $H_N$ для двух случаев разложения $N=N_1N_2$ /2/:

$$H_N=Q_N(H_{N2}\otimes I_{N1})\Delta N(I_{N2}\otimes H_{N1})$$

-если $N_1,N_2$ - произвольные множители;

$$H_N=P_N L_N(H_{N2}\otimes I_{N1})\ (I_{N2}\otimes H_{N1})G_N$$

-если $N_1,N_2$ - взаимно простые множители; где $P_N,G_N,L_N$ - матрицы перестановок.

Из первого соотношения получают алгоритмы со смешанным основанием, с постоянным основанием и с расщепленным основанием. Аналогично из второго синтезируют алгоритмы класса "простых множителей" и гнездовые алгоритмы Винограда.

Так в /5/ предложен алгоритм по основанию 2 преобразования Хартли вещественной последовательности:

$$H^{ч}(k)=H_{2n}^{ч}(k)+C_N^K H_{2n+1}^{ч}(k)-S_N^K H_{2n+1}^{н}(k),$$

$$H^{H}(k)=H_{2n}^{H}(k)+C_{N}^{K}H_{2n+1}^{H}(k)+S_{N}^{K}H_{2n+1}^{Ч}(k),$$

где H(k), $H_{2n}(k)$ и $H_{2n+1}(k)$- ДПХ соответственно последовательностей x(n), n=0,1..(N-1); x(2n), x(2n+1), n=0,1..(N/2-1). Фактически, $H^{Ч}$ задает действительную часть ДПФ, а $H^{H}$ – мнимую. Поскольку $H^{Ч}(k)$ и $H^{Ч}(k)$ обладает свойством симметрии, изменение индекса ограничивают от 0 до N/2. Рассмотренный алгоритм построен на известном способе прореживания входной последовательности по времени, однако объем вычислительных затрат по сравнению с аналогичным алгоритмом для комплексной последовательности сокращается более чем в два раза.

В литературе /1/ представлен алгоритм по основанию 2 с прореживанием входной последовательности по частоте, имеющий аналогичную вычислительную сложность.

Метод, предложенный в /3/, показывает построение алгоритма для простых множителей Колбы - Паркса на основе преобразования Брейсуэлла. Многомерное ДПХ обладает свойством сепарабельности:

$$X(k_1..k_m)=\sum_{n_m=0}^{N_m-1}..\sum_{n_1=0}^{N_1-1}x(n_1..n_m)\prod_{i=1}^{m}(C_{Ni}^{ni\,ki}+S_{Ni}^{ni\,ki})$$

благодаря которому его можно вычислить последовательным применением одномерных преобразований, оптимальные алгоритмы вычисления которых синтезируются в соответствии с рекомендациями Рейдера и Винограда /4/. Переход от ДПХ к ДПФ осуществляют /2/:

$$F^{[N1..Nm]}=\left(\bigotimes_{i=1}^{m}B_{Ni}\right)H^{[N1..Nm]}.$$

Например, для случая $N=N_1N_2$:

$$X^{(F)}(k_1k_2)=\frac{1}{2}\left\{X^{(H)}(N_1-k_1,k_2)+X^{(H)}(k_1,N_2-k_2)+j[X^{(H)}(N_1-k_1,N_2-k_2)-X^{(H)}(k_1,k_2)]\right\}$$

Таким образом, m-мерное преобразование Фурье находится из m-мерного ДПХ лишь путем сложений и перестановкой индексов.

Обобщая оценки производительности представленных алгоритмов, данные в сравнении с адаптированными для действительных последовательностей методами вычисления быстрого преобразования Фурье, можно придти к выводу, что по числу арифметических операций БПХ практически не имеет преимуществ перед БПФ. При этом наиболее весомым преимуществом преобразования Хартли является сокращение объема памяти коэффициентов в два и более раза. Алгоритмы БПХ имеют более простую, симметричную для прямого и обратного преобразований структуру вычислительного процесса, что дает преимущество при реализации вычислителей конвейерного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Арро И.О. Обобщенный алгоритм сокращенного вычисления дискретного преобразования Фурье.// Радиоэлектроника.-1987.-№12.-С.5-10.(Изв. учеб. заведений).
2. Власенко В. А., Лаппа Ю. М., Ярославский Л. П. Дискретное преобразование Хартли как альтернатива дискретному преобразованию Фурье в цифровой обработке сигналов.// Радиоэлектроника.-1989.-№12.-С.5-11.(Изв. учеб. заведений).
3. Кумерсан Р., Гупта П. К. Алгоритм БПФ для простых множителей на основе арифметики действительных чисел . ТИИЭР, 1985, т.73, №7, С.98-100.
4. Маккелан Дж. Г., Рейдер Ч. М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
5. Яцмирский М. Н. Алгоритм быстрого преобразования Фурье вещественной последовательности.// Радиоэлектроника.-1987.-№12.-С.53-55.(Изв. учеб. заведений).
6. Bracewell R. N. Discrete Hartly transform // I. Opt. Soc. Am. –1983.-V. 73.- N12.-P. 1832-1835.
7. Wang Z. Fast algorithms for the discrete W. transform and for the discrete Fourier transform // IEE Trans.: ASSP-32.-1984.-P.803-816.


## СЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМАХ

**Симон Н.А., Андреева В.В.**

Информационные системы все больше входят в нашу жизнь. Это естественный процесс, обусловленный природой современного общества, в котором эффективность, гибкость и экономия времени являются базовыми критериями развития общественных структур.

Образование особенно подчиняется этой тенденции, так как именно здесь требования качества и скорости усвоения материала переплетаются с индивидуальными особенностями обучаемых.

В связи с этим большое внимание уделяется применению прогрессивных методик обучения, в том числе предполагающих использование вычислительной техники. Обучающие программы совмещают свободу и легкость перемещения по крупным информационным блокам с одной стороны, с уже готовыми и продуманными решениями структурирования, что помогает обучаемым "не утонуть" и "не заблудиться".

Еще один важный момент компьютерных систем обучения - это их гибкость и расширяемость. Использование сетевых технологий увеличивает возможность таких систем. Обновление информации в таких системах может происходить крайне оперативно, вплоть до режима реального времени, что позволяет поддерживать всю систему в актуальном состоянии.

Использование систем удаленного доступа также открывает много новых возможностей в такой области образования как дистанционное образование (ДО). Суть его заключается в том, что обучение происходит с использованием телекоммуникаций, сети Internet и электронной почты.