КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ, ВЫПУСК XX, ЧАСТЬ II, 1965 г.
Вопросы технологии производства летательных аппаратов

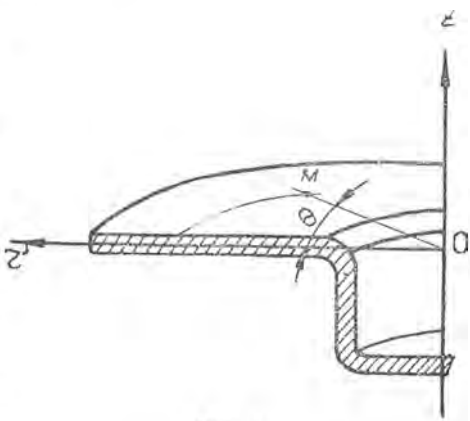
*М. И. РАЗУМИХИН, Р. М. БЕЛЯШЕВ, Ю. И. БОЛОТИН*

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЫТЯЖКИ ПРИ ШТАМПОВКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ С УЧЕТОМ УПРОЧНЕНИЯ МАТЕРИАЛА

Схема решения такого типа задач дана в работе [1] путем интегрирования дифференциальных уравнений движения Навье-Стокса, наиболее общая форма которых приведена в работе [2].

Исследование проводим в цилиндрической системе координат: $r$, $\Theta$, $z$, $r$ (фиг. 1) при следующих допущениях:

1. принимаем, что силы трения между заготовкой и матрицей, а также заготовкой и прижимом отсутствуют;
2. силами веса и инерции заготовки пренебрегаем;
3. в процессе вытяжки изменения толщины фланца не происходит;
4. принимаем следующее поле скоростей:




*Фиг. 1.*

$$V_r = V_r\,(r);$$

$$V_\Theta = 0; \qquad (1)$$
$$V_z = 0,$$

где $V_r$ — радиальная составляющая скорости течения частиц металла;

$V_\Theta$ — тангенциальная составляющая скорости;

$V_z$ — осевая составляющая.

С учетом (1) уравнение неразрывности примет вид:

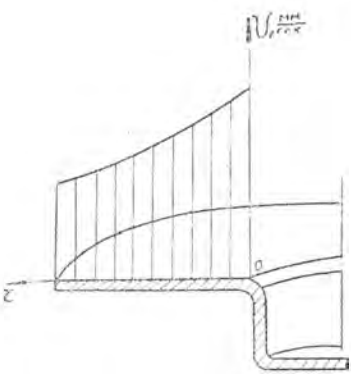
$$\frac{\partial}{\partial r}(V_r \cdot r) = 0, \qquad (2)$$

Решая его при граничных условиях

$$r = r_0 \text{ и } V_z = -V_0, \qquad (3)$$

получаем скорость течения частиц металла

$$V_r = -\frac{V_0 r_0}{r}. \qquad (4)$$




*Фиг. 2.*

На фиг. 2 приведена диаграмма распределения радиальных скоростей по ширине фланца.

С учетом (1) и (4) выражение для скоростей деформации частиц металла запишутся:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{V_0 r_0}{r^2}; \qquad \varepsilon_{r\Theta} = 0;$$

$$\varepsilon_{\Theta\Theta} = -\frac{V_0 r_0}{r^2} \qquad \varepsilon_{\Theta z} = 0; \qquad (5$$

$$\varepsilon_{zz} = 0; \qquad \varepsilon_{zr} = 0,$$

а интенсивность скоростей деформации в следующем виде:

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0 r_0}{r^2}. \qquad (6)$$

Интегрируем уравнение связи деформаций с соответствующими скоростями деформаций при граничных условиях

$$r = R; \quad e_{rr} = 0; \quad e_{\Theta\Theta} = 0, \qquad (7)$$

где $R$ — наружный радиус фланца заготовки. С учетом (1), (4) и (5) получим выражение для радиальной, осевой и окружной деформаций

$$e_{rr} = \ln\frac{R}{r}; \quad e_{\Theta\Theta} = -\ln\frac{R}{r}; \quad e_{zz} = 0. \qquad (8)$$

Тогда с учетом (8) интенсивность деформаций примет вид:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{R}{r}. \tag{9}$$

Примем линейную аппорксимацию диаграммы растяжения образца

$$\sigma_i = \sigma_s + \Pi e_i. \tag{10}$$

Здесь $\sigma_s$ — условный предел текучести;

$\Pi$ — модуль упрочнения материала.

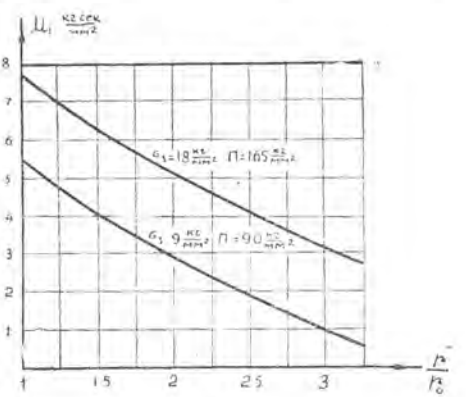
С учетом (9) выражение (10) запишется:

$$\sigma_i = \sigma_s + \frac{2}{\sqrt{3}} \Pi \ln \frac{R}{r}. \tag{11}$$

При этом, принимая во внимание (6) и (11), коэффициент жесткости материала фланца заготовки можно записать известным соотношением:

$$\mu_i = \frac{\sigma_s r^2}{2\sqrt{3}\, V_0 r_0} + \frac{\Pi}{3} \frac{\ln \frac{R}{r}\, r^2}{V_0 r_0}. \tag{12}$$

На фиг. 3 представлено изменение коэффициента жесткости от текущего радиуса $r$ точки.




*Фиг. 3.*

Учитывая, что радиальная скорость $V_r$ и коэффициент жесткости $\mu_i$ зависят только от координаты $r$, запишем уравнение движения Навье-Стокса в цилиндрической системе координат

$$-\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{2\mu_i}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial r} + 2\frac{\partial \mu_i}{\partial r} \times$$

$$\times \frac{\partial V_r}{\partial_r} + 2\mu_i \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} - 2\mu_i \frac{V_r}{V^2};$$

$$-\frac{\partial \sigma}{\partial \partial} = 0; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0. \tag{13}$$

Подставив в (13) значение входящих величин (4) и (12), получим:

$$-\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}\Pi \frac{\ln \frac{R}{r}}{r} - \frac{2}{3}\Pi. \tag{14}$$

Общее решение этого уравнения записывается в виде:

$$\sigma = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln r - \frac{4}{3} \Pi \ln R \ln r + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 r + \frac{2}{3} \Pi \ln r + C. \quad (15)$$

При известном значении величины среднего напряжения поле напряжений записывается в форме:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{rr}; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{\theta\theta}; \\ \sigma_{zz} &= \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{zz}. \end{aligned} \quad (16)$$

Постоянную интегрирования $C$ в уравнении (15) найдем из первого уравнения системы (16), полагая равными нулю радиальные напряжения на наружном крае фланца.

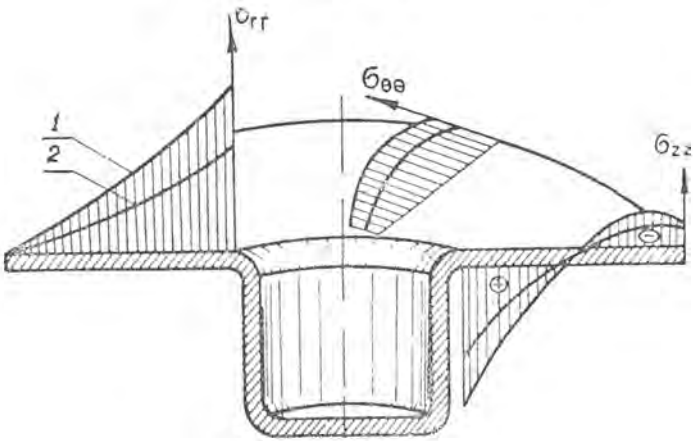
$$C = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln R + \frac{4}{3} \Pi \ln^2 R - \frac{2}{3} \Pi \ln^2 R - \\ - \frac{2}{3} \Pi \ln R - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}. \quad (17)$$

Таким образом, выражение для среднего напряжения примет вид:

$$\sigma = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \frac{R}{r} + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \frac{R}{r} - \frac{2}{3} \Pi \ln \frac{R}{r} - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}. \quad (18)$$

Тогда система (16) с учетом уравнения (18) запишется:

$$\sigma_{rr} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \frac{R}{r} + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \frac{R}{r};$$




*Фиг. 4.*

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \frac{R}{r} + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \frac{R}{r} - \frac{4}{3} \Pi \ln \frac{R}{r} - \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}; \quad (19)$$

$$\sigma_{zz} = \sigma.$$

На фиг. 4 приведено распределение тангенциальных, радиальных и осевых напряжений. Кривая 1 соответствует $\sigma_s = 18 \frac{кг}{мм^2}$, $\Pi = 165 \frac{кг}{мм^2}$. Кривая 2 — $\sigma_s = 9 \frac{кг}{мм^2}$, $\Pi = 90 \frac{кг}{мм^2}$.

Используя значение $\sigma_{rr}$ из (19), получим выражение для максимальных радиальных напряжений:

$$\sigma_{rr\,\max} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \frac{R}{r_0}, \quad (20)$$

где $r_0$ — внутренний радиус фланца.

С другой стороны, величина максимальных радиальных напряжений, возникающих в материале фланца, может быть равной следующему выражению:

$$\sigma_{чч\,\max} = \sigma_в + \Pi\alpha, \quad (21)$$

где $\alpha$ — деформация в момент образования шейки.

Приравнивания (20 и (21), получим следующее квадратное уравнение:

$$\frac{2}{3} \Pi \ln^2 \frac{1}{K} + \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \frac{1}{K} - (\sigma_s + \Pi\alpha) = 0, \quad (22)$$

где $K$ — коэффициент вытяжки, равный $\frac{r_0}{R}$.

Решая уравнение (22) относительно $K$, получим выражение для предельного коэффициента вытяжки:

$$K^* = \frac{1}{e^{\left[\frac{\sqrt{1 + 2n(1 + n\alpha)}}{1{,}155}\right]}}, \quad (23)$$

где

$$n = \frac{\Pi}{\sigma_s} = \frac{\sigma_b - \sigma_s}{\sigma_s \cdot \alpha} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_s} - 1\right); \quad (24)$$

$\sigma_в$ — предел прочности материала.

В таблице приведены теоретические коэффициенты вытяжки, рассчитанные по (23) и экспериментальные значения $K$, рекомендуемые Ю. П. Давыдовым и Г. В. Покровским [3].

---

* В данном случае под предельным коэффициентом вытяжки подразумевается рабочий коэффициент вытяжки, так как характеристики материала $\sigma_b$ и $\alpha$ соответствуют такому состоянию материала, при котором не образуются большие местные деформации.

Как видно из таблицы, расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями коэффициентов вытяжки составляет не более 10%.

*Таблица 1*

| Материал | $\frac{\sigma_b}{\sigma_s}$ | $a$ | $n$ | $K_{теор.}$ | $K_{эксп.}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| АМЦАМ отожж. | 2,5—2,86 | 0,15—0,20 | 9,3—1,0 | 0,58—0,584 | 0,54—0,56 |
| Д16 отожж. | 1,925—2,08 | 0,14—0,15 | 6,16—7,7 | 0,572—0,58 | 0,54—0,556 |
| В95 | 2,0—2,22 | 0,12—0,14 | 8,33—8,725 | 0,558—0,595 | 0,555—0,57 |
| 08КП | 1,59 | 0,23 | 2,56 | 0,5 | 0,53—0,55 |
| Ст20 | 1,56 | 0,18 | 3,1 | 0,532 | 0,56—0,88 |
| 30ХГСА | 1,54 | 0,12 | 4,5 | 0,578 | 0,57—0,58 |
| 1Х18Н9Т | 2,13—2,22 | 0,2—0,35 | 3,23—6,1 | 0,5—0,544 | 0,525—0,55 |
| ВТ—1 | 1,125—1,18 | 0,09—0,1 | 1,25—2,0 | 0,521—0,55 | 0,57—0,6 |

## ВЫВОДЫ

В работе путем интегрирования дифференциальных уравнений движения Навье-Стокса получено поле напряжений при пластическом течении металла плоского фланца заготовки при прямой штамповке-вытяжке с учетом упрочнения материала.

При использовании выражения для радиальных напряжений получены теоретические значения предельных коэффициентов вытяжки.

Небольшие расхождения между теоретическими и экспериментальными значениями коэффициентов вытяжки объясняются, главным образом, принятыми допущениями, а также использованием в работе линейной аппроксимации диаграммы истинных напряжений, в связи с чем авторами ведутся работы по уточнению полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Н. Алексеев. Вопросы пластического течения металлов. Изд. ХГУ, Харьков, 1958.

2. Н. Е. Кочин. Векторное исчисление и начало тензорного. ОНТИ, 1937.

3. Ю. П. Давыдов и Г. В. Покровский. Листовая штамповка легированных сталей и сплавов. Оборонгиз, 1962.

16—2079