КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XX, ЧАСТЬ II. 1965 г.
Вопросы технологии производства летательных аппаратов

Ю. Б. ДРОБОТ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ГИБКИ С РАСТЯЖЕНИЕМ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ

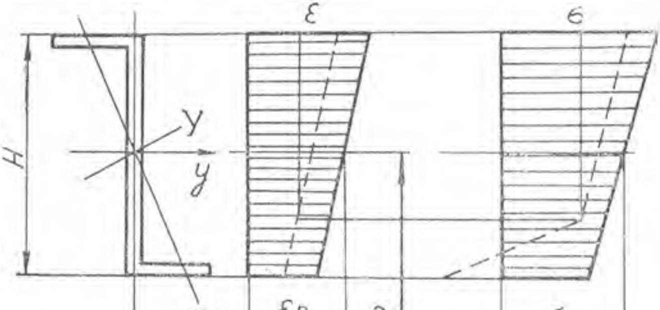
При гибке с растяжением деталей из тонкостенных профилей широкое применение находит схема процесса, когда заготовке сообщается предварительное растягивающее усилие, затем она изгибается по оправке с сохранением величины усилия, после чего ей сообщается дополнительно калибрующее растягивающее усилие. Процесс осуществляется, таким образом, в три перехода, общее усилие растяжения делится в определенном отношении между первым и третьим переходами. Эта схема процесса обеспечивает значительно бо́льшую точность обводов деталей, чем простой изгиб.

Неоднородность деформированного состояния заготовки в конечный момент гибки с растяжением приводит к появлению упругого пружинения — уменьшению кривизны детали после снятия формообразующей нагрузки по сравнению с кривизной, фиксируемой на гибочной оправке до снятия нагрузки. Это явление понижает точность процесса и вызывает необходимость трудоемкой ручной правки деталей.

Одним из распространенных способов борьбы с упругим пружинением является его учет при изготовлении гибочной оправки. Поправку на пружинение можно найти путем опытной отработки технологического процесса или расчетным путем, анализируя напряженно-деформированное состояние заготовки на базе теории пластичности. Имеется ряд работ, посвященных теоретическому анализу гибки с растяжением профильных деталей [1—5]. Однако в них анализ проводится фактически для случая, когда с плоскостью изгиба профиля совпадает одна из главных центральных осей его поперечного сечения. Анализ типо-размеров, применяемых на ряде изделий профилей, показывает, что 75—90% профилей имеют несимметричное сечение. Для таких профилей указанное выше условие не выполняется, т. е. изгиб является косым. Использование для этого случая имеющихся в литературе рекомендаций приводит к существенным погрешностям в определении упругого пружинения.

В статье проводится теоретический анализ процесса косого изгиба с растяжением профильных деталей и устанавливаются основные факторы, влияющие на упругое пружинение.

Для анализа процесса примем обычные в таких расчетах гипотезы, см. [1], за исключением того, что не сделаем никаких оговорок о взаимном расположении плоскости изгиба профиля и главных центральных осей его поперечного сечения. На фиг. 1 показаны схемы распределения относитель-



Фиг. 1.

ных деформаций ε и нормальных напряжений σ по высоте H сечения профиля, в конечный момент деформирования. Предполагается, что калибрующее усилие растяжения достаточно для ликвидации зоны разгрузки, возникающей после изгиба (соответствующие моменту окончания изгиба деформации и напряжения показаны на фиг. 1 пунктиром). Полагаем, что кривая упрочнения материала профиля достаточно точно может быть представлена в виде

$$\sigma = K \cdot \varepsilon^{n}, \tag{1}$$

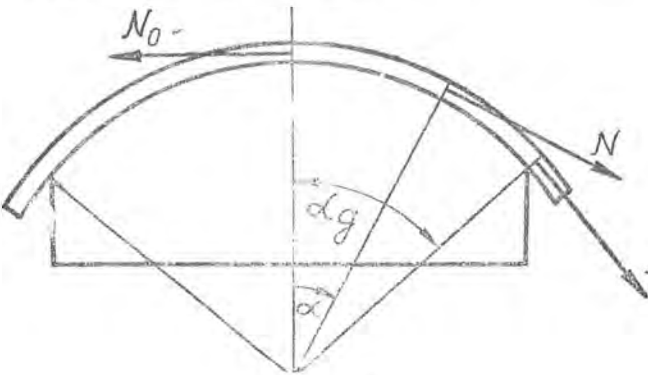
где K, n — некоторые постоянные.

Калибровка растяжением сопровождается силами трения между профилем и оправкой, что приводит к переменности результирующего осевого усилия N по длине изогнутого профиля. Осевое усилие в произвольном сечении профиля определяется из соотношения [3].

$$N = N_0 \cdot e_{\mu\alpha}, \tag{2}$$

где μ — коэффициент трения;

N_0 — осевое усилие в сечении профиля по оси симметрии гибочной оправки (фиг. 2).



Фиг. 2.

При больших относительных деформациях, которые развиваются в процессе гибки с растяжением, кривую упрочнения на рабочем участке достаточно точно можно заменить прямой с угловым коэффициентом

$$П = \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right) \varepsilon = \varepsilon_0; \tag{3}$$

где ε_0 — относительная деформация, соответствующая результирующему усилию растяжения в сечении.

Учитывая зависимости (1), (2), получим

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p_0} \cdot e^{\frac{\mu}{n}\alpha}; \tag{4}$$

Здесь и далее нулевым индексом отмечены параметры для центрального сечения ($\alpha = 0$).

Тогда зависимость (3) примет вид

$$П = Kn\, \varepsilon_{p_0} \cdot e^{\nu\alpha}; \tag{5}$$

где

$$\nu = \mu \cdot \frac{n-1}{n}. \tag{6}$$

При линейной аппроксимации кривой упрочнения аналитическое выражение для эпюры σ принимает вид

$$\sigma = \sigma_p - \Pi \varkappa x, \tag{7}$$

а изгибающие моменты в сечениях профиля определятся следующими интегралами по площади F сечения

$$M_y = \int\limits_F \sigma x dF = \varkappa \Pi I_y; \tag{8}$$

$$M_x = -\int\limits_F \sigma y dF = -\varkappa \Pi I_{xy}; \tag{9}$$

где $\varkappa = \frac{1}{R}$ — кривизна оправки по оси тяжести профиля;

I_y, I_{xy} — осевой и центробежный моменты инерции сечения относительно центральных осей x, y (фиг. 1).

С учетом равенства (5) будем иметь

$$M_y = M_{y_0} \cdot e^{\nu\alpha}; \tag{10}$$

$$M_x = M_{x_0} \cdot e^{\nu\alpha}, \tag{11}$$

где

$$M_{y_0} = \varkappa I_y \cdot K \cdot n \cdot \varepsilon_{p_0}^{n-1}; \tag{12}$$

$$M_{x_0} = -\varkappa I_{xy} \cdot K \cdot n \cdot \varepsilon_{p_0}^{n-1}. \tag{13}$$

Зависимости (2), (10), (11) определяют силовые параметры процесса. Так как обычно

$$0 < n < 1,$$

то на основе этих зависимостей можно сделать вывод, что осевое усилие возрастает к концам профиля, а изгибающие моменты убывают.

При расчете силовых параметров по полученным формулам предполагаются известными величины ε_{p_0} и N_0. При проектировании технологического процесса эти величины можно выбрать на основе следующих соображений. Если для даного материала известна максимально допустимая относительная деформация ε_g, то отмечая параметры, относящиеся к концевому сечению профиля $(\alpha = \alpha_g)$ индексом 1, можно записать

$$\varepsilon_{p_1} + \frac{H}{2R} \leqslant \varepsilon_q;$$

откуда

$$\varepsilon_{p_1} \leqslant \varepsilon_g - \frac{H}{2R}. \tag{14}$$

Используя (4), получим

$$\varepsilon_{\rho_0} = \frac{\varepsilon_{p_1}}{e^{\frac{\mu}{n}\alpha g}}; \tag{15}$$

и далее на основе равенств (1), (2)

$$\sigma_{p_1} = K \cdot \varepsilon_{p_1}^{n}; \tag{16}$$

$$N_0 = \frac{\sigma_{p_1} \cdot F}{e^{\mu\alpha g}}. \tag{17}$$

Установим условия равновесия элемента профиля при гибке с растяжением. Равновесие элемента тонкого стержня описывают известные в статике тонких стержней уравнения Кирхгофа [6]:

$$\begin{aligned}
&\frac{dQ_X}{ds} + q \cdot N - r \cdot Q_Y = -q_X;\\
&\frac{dQ_Y}{ds} + r \cdot Q_X - p \cdot N = -q_Y;\\
&\frac{dN}{ds} + p \cdot Q_Y - q \cdot Q_X = -q_x;\\
&\frac{dM_X}{ds} + q \cdot M_z - r \cdot M_Y = Q_Y - \mu_X;\\
&\frac{dM_Y}{ds} + r \cdot M_X - pM_z = Q_X - \mu_Y;\\
&\frac{dM_z}{ds} + p \cdot M_Y - q \cdot M_X = -\mu_Z.
\end{aligned} \tag{18}$$

Здесь Q_X, Q_Y, N, M_X, M_Y, M_z — соответственно внутренние усилия и моменты вдоль осей главного трехгранника кривого стержня;

q_X, q_Y, q_z, μ_X, μ_Y, μ — интенсивность внешних распределенных усилий и моментов вдоль осей главного трехгранника;

ds — элемент дуги криволинейной оси стержня:

p, q, r — проекции вектора угловой скорости вращения естественного трехгранника на оси главного.

Запишем уравнения (18) в проекциях на оси естественного трехгранника. Учитывая, что ось профиля является плоской кривой постоянного радиуса и координируя сечения заданием центрального угла α, получим

$$\frac{dQ_x}{d\alpha} = -N - Rq_x;$$
$$\frac{dQ_y}{d\alpha} = -R \cdot q_y;$$
$$\frac{dN}{d\alpha} = Q_x - Rq_z;$$
$$\frac{dM_x}{d\alpha} = -M_z + RQ_y - R\mu_x; \tag{19}$$
$$\frac{dM_y}{d\alpha} = -R \cdot Q_x - R\mu_y;$$
$$\frac{dM_z}{d\alpha} = M_x - R \cdot \mu_z.$$

При гибке с растяжением по рассматриваемой схеме отличны от нуля следующие компоненты внешних распределенных нагрузок: силы трения интенсивностью q_z, давление оправки на профиль интенсивностью q_x, распределенные моменты интенсивностью μ_y и μ_z. Наличие последних компонент объясняется тем, что в общем случае усилия q_z и q_x не проходят через ось тяжести профиля. Полагая остальные компоненты равными нулю, приведем уравнения (19) с учетом (2), (10), (11) к виду

$$q_x = -\frac{N^0}{R} e^{\mu\alpha};$$
$$q_y = 0.$$
$$q_z = -\mu \cdot \frac{N_0}{R} e^{\mu\alpha};$$
$$M_z = M_{z_0} e^{\nu\alpha}; \tag{20}$$
$$\mu_y = -\frac{\nu M_{y_0}}{R} e^{\nu\alpha};$$
$$\mu_z = \frac{(1+\nu^2) \cdot M_{x_0}}{R} \cdot e^{\nu\alpha};$$

где

$$M_{z_0} = -\nu \cdot M_{z_0}. \tag{21}$$

Уравнения (20) позволяют, в частности, определять погонное усилие давления профиля на оправку q_x и силы трения q_z. Отметим, что для сил трения и сил нормального давления выполняется известное соотношение

$$q_z = \mu \cdot q_x.$$

По теореме о разгрузке [7] для определения упругого пружинения профиля необходимо решить задачу упругой деформации профиля под действием формообразующей нагрузки с изменением ее знака. Таким образом, приходим к задаче косого изгиба криволинейного стержня с круговой осью. Нормальные напряжения в таком стержне при достаточно большом радиусе определяются формулой [8]

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{FR} + \frac{(M_x \cdot I_y + M_y \cdot I_{xy})\, y - (M_x \cdot I_{xy} + M_y \cdot I_x)\, x}{I_x \cdot I_y - I_{xy}^2}. \tag{22}$$

Используя известную формулу теории упругости, подсчитаем потенциальную энергию деформации профиля в виде интеграла по объему v:

$$W = \iiint\limits_{(v)} \frac{\sigma^2}{2E}\, dv. \tag{23}$$

Учитывая (22), получим

$$W = \int\limits_0^s \left(\frac{N^2}{2EF} + \frac{NM_y}{EFR} + \frac{M_y}{2EFR} + \frac{M_x^2}{2EA} + \frac{M_y^2}{2EB} + \frac{M_x \cdot M_y}{EC} \right) ds, \tag{24}$$

где

$$\frac{1}{A} = \frac{I_y}{I_x \cdot I_y - I_{xy}^2};$$

$$\frac{1}{B} = \frac{I_x}{I_x \cdot I_y - I_{xy}^2}; \tag{25}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{I_{xy}}{I_x \cdot I_y - I_{xy}^2}.$$

Линейное перемещение u в плоскости изгиба найдем, воспользовавшись теоремой Кастильяно

$$u = \left(\frac{\partial W}{\partial P} \right)_{P=0}, \tag{26}$$

где P — дополнительная фиктивная сила, прикладываемая в направлении искомого перемещения в сечении, перемещение которого ищется. Фиксируя это сечение углом α, получим по теореме Кастильяно

$$u = \int_0^\alpha \left(\frac{M_y}{EB} + \frac{M_x}{EC}\right) R^2 \sin(d - \varphi)\, d\varphi. \qquad (27)$$

Здесь φ — центральный угол текущего сечения.

Последовательно дифференцируя по углу α равенство (27) с учетом (19), получим после преобразований следующее дифференциальное уравнение

$$u^{V} + 2u''' + u' = \frac{R}{EB}[R\,(q_x' - q_z) - (\mu_y + \mu_y'')] -$$

$$- \frac{R}{EC}(R \cdot q_y' + \mu_x'' - \mu_z'). \qquad (28^1)$$

Учитывая соотношения (20), получим

$$u^{V} + 2u''' + u' = \frac{R}{EB}(-\mu_y - \mu_y'') + \frac{R}{EC} \cdot \mu_z'. \qquad (28)$$

В уравнениях (28), (28′) все производные взяты по углу α.

Общий интеграл полученного неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами найдем, используя метод интегрирования таких уравнений, изложенный в работе [9]. Интеграл с учетом граничных условий имеет вид

$$u(\alpha) = -\frac{M_{y_0}}{EB\varkappa^2} \cdot \frac{e^{\nu\alpha} - \nu \sin\alpha - \cos\alpha}{\nu^2 + 1} - \frac{M_{x_0}}{EC\varkappa^2} \times$$

$$\times \frac{e^{\nu\alpha} - \nu \sin\alpha - \cos\alpha}{\nu^2 + 1} - \frac{N_0}{EB\varkappa^3} \cdot (1 - \cos\alpha - 0{,}5\,\alpha \sin\alpha). \qquad (29)$$

Если пренебрегать влиянием осевого усилия на перемещение, то выражение (29) можно упростить:

$$u(\alpha) = -R^2 \left(\frac{M_{y_0}}{EB} + \frac{M_{x_0}}{EC}\right) \cdot \frac{e^{\nu\alpha} - \nu \sin\alpha - \cos\alpha}{\nu^2 + 1}. \qquad (30)$$

Если не учитывать косой изгиб, следует положить $I_{xy} = 0$, тогда

$$\frac{1}{C} = 0;\ A = I_x;\ B = I_y;\ M_x = M_{x_0} = 0,$$

и уравнение (30) примет вид

$$u(\alpha) = -\frac{M_{y_0}}{EI_y \varkappa^2} \cdot \frac{e^{\nu\alpha} - \nu \sin\alpha - \cos\alpha}{\nu^2 + 1}. \tag{31}$$

Наконец, если пренебрегать силами трения, следует положить $\mu = 0$, тогда

$$u(\alpha) = -\frac{M_{y_0}}{EI_y \varkappa^2} \cdot (1 - \cos\alpha). \tag{32}$$

Для выяснения пригодности полученных теоретических результатов была проведена их экспериментальная проверка в производственных условиях. Опишем результаты одного из экспериментов. На станке ПГР-6 был изогнут профиль ПР105-1 из материала Д16М в отожженном состоянии при следующих параметрах процесса:

радиус оправки $R = 84{,}25$ *см*,

суммарное усилие растяжения $N_1 = 2480$ *кг*,

угол изгиба детали $\alpha g = 0{,}722$ *рад.*,

коэффициент трения (дюралюминий по балиниту) $\mu = 0{,}2$.

После снятия формообразующей нагрузки было измерено отклонение u детали от контура оправки (фиг. 3). Результаты измерений представлены в таблице 1.

Фиг. 3.

В таблице 1 представлены также результаты расчетов, выполненных по уравнению (31) без учета сил трения и по (30) с учетом их.

Таблица 1

№ сече-ния	S, см	α, рад.	α, град.	U, мм эксперим.	по уравнению (30)	по уравнению (32)
0	0	0	0	0	0	0
1	10	0,1205	6°54′	0	0,167	0,175
2	20	0,241	13°48′	0,7	0,660	0,704
3	30	0,361	20°42′	1,45	1,448	1,570
4	40	0,482	27°36′	2,4	2,482	2,770
5	50	0,602	34°31′	3,7	3,722	4,280
6	60	0,722	41°24′	5,0	5,175	6,080

Как свидетельствуют результаты экспериментов, пренебрежение косым изгибом в теоретических расчетах параметров процесса гибки с растяжением приводит к существенным погрешностям в определении силовых параметров. Учет косого изгиба, выполненный в настоящей работе, позволяет определять параметры процесса с удовлетворительной точностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Давыдов. Изделия из тонкостенных профилей, Машгиз, 1957.

2. Е. Н. Мошнин. Гибка, обтяжка и правка на прессах, Машгиз, 1959.

3. М. И. Горбунов. Определение технологических параметров процесса гибки с растяжением, Труды МАТИ, вып. 29, 1956.

4. А. Н. Громова и др. Изготовление деталей из листов и профилей при серийном производстве. Оборонгиз, 1960.

5. А. Ф. Ахмеров, И. Ф. Пархоменко. К вопросу определения технологических параметров при гибке с растяжением профильных деталей. ИВУЗ, «Авиационная техника», № 3, 1961.

6. Е. П. Попов. Нелинейные задачи статики тонких стержней, Гостехиздат, 1943.

7. А. А. Ильюшин. Пластичность, ГИТТЛ, 1948.

8. Д. И. Чистов. К теории плоских кривых брусьев большой кривизны с несимметричным поперечным сечением. Труды НПИ, том. 117, 1961.

9. Н. Н. Воробьев. К теории расчета кривых брусьев большой кривизны. Труды НПИ, том 23 (37), 1953.