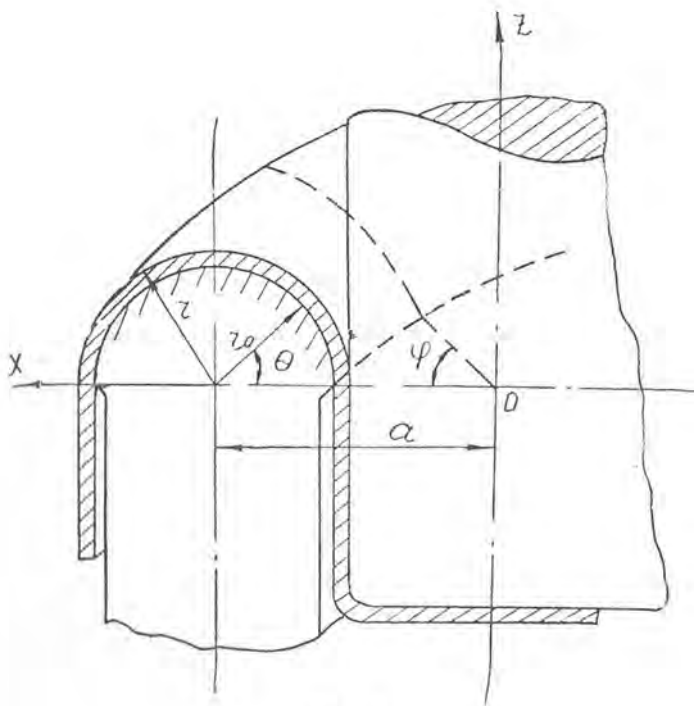


Р. М. БЕЛЯШЕВ

К ТЕОРИИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МАТЕРИАЛА НА ПРОТЯЖНОМ РЕБРЕ МАТРИЦЫ ПРИ РЕВЕРСИВНОЙ ВЫТЯЖКЕ

При теоретических исследованиях пластического течения металлов в процессе их механической обработки в последнее время все большее место занимает использование уравнений механики сплошных сред в их наиболее общей форме. Применение этих уравнений для исследования процессов пластического течения металлов дает возможность выявить многие важные с прикладной точки зрения теоретические закономерности. Именно поэтому заслуживают большого внимания теоретические и экспериментальные исследования, проводимые в этом направлении, из которых особо следует отметить работу Ю. Н. Алексеева [1].

Целью настоящей работы является теоретическое исследование вязко-пластического течения металла на протяжном ребре матрицы в процессе реверсивной вытяжки листового металла. При этом, следуя работе [1], в основу исследования полагаем гипотезу о справедливости для рассматриваемого процесса дифференциальных уравнений Навье-Стокса, в которых коэффициент вязкости μ заменяется коэффициентом жесткости μ , зависящим от механических характеристик материала и координат. Учитывая, что протяжное ребро матрицы при реверсивной вытяжке представляет собой правильный полукруг, исследование проводим в тороидальной системе координат r, θ, φ (см. рис. 1). С учетом осевой симметрии дифференциальные уравнения движения в тороидальной системе координат для стационарного процесса запишутся в виде:



Фиг. 1.

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = \rho Q_r + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta}. \quad (1)$$

$$\rho \left(v_r \frac{dv_\theta}{dr} + \frac{v_\theta}{r} \cdot \frac{dv_\theta}{d\theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) = \rho Q_\theta + \frac{d\tau_{r\theta}}{dz} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\sigma_{\theta\theta}}{d\theta}. \quad (2)$$

$$\rho Q_\varphi + \frac{d\tau_{r\varphi}}{dr} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\tau_{\theta\varphi}}{d\theta} = 0. \quad (3)$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial [v_r (a - r \cos \theta)]}{dr} + \frac{\partial [v_\theta (a - r \cos \theta)]}{\partial \theta} = 0. \quad (4)$$

В записанных соотношениях: v_r, v_θ — проекции скорости; ρ — плотность материала; Q_r, Q_θ, Q_φ — проекции объемных сил; a — радиус оси тора; $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\varphi\varphi}$ и $\tau_{r\theta}, \tau_{r\varphi}, \tau_{\theta\varphi}$ — соответственно нормальные и касательные напряжения, связанные с проекциями скоростей следующими известными соотношениями:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \sigma + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r}; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma + 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right); \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma + 2\mu \left(-\frac{v_r \cos \theta}{a - r \cos \theta} + \frac{v_\theta \sin \theta}{a - r \cos \theta} \right); \\ \tau_{r\theta} &= \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right); \\ \tau_{\theta\varphi} &= \tau_{r\varphi} = 0.\end{aligned}\tag{5}$$

Здесь σ — некоторое нормальное напряжение; μ — коэффициент жесткости.

Введем следующие основные допущения:

1) силами трения между заготовкой и входной кромкой матрицы пренебрегаем;

2) считаем, что толщина заготовки весьма мала по сравнению с радиусом тора r_0 , таким образом, можно положить

$$r \approx r_0;$$

3) в процессе вытяжки изменения толщины заготовки не происходит;

4) силами веса и инерции заготовки пренебрегаем;

5) вследствие малой толщины заготовки и осевой симметрии считаем:

$$\begin{aligned}v_r &= 0; \\ v_\varphi &= 0; \\ v_\theta &= v_\theta(\theta); \\ \sigma &= \sigma(\theta); \\ \mu &= \mu(\theta).\end{aligned}\tag{6}$$

При записанных предположениях уравнения (1) — (4) примут следующий вид:

$$\frac{d\tau_{r\theta}}{d\theta} = 0.\tag{7}$$

$$\frac{d\sigma_{\Theta\Theta}}{d\Theta} = 0. \quad (8)$$

$$\frac{d[v_{\Theta}(a - r_0 \cos \Theta)]}{d} = 0, \quad (9)$$

а соотношения (5) запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \sigma; \\ \sigma_{\Theta\Theta} &= \sigma + 2\mu \cdot \frac{1}{r_0} \cdot \frac{\partial v_{\Theta}}{\partial \Theta}; \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma + 2\mu \cdot \frac{v_{\Theta} \cdot \sin \Theta}{a - r_0 \cos \Theta}; \\ \tau_{r\Theta} &= -\frac{\mu}{r_0} \cdot v_{\Theta}; \\ \tau_{\Theta\varphi} &= \tau_{r\varphi} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Интегрируя уравнение (9), находим

$$v_{\Theta} = \frac{C_1}{a - r \cos \Theta}, \quad (11)$$

Здесь C_1 — постоянная интегрирования.

Определяя C_1 из условия $v_{\Theta} = -v_0$ при $\Theta = 0$ (v_0 — скорость течения металла на внутренней границе протяжного ребра, принимаемая равной скорости перемещения пуансона), получим:

$$C_1 = -v_0(a - r_0).$$

Таким образом, поле скоростей может быть представлено в следующем виде:

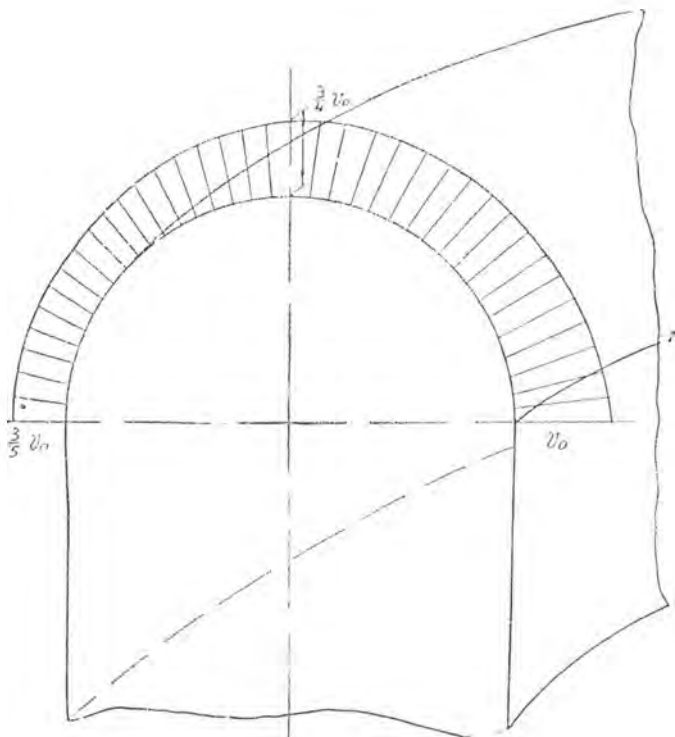
$$\begin{aligned} v_r &= v_{\varphi} = 0; \\ v_{\Theta} &= -v_0 \frac{a - r_0}{a - r_0 \cos \Theta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Эпюра скоростей v_{Θ} представлена на рис. 2. С учетом (10) и (12) уравнение (9) запишется в виде:

$$\frac{d\mu}{d\Theta} - \frac{r_0 \sin \Theta}{a - r_0 \cos \Theta} \mu = 0. \quad (13)$$

Интегрируя (13) при условии $\mu = \mu_0$ при $\Theta = \pi$ (под μ_0 понимается коэффициент жесткости материала на внешней границе протяжного ребра матрицы, зависящий только от механических свойств материала), получим:

$$\mu = \mu_0 \frac{a - r_0 \cos \Theta}{a + r_0}. \quad (14)$$



Фиг. 2.

Уравнение (8) с учетом (10) и (12) записывается:

$$\frac{d\tau}{d\theta} = \frac{2\mu_0 r_0 v_0^2 (a - r_0)}{a + r_0} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(a - r_0 \cos \theta)^2} - \frac{2\mu_0 v_0 (a - r_0)}{a + r_0} \cdot \frac{\cos \theta}{a - r_0 \cos \theta}. \quad (15)$$

Интегрируя это уравнение, легко получаем:

$$\sigma = - \frac{2\mu_0 v_0 (a - r_0)}{a - r_0 \cos \theta} \cdot \sin^2 \theta + C_2. \quad (16)$$

Задавая граничные условия для нормальных напряжений в виде $\sigma = -\sigma_0$ при $\Theta = \pi$ и определяя из них постоянную C_2 , отношение (16) запишем в следующем окончательном виде:

$$\sigma = -\sigma_0 - \frac{2\mu_0 v_0 (a - r_0)}{a - r_0 \cos \theta} \cdot \sin \theta. \quad (17)$$

По (10) с учетом (12), (14), (17) поле напряжений можно записать:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= -\sigma_0 - \frac{2\mu_0 v_0 (a-r_0)}{a-r_0 \cos \Theta} \cdot \sin \Theta; \\ \sigma_{\theta\theta} &= -\sigma_0 - \frac{2\mu_0 v_0 (a-r_0)}{a-r_0 \cos \Theta} \cdot \left(1 - \frac{1}{a+r_0}\right) \cdot \sin \Theta; \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= -\sigma_0 - \frac{2\mu_0 v_0 (a-r_0)}{a-r_0 \cos \Theta} \cdot \left(1 + \frac{1}{a+r_0}\right) \cdot \sin \Theta; \\ \tau_{r\theta} &= \frac{\mu_0 v_0 (a-r_0)}{r_0 (a+r_0)}; \\ \tau_{\theta\varphi} &= \tau_{r\varphi} = 0.\end{aligned}\tag{18}$$

В ы в о д ы

В работе путем интегрирования дифференциальных уравнений движения сплошной среды с использованием существующих для вязкой жидкости зависимостей между напряжениями и скоростями относительных деформаций, определено поле напряжений в тонколистовой заготовке на протяжном ребре матрицы при реверсивной вытяжке.

В отличие от аналогичной работы Ю. Н. Алексева для прямой вытяжки коэффициент жесткости μ и нормальные напряжения определены непосредственным интегрированием уравнений Навье-Стокса.

Следует отметить, что принятые предположения, и, главным образом, предположения о справедливости уравнений Навье-Стокса и отсутствии трения между заготовкой и входной кромкой матрицы, безусловно в какой-то степени уменьшают точность теоретически полученных результатов, в связи с чем автором предпринимается серия экспериментальных исследований в этом направлении.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ю. Н. Алексеев. Вопросы пластического течения металлов. Изд. ХГУ, Харьков, 1958.