

В. Т. ДУДНИКОВ

АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГИДРОКОПИРОВАЛЬНЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ С ОДНОКРОМОЧНЫМ ЗОЛОТНИКОМ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ЦИЛИНДРОМ

Гидрокопировальные следящие системы с однокромочным золотником и дифференциальным цилиндром получили широкое применение в машиностроении.

Эти системы лежат в основе конструкций серийно выпускаемых токарных гидросуппортов ГС-1 (станкозавод «Красный пролетарий»), КСТ-1 (станкозавод им. Орджоникидзе).

На примере токарного гидросуппорта ГС-1, конструктивная схема которого показана на фиг. 1, рассмотрим функциональную схему гидрокопировальной следящей системы и методику ее построения (фиг. 2).

Входной величиной системы $x_{вх} = f(t)$, зависимой от профиля копира 1, является движение шупа, а выходной — движение суппорта У.

Рассматривая движение вниз, условно разделим движение системы на два движения: при неподвижном суппорте; при неподвижном шупе.

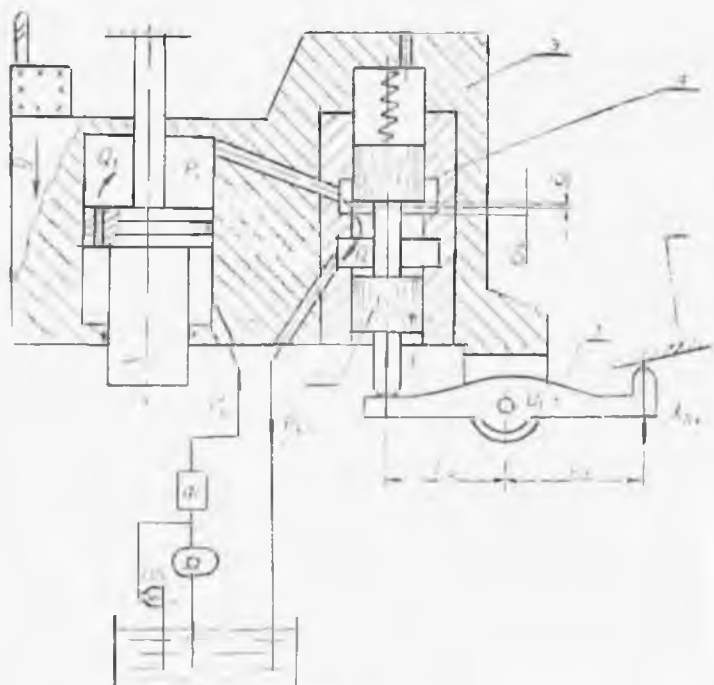
Управляющее воздействие на шуп при первом условии через дифференциальный рычаг 2 (поворачиваемый по часовой стрелке), с коэффициентом усиления $K_1 = \frac{L_2}{L_1}$ передается золотнику 3, открывающему щель между ним и втулкой 4 (входная величина гидроусилителя) и далее — на гидроусилитель, на выход системы.

Движение суппорта при втором условии можно разделить на три составляющих:

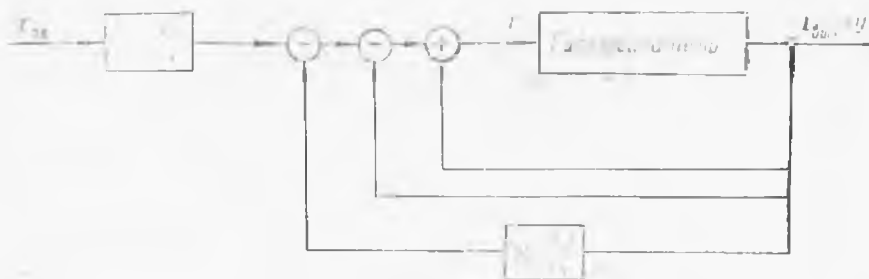
- а) перемещение опоры рычага O_1 ;
- б) параллельный перенос рычага в новое положение опоры;
- в) поворот рычага в исходное положение.

При перемещении опоры рычага и корпуса 5 вниз (при не-

подвижном золотнике и штоке) щель между золотником и втулкой увеличивается, что равносильно наличию положительной обратной связи на входе гидросилителя.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

При параллельном переносе рычага золотник закрывает щель, что соответствует наличию отрицательной обратной связи. При повороте рычага в исходное положение щель также закрывается и отрицательное воздействие передается с коэффициентом усиления K_1 таким, как при первом условии.

Для обеспечения равенства усилий и скоростей движения обычно принимается отношение нижней и верхней площадей цилиндра

$$m = \frac{F_1}{F} = 0,5. \quad (1)$$

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГИДРОУСИЛИТЕЛЯ

Для вывода уравнений движения рассмотрим условия течения жидкости через щели, используя уравнение Бернулли.

Учитывая, что расход рабочей жидкости через жиклерное отверстие Q_1 относительно мал по сравнению с подводимым от насоса, давление в нижней полости цилиндра можно принять постоянным, равным P_1 .

Пренебрегая утечками в зазорах, силами трения и принимая коэффициенты расхода постоянными, можно написать следующее уравнение расходов рабочей жидкости:

$$Q = Q_1 + Q_2 - Q_3, \quad (2)$$

где Q_1 и Q — расходы через рабочую щель золотника и жиклерное отверстие;

Q_2 — расход, связанный с наполнением цилиндра;

Q_3 — расход, связанный со сжатием рабочей жидкости.

Пренебрегая давлением на сливе, эти расходы можно выразить в следующем виде:

$$Q = \mu_1 l (\varepsilon_0 + \varepsilon) \sqrt{\frac{2g}{\gamma} P_1}. \quad (3)$$

$$Q_1 = \mu_2 f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (p_1 - p_1)}. \quad (4)$$

$$Q_2 = F \frac{dV}{dt}. \quad (5)$$

$$Q_3 = \gamma V \frac{dP_1}{dt}, \quad (6)$$

где μ_1 и μ_2 — коэффициенты расхода через щель и жиклер;

l — длина рабочей щели золотника;

f — площадь жиклерного отверстия;

ε_0 — величина отрицательного перекрытия при нулевой скорости и нагрузке, значение которого будет рассмотрено ниже;

V — рабочий объем цилиндра (см. ниже).

Остальные обозначения понятны из фиг. 1. Все размеры соответствуют системе единиц *кг, см, сек.*

Линеаризируя уравнение (3) по формуле

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial Q}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon,$$

и уравнение (4) по формуле

$$\Delta Q_1 = \frac{\partial Q}{\partial P_1} \Delta P_1,$$

получим значение расходов в отклонениях в виде

$$\Delta Q = \frac{\mu l \sigma_0 \sqrt{\frac{2g}{\gamma}}}{2\sqrt{P_{01}}} \Delta P_1 + \mu l \sqrt{\frac{2g}{\gamma}} P_{01} \Delta \sigma;$$

$$\Delta Q_1 = -\frac{\mu_1 f \sqrt{\frac{2g}{\gamma}}}{2\sqrt{p_n - p_{01}}} \Delta P_1,$$

где p_{01} и σ_0 — значение p_1 и σ при нулевых условиях.

С другой стороны, уравнения движения гидроусилителя, с учета реактивного действия струи (из жиклерного отверстия) можно записать в следующем виде:

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = F (m p_n - p_1) + R.$$

Выражая последнее в отклонениях, получим:

$$\frac{M}{F} \frac{d^2 (\Delta y)}{dt^2} = -\Delta p_1 + \frac{\Delta R}{F},$$

где M — приведенная масса подвижных частей суппорта;

R — нагрузка на штоке поршня, связанная с наличием сил резания и т. д.

Для установившегося движения в соответствии с уравнениями (2÷5) и (7), получим:

$$\mu l (\sigma_0 + \sigma) \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \left(m p_n + \frac{R}{F} \right)} - \mu f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \left[p_n (1 - m) - \frac{R}{F} \right]} =$$

$$= F \frac{dy}{dt}.$$

При $\sigma = 0$, $R = 0$ и $\frac{dy}{dt} = 0$ из уравнения (9) определится:

$$\sigma_0 = \frac{\mu_1 f}{\mu l} \sqrt{\frac{1 - m}{m}}.$$

Из последнего видно, что σ_0 — представляет собой величину отрицательного перекрытия, соответствующего равенству расходов через щель и жиклер при нулевой скорости и нагрузке.

Учитывая значение (10), скорость гидроусилителя определится:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\mu_1 f}{F} \sqrt{\frac{2g}{\gamma} p_n (1 - m)} \left[\sqrt{1 + \frac{R}{m F p_n}} - \sqrt{1 - \frac{R}{(1 - m) F p_n}} \right] +$$

$$+ \frac{\mu l}{F} \sqrt{\frac{2g}{\gamma} m \rho_n \left(1 + \frac{R}{m F F_n}\right)}. \quad (11)$$

Последнее значение является статической характеристикой гидроусилителя.

При $R = 0$

$$\frac{dy}{dt} = K_r \sigma, \quad (12)$$

где K_r — коэффициент усиления (по скорости) гидроусилителя

$$k_r = \frac{\mu l}{F} \sqrt{\frac{2g}{\gamma} m \rho_n}. \quad (13)$$

При этом, если $\sigma = \sigma_0$ из уравнения (9) получим:

$$\frac{dy}{dt} = - \frac{\mu l}{F} \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \rho_n (1 - m)}. \quad (14)$$

Как известно, производительность насоса гидроусилителя, без учета объемного к. п. д. может быть определена по формуле:

$$Q_n = c_1 F \left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}, \quad (15)$$

где $c_1 = \frac{1000}{60} = 16.6$ — коэффициент, связанный с размерностью.

Из выражений (12) и (15) получим:

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max_1} = k_r \sigma_{\max} = \frac{Q_n}{c_1 F}. \quad (16)$$

Отсюда видно, что наибольшая скорость гидроусилителя в рассматриваемом направлении (вниз, см. фиг. 1) определяется производительностью насоса.

Из уравнения (14) следует, что наибольшая скорость гидроусилителя в обратном направлении $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max_2}$ (вверх, на схеме фиг. 1) определяется предельным значением расхода через жиклерное отверстие.

С другой стороны, наибольшее значение скорости гидроусилителя равнозначно наибольшей скорости копирования, которая будет рассмотрена ниже.

Пока лишь отметим, что $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$ регламентируется и в соответствии с выражением (12) площадь жиклерного отверстия определяется:

$$f = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} F}{\mu_1 \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \rho_n (1 - m)}}. \quad (17)$$

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГИДРОУСИЛИТЕЛЯ В ОТНОСИТЕЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ С БЕЗРАЗМЕРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Принимая за базовое значение величин:

$$\left. \begin{aligned} \text{для расходов } Q_B &= \mu l \sigma_0 \sqrt{\frac{2g}{\gamma} m p_n}, \\ \text{для давлений } p_B &= m p_n, \\ \text{для перемещений } \sigma_B &= x_B = y_B = \sigma_0, \\ \text{для усилий } R_B &= R_{\max} = m F p_n \end{aligned} \right\}$$

и нулевые условия

$$x_0 = 0; y_0 = 0; R_0 = 0 \text{ и } P_{01} = m P_n.$$

с учетом значений (3'), (4') и (8) получим уравнения (2) ÷ (7) отклонениях с безразмерными коэффициентами в следующем (операторном) виде:

$$z = z_1 + z_2 - z_3;$$

$$z = 0,5z_4 + x;$$

$$z_1 = -e_1 z_4;$$

$$z_2 = e_2 p y;$$

$$z_3 = e_3 p z_4;$$

$$e_4 p^2 y = -z_1 + e_5 f_R(t),$$

$$\text{где } z = \frac{\Delta Q}{Q_B}; x = \frac{\Delta x}{\sigma_B} = \frac{\Delta \sigma}{\sigma_0};$$

$$e_1 = \frac{\mu l}{2\mu l \sigma_0} \sqrt{\frac{m}{1-m}} = \frac{m}{2(1-m)},$$

$$z_1 = \frac{\Delta Q_1}{Q_B}; y = \frac{\Delta y}{y_B} = \frac{\Delta y}{\sigma_0};$$

$$e_2 = \frac{F}{\mu l} \sqrt{\frac{\gamma}{2g m p_n}} = \frac{1}{k_e},$$

$$z_2 = \frac{\Delta Q_2}{Q_B}; f_R(t) = \frac{\Delta R}{R_B} = \frac{\Delta R}{m F p_n};$$

$$e_3 = \frac{\nu V}{\mu l \sigma_0} \sqrt{\frac{\gamma m p_n}{2g}} = \frac{\eta V m p_n}{K_r F \sigma_0},$$

$$z_3 = \frac{\Delta Q_3}{Q_B}; p = \frac{d}{dt}; e_4 = \frac{M \sigma_0}{m F p_E},$$

$$z_4 = \frac{\Delta p_1}{p_{B1}}; e_5 = \frac{R_B}{m F p_n} = 1.$$

Решая систему уравнений (20 ÷ 25) относительно входной и выходной величины y гидроусилителя, получим уравнение его движения в следующем виде:

$$(T_1 p^2 + T_2 p + 1) p y = k_r x + (T_R p + 1) k_R f_R(t), \quad (27)$$

где

$$T_1 = \frac{e_2 e_4}{e_2} = \frac{M V \tau_1}{F^2}, \quad (28)$$

$$T_2 = \frac{e_4 (0,5 + e_1)}{e_2} = \frac{M k_r \sigma_0}{2m(1-m)F p_n}, \quad (29)$$

$$k_r = \frac{1}{e_2} = \frac{\mu c}{F} \sqrt{\frac{2g}{\tau_1} m p_n}, \quad (30)$$

$$T_R = \frac{e_3}{0,5 + e_1} = \frac{2\tau_1 V m p_n (1-m)}{K_r \sigma_0 F}, \quad (31)$$

$$K_R = \frac{e_3 (0,5 + e_1)}{e_2} = \frac{k_r}{2(1-m)}. \quad (32)$$

Как видно из уравнения (27), звено гидроусилителя эквивалентно двум последовательно соединенным звеньям: интегрирующему и колебательному.

Для дальнейшего анализа приведем уравнение (27) к виду:

$$(\tau_1^2 p^2 + 2\tau_1 \xi_1 p + 1) p y = K_r x + (T_R p + 1) K_R f_R(t), \quad (33)$$

где

$$\tau_1 = \sqrt{T_1} = \frac{\sqrt{M V \tau_1}}{F}, \quad (34)$$

$$\xi_1 = \frac{T_2}{2\sqrt{T_1}} = \frac{M K_r e_4}{4m(1-m)p_n \sqrt{M V \tau_1}}. \quad (35)$$

При скорости гидроусилителя, равной нулю, и постоянной нагрузке $\Delta R = \text{const}$ из уравнения (27) получим:

$$K_r x = -K_R f_R(t). \quad (36)$$

С учетом значений (32), (30) и (26) определим:

$$j_r = \frac{\Delta R}{\Delta \delta} = -\frac{2m(1-m)F p_n}{\sigma_0} \ast, \quad (37)$$

где j_r — жесткость гидроусилителя или коэффициент усиления по нагрузке [4].

В соответствии с (37) получим:

$$T_2 = -\frac{M K_r}{j_r}, \quad (29')$$

$$T_R = -\frac{\eta V j_r}{K_r F^2}, \quad (31')$$

$$K_R = -\frac{K_r m p_n F}{j_r \sigma_0}. \quad (32')$$

* Знак — получается за счет того, что выбраны различные направления движения суппорта и золотника и не является показателем отрицательной жесткости.

Из уравнения (27) передаточные функции, соответствующие управляющему воздействию x и возмущающему $f_R(t)$, выразятся в следующем виде:

$$K(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p),$$

где

$$W_1(p) = \frac{K_r}{p},$$

$$W_2(p) = \frac{1}{T_1 p^2 + T_2 p + 1},$$

и

$$K_{f_R}(p) = \frac{K_R(T_R + 1)}{p(T_1 p^2 + T_2 p + 1)}.$$

Значение (41) приведем к виду

$$K_{f_R}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p),$$

где

$$W_3(p) = \frac{K_R}{K_r} (T_R p + 1).$$

Из последнего получим:

$$W_4(p) = \frac{1}{W_3(p)} = \frac{K_r}{K_R(T_R p + 1)}.$$

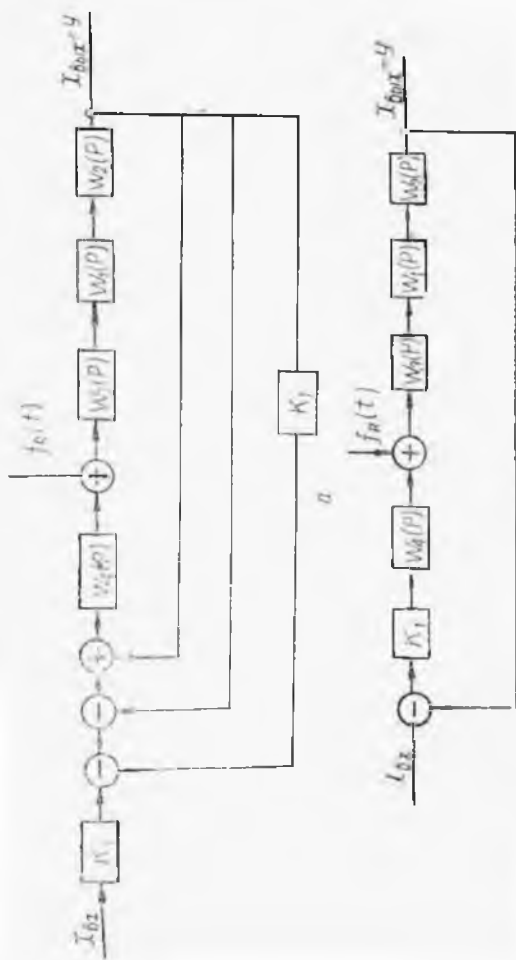
Для перемещений в системе принята одна базовая величина, поэтому выражение передаточной функции усилительного звена (фиг. 2) не изменяет своего значения при переходе к относительным координатам.

СТРУКТУРНАЯ СХЕМА И УРАВНЕНИЯ ГИДРОКОПИРОВАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОКРОМОЧНЫМ ЗОЛОТНИКОМ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ЦИЛИНДРОМ

В соответствии с функциональной структурной схемой (фиг. 2), подставляя значения передаточных функций гидроусилителя, получим структурную схему следящей системы, показанной на фиг. 3 а.

Пользуясь методом структурного анализа [1], освобождаясь от многоконтурных обратных связей, получим структурную схему следящей системы, показанную на фиг. 3 б. На основании последней на фиг. 4 а и 4 б приведены структурные схемы следящей системы отдельно по управляющему воздействию (при постоянном усилии на штоке $f_R(t) = \text{const}$) от сил резания) и возмущающему воздействию (при нулевом управляющем воздействии)

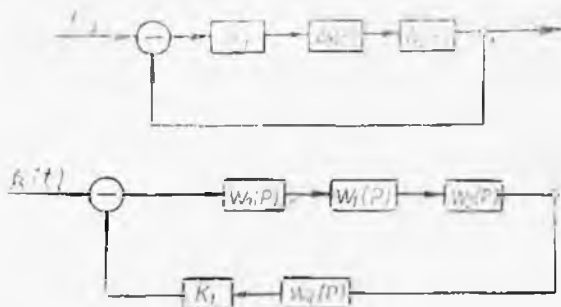
Передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы по управляющему воздействию в соответствии с фиг. 4 а выразятся в следующем виде:



Фиг. 3.

$$W_{\text{раз}}^{x_{bx}}(p) = \frac{y(p)}{x_{bx}(p)} = \frac{K_1 K_r}{p(T_1 p^2 + T_2 p + 1)};$$

$$W_{\text{зам}}^{x_{bx}}(p) = \frac{W_{\text{раз}}^{x_{bx}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}^{x_{bx}}(p)} = \frac{K_1 K_r}{T_1 p^3 + T_2 p^2 + p + K_1 K_r}.$$



Фиг. 4.

Как видно из выражений (45) и (46), рассматриваемая гидроконтрольная следящая система имеет астатизм первого порядка как по управляющему воздействию (при постоянной нагрузке в шток поршня) [2].

Рассматривая установившееся движение, в соответствии с выражением (46), значение скорости копирования определим:

$$\frac{dy}{dt} = K_1 K_r (x_{bx} - y). \quad (47)$$

Учитывая, что погрешность копирования

$$\delta = x_{bx} - y, \quad (48)$$

при заданных технических условиях величинах $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$ и δ_{\max} значение коэффициентов усиления системы определится:

$$K_1 K_r = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}}{\delta_{\max}}. \quad (49)$$

На основании структурной схемы (фиг. 4б) передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы по возмущениям (при $x_{bx} = 0$), связанным с колебанием сил на штоке поршня, можно представить в следующем виде:

$$W_{\text{раз}}^{jR(t)}(p) = W_3(p)W_1(p)W_2(p). \quad (50)$$

$$W_{\text{зам}}^{jR(t)}(p) = \frac{W_3(p)W_1(p)W_2(p)}{1 + W_3(p)W_1(p)W_2(p)W_4(p)K_1}. \quad (51)$$

Подставляя значения (39, 40, 41, 43 и 44), получим:

$$W_{\text{раз}}^{jR(t)}(p) = \frac{K_R(T_R p + 1)}{p(T_1 p^2 + T_2 p + 1)}. \quad (52)$$

$$W'_{зам} R^{(t)}(p) = \frac{K_R(T_R p + 1)}{T_1 p^3 + T_2 p^2 + K_1 K_r} \quad (53)$$

Позиционная ошибка, характерная для обработки цилиндрических поверхностей при $x_{bx} = 0$, $\frac{dy}{dt} = 0$ из последнего определится

$$y_0 = \frac{K_R}{K_1 K_r} f_R(t) \quad (54)$$

При этом, если управляющему воздействию дать приращение Δu , то при установившемся режиме получим новое значение выходной величины $\Delta y = \Delta x + y_0 \sigma_0$. Следовательно, значения позиционной ошибки в соответствии со значением (54) с учетом значений (26), (32) может быть записано в следующем виде:

$$\Delta y - \Delta x = y_0 \sigma_0 = - \frac{\Delta R}{j_r K_r} \quad (55)$$

Выражая в безразмерных значениях, получим:

$$x - y = - y_0 = \frac{\Delta R}{j_r K_r} \quad (56)$$

АНАЛИЗ КАЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ

Для копируемых следящих систем имеют наиболее важное значение две качественные динамические характеристики:

1. Характер и показатели переходного процесса, определяющие правильность воспроизведения профиля в местах переходов поверхностей (галтели, острые углы, фаски и т. д.).

2. Устойчивость системы, определяющая надежность ее работы и чистоту поверхности.

Построение переходного процесса производилось с помощью логарифмических частотных характеристик применительно к параметрам гидросуппорта ГС-1*. Для этого по полученным значениям κ_1 , κ_2 , τ_1 , ξ_1 (см. формулы (30), (34) и (35)) строились логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы. По последним строилась вещественная частотная характеристика замкнутой системы и ее переходный процесс (фиг. 5). Методика построения переходных процессов по логарифмическим частотным характеристикам разработана советскими учеными [2] и изложена в ряде монографий, напр., [3].

В качестве конструктивных, наладочных и расчетных параметров гидросуппорта ГС-1 были приняты:

$$K_1 = 1,38; F = 55,6; m = 0,6; f = 0,0211; l = 5,05;$$

$$\gamma = 0,0009; p_n = 20; \mu = 0,2; \mu_1 = 0,885; \tau_1 = \frac{1}{1,4 \cdot 10^4};$$

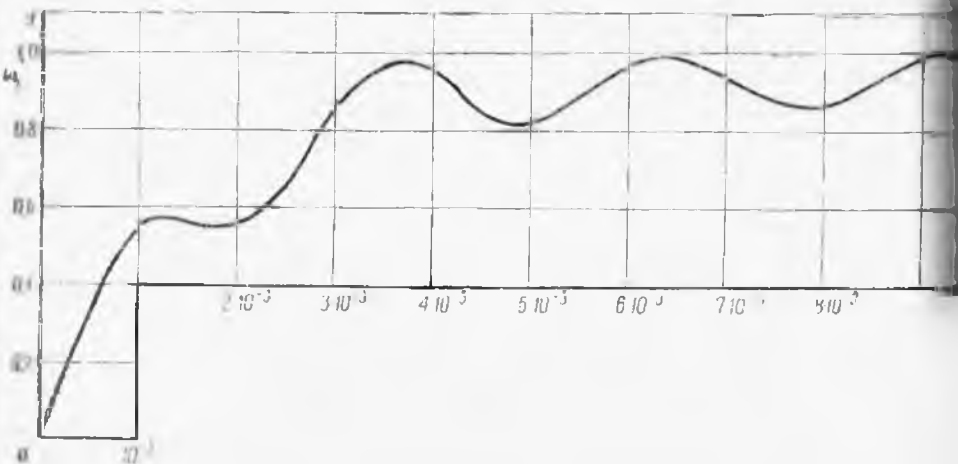
$$\sigma_0 = 0,005; K_r = 324; j_r = 106500; V = 134,$$

где V — половина объема цилиндра в положении поршня, соответ-

* Выполнено Н. В. Ишмуратовой.

ствующем равенству объемов в штоковой и нештоковой полостях цилиндра (см. ниже; размерности кг, см)

На основании этих данных видно, что рассматриваемая следящая система имеет колебательный переходный процесс с частотой около 330 гц и незначительным запаздыванием по времени (время первого согласования $t_c = 0,001$ сек).



Характеристическое уравнение, определяющее устойчивость системы, в соответствии со значением (46), выразится в следующем виде:

$$a_0 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 y = 0, \quad (57)$$

где $a_0 = T_1$; $a_1 = T_2$; $a_2 = 1$; $a_3 = K_1 K_r$.

параметры Вышнеградского определяются:

$$\begin{aligned} z &= \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_0 a_3^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{T_1 K_1^2 K_r^2}} \\ u &= \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_0^2 a_3}} = \frac{T_2}{\sqrt[3]{T_1^2 K_1 K_r}} \end{aligned} \quad (58)$$

Условие устойчивости системы без учета сил трения определяется:

$$zu \geq 1 \text{ или } K_1 K_r \leq \frac{T_2}{T_1}. \quad (59)$$

Подставляя значение (28, 29'), получим:

$$-j_r \leq \frac{F^2}{K_1 V \eta}. \quad (60)$$

При этом должны учитывать, что режим, наиболее благоприятный

ный для колебательного процесса, соответствует положению поршня, когда объем рабочей жидкости в штоковой и нештоковой полостях цилиндра одинаков*; учитывая последнее, условие (60) при $V = \frac{FLm}{1+m}$ можно выразить в следующем виде:

$$- \dot{I}_r \leq \frac{F(m+1)}{K_1 L m}, \quad (61)$$

где L — ход поршня.

Это условие с учетом (37) при заданных конструктивных параметрах можно привести к виду:

$$P_n \leq \frac{\sigma_n(m+1)}{2K_1 m^2(1-m)L_1}. \quad (62)$$

Так, для суппорта ГС-1 по условию (62) получим $p_n \leq 43 \text{ кг/см}^2$.

Экспериментальная проверка показала устойчивую его работу при p_n , близких к 60 кг/см^2 , и ввести систему в колебательный процесс с помощью лопастного насоса нам не удалось.

Говоря о методике расчета системы, учитывая специфику ее работы, следует отметить, что в основу выбора ее параметров должно быть положено условие допустимой позиционной ошибки, а затем — другие качественные показатели системы. С этой точки зрения наиболее правильно рассматривается последовательность выбора параметров в монографии [4] применительно к системам с четырехкромочным золотником и дифференциальным цилиндром.

На основании полученных результатов для рассматриваемых систем, находящихся в эксплуатации, имеется возможность коренного улучшения качественных показателей за счет увеличения давления P_n , что в отдельных случаях потребует лишь замену лопастных насосов на более мощные.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Шаталов. Структурные методы в теории управления и электротоматике. Энергоиздат, 1962.
2. В. В. Солодовников. (Ред). Основы автоматического регулирования, Машгиз, 1954.
3. Д. В. Васильев, Г. С. Филиппов. Основы теории и расчета следящих систем. Госэнергоиздат, 1959.
4. В. А. Лещенко. Гидравлические следящие приводы для металлорежущих станков. Машгиз, 1962.

* Значение V определяется из равенства $V = F l_1 = m F (a - l_1)$.