

1. Исаченков Е. П. Штамповка резиной и жидкостью. М., «Машиностроение»; 1967.
2. Сапаровский С. В., Комаров А. Д., Смеляков Е. П. и др. Штамповка резиной. Куйбышевское книжное изд-во, 1964.
3. Сапаровский С. В., Смеляков Е. П., Комаров А. Д. и др. Новые способы холодной штамповки. Куйбышевское книжное изд-во, 1969.

Н. П. Колесников, Л. А. Кренделев

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

В листовой штамповке широко используется метод формования деталей или их элементов давлением жидкой, газовой или эластичной среды. Этот метод применяется, в частности, при изготовлении тонкостенных оболочек двойной кривизны (рис. 1), используемых в конструкциях различных машин и аппаратов.

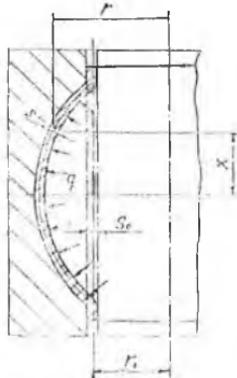


Рис. 1. Схема формования оболочки двойной кривизны внутренним давлением

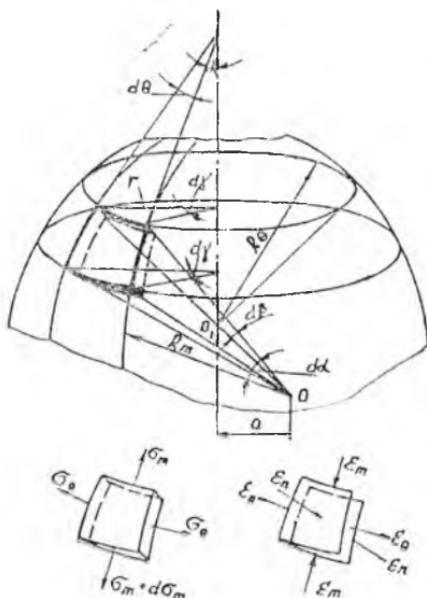


Рис. 2. Схема напряженно-деформированного состояния при формовании оболочки

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние (рис. 2), возникающее при формообразовании оболочек. При этом используем безмоментную теорию оболочек, условие пластичности Хубера-Мизеса и линейную аппроксимацию диаграммы упрочнения первого рода. Полагаем, что деформируемый материал изотропный.

Условия равновесия элемента тонкостенной оболочки с учетом сил трения и в предположении неизменности толщины оболочки в процессе деформирования имеют следующий вид [1]:

$$r \frac{d\sigma_m}{dr} + \sigma_m - \sigma_\theta - \mu q \frac{r}{s \cdot \sin \alpha} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_m}{R_m} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} - \frac{q}{S} = 0, \quad (2)$$

где σ_θ и σ_m — соответственно тангенциальное и меридиональное нормальные напряжения;

R_m и R_θ — радиусы кривизны срединной поверхности элемента оболочки соответственно в меридиональном и широтном сечениях;

r — радиус кривизны срединной поверхности элемента оболочки в сечении, перпендикулярном оси симметрии;

α — угол между осью симметрии оболочки и касательной к срединной поверхности в меридиональном сечении (в точке с радиусом r);

μ — коэффициент трения;

s — толщина оболочки;

q — величина внутреннего давления.

Условие пластичности Хубера-Мизеса и уравнение линейной аппроксимации кривой упрочнения первого рода для рассматриваемого случая имеют следующий вид:

$$\sigma_\theta = \beta \sigma_s, \quad (3)$$

$$\sigma_s = \sigma_{\tau_0} + \Pi \delta, \quad (4)$$

где β — коэффициент Лодэ, являющийся функцией главных напряжений; в зависимости от их величины $\beta = 1 \div 1.155$;

σ_s — напряжение текучести материала оболочки;

σ_{τ_0} — экстраполированный предел текучести;

Π — модуль упрочнения;

δ — максимальная относительная деформация растяжения.

При данной схеме формообразования оболочек максимальной является относительная тангенциальная деформация δ_θ

$$\delta_\theta = \frac{r}{r_0} - 1 = k - 1, \quad (5)$$

где r_0 — радиус кривизны срединной поверхности цилиндрической заготовки;

$k = \frac{r}{r_0}$ — коэффициент формоизменения.

Из уравнений (3), (4) и (5) следует, что

$$\sigma_{\theta} = \beta \left[\sigma_{\tau_0} = \Pi \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \right]. \quad (6)$$

Подставив значения σ_{θ} и q из уравнения (2) в уравнение (1), получим

$$r \frac{d\sigma_m}{dr} + \sigma_m - \beta \left[\sigma_{\tau_0} + \Pi \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) - \frac{\mu r}{\sin \alpha} \left\{ \frac{\sigma_m}{R_m} + \frac{\beta}{R_0} \left[\sigma_{\tau_0} + \Pi \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \times \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \right] \right\} \right] = 0. \quad (7)$$

Из геометрических соотношений (рис. 2) для конечного момента формообразования

$$R_{\theta} = R_m - \frac{a}{\cos \alpha}; \quad (8)$$

$$r = R_m \cos \alpha - a, \quad (9)$$

где a — расстояние от центра кривизны средней поверхности оболочки в меридиональном сечении до оси симметрии.

Тогда

$$dr = R_m \sin \alpha d\alpha. \quad (10)$$

С учетом соотношений (8), (9) и (10) уравнение преобразуется к следующему виду:

$$-\frac{d\sigma_m}{d\alpha} + \sigma_m \left(\frac{R_m \cos \alpha}{R_m \cos \alpha - a} - \mu \right) - \beta R_m \left(\frac{\Pi}{r_0} + \frac{\sigma_{\tau_0} - \Pi}{R_m \cos \alpha - a} \right) \times \\ \times (1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \sin \alpha = 0. \quad (11)$$

Ввиду малого изменения величины β при решении дифференциального уравнения (11) считаем, что $\beta = \text{const}$. При этом условно решение уравнения (11) методом вариации произвольной постоянной приводит к следующему результату:

$$\sigma_m = \frac{\beta R_m}{r} \left\{ \left[\Pi \left(1 + \frac{a}{r_0} \right) - \sigma_{\tau_0} \right] A - \frac{\Pi R_m B}{r_0} \right\} \frac{C}{r e^{\mu \alpha}},$$

где c — произвольная постоянная интегрирования;

e — основание натуральных логарифмов;

A и B — коэффициенты, являющиеся функцией угла α и коэффициента трения μ .

$$A = \frac{2\mu \sin \alpha + (\mu^2 - 1) \cos \alpha}{\mu^2 + 1};$$

$$B = \frac{\sin \alpha (3\mu \cos \alpha + \sin \alpha) + \cos^2 \alpha (\mu^2 - 1) + 2}{\mu^2 + 4}.$$

Произвольная постоянная интегрирования C определяется исходя из граничных условий. При свободных торцах заготовки $\sigma_m = 0$ при $r = r_0$ и $\alpha = \alpha_0$

Тогда

$$C = -\beta R_m \left\{ \left[\Pi \left(1 + \frac{a}{r_0} \right) - \sigma_{\tau_0} \right] A_0 - \frac{\Pi R_m B}{r_0} \right\} e^{\mu \alpha_0},$$

где A_0 и B_0 — значения коэффициентов A и B при $\alpha = \alpha_0$ (α_0 — угол между осью симметрии и касательной к срединной поверхности оболочки в меридиональном сечении в точке с радиусом r_0).

С учетом найденного значения C окончательно получим

$$\sigma_m = \frac{\beta R_m}{r} \left\{ \left[\Pi \left(1 + \frac{a}{r_0} \right) - \sigma_{\tau 0} \right] \left[A - A_0 e^{-(r_0 - r)} \right] - \frac{\Pi R_m}{r_0} \times \right. \\ \left. \times [B - B_0 e^{-(r_0 - r)}] \right\}. \quad (12)$$

При известной величине отношения $\frac{\sigma_m}{\sigma_{\tau 0}} = m$ коэффициент β может быть определен по формуле Лодэ [2].

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \nu^2}}, \quad (13)$$

где

$$\nu = \frac{2\sigma_{\text{ср}} - \sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}},$$

$\sigma_{\text{ср}}$ — среднее главное напряжение;

σ_{max} и σ_{min} — соответственно максимальное и минимальное главные напряжения.

Для рассматриваемого случая деформирования $\sigma_{\text{ср}} = \sigma_n$, $\sigma_{\text{max}} = \sigma_0$, $\sigma_{\text{min}} = 0$ и

$$\nu = 2m - 1.$$

Зависимости (6) и (12) для определения тангенциальных и меридиональных напряжений σ_θ и σ_m являются обобщающими; они учитывают упрочнение материала заготовки в процессе пластического деформирования, а зависимость (12) кроме того учитывает влияние сил трения.

Следует отметить, что поскольку названные зависимости установлены с использованием линейной аппроксимации диаграммы упрочнения, то они дают преувеличенные значения напряжений σ_θ и σ_m , особенно в области малых пластических деформаций. Однако зависимости (6) и (12) позволяют получить более точные значения величины σ_θ и σ_m , если в расчетах использовать аппроксимацию диаграммы упрочнения ломаной линией, состоящей из двух, трех и большего числа участков; при этом величины $\sigma_{\tau 0}$ и Π определяются для каждого участка отдельно. Ввиду недопустимости разрыва напряжений на стыке двух участков должны выполняться граничные условия.

Если кривая упрочнения задана функциональной зависимостью $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$, то при аппроксимации ее касательными в средних точках участков величины Π и $\sigma_{\tau 0}$ для каждого участка могут быть найдены аналитически

$$\Pi = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i}; \quad \sigma_{\tau 0} = \sigma_i - \Pi \varepsilon_i,$$

где σ_i — величина интенсивности напряжений;
 ε_i — величина интенсивности деформаций.

Так, например, при степенной зависимости $\sigma_i = c\varepsilon_i^n$

$$P = c_n \varepsilon_i^{n-1};$$

$$\sigma_{\tau 0} = c(1-n)\varepsilon_i^n,$$

где c и n — коэффициенты, характеризующие прочностные свойства металла.

Из общих зависимостей (6) и (12) могут быть установлены частные зависимости. Если при учете упрочнения пользоваться аппроксимацией кривой упрочнения 1-го рода касательной к ней в точке, соответствующей моменту образования шейки, то $P = \sigma_{\tau 0} = \sigma_b$ и формулы (6) и (12) преобразуются к следующему виду:

$$\sigma_0 = \beta \sigma_b \frac{r}{r_0} = \beta k \sigma_b; \quad (14)$$

$$\sigma_m = \frac{\beta \sigma_b R_m}{r r_0} \left[aA - R_m B - (aA_0 - R_m B_0) e^{\mu(\sigma_0 - \sigma_b)} \right], \quad (15)$$

где σ_b — предел прочности материала оболочки.

При отсутствии упрочнения материала оболочки (горячая деформация давлением газовой среды) $P=0$, а $\sigma_{\tau 0} = \sigma_T$ и зависимости (6) и (12) еще более упрощаются

$$\sigma_0 = \beta \sigma_T; \quad (16)$$

$$\sigma_m = \frac{\beta \sigma_T R_m}{r} \left[A_0 e^{\mu(\sigma_0 - \sigma_T)} - A \right], \quad (17)$$

где σ_T — предел текучести материала оболочки при температуре деформирования.

При формообразовании оболочек эластичной средой силы трения действуют на заготовку на протяжении всего процесса деформирования, а при формообразовании жидкой или газовой средой они возникают между матрицей и заготовкой только в заключительный момент формообразования и не оказывают влияния на распределение напряжений и деформаций в процессе штамповки. В этом случае можно считать $\mu=0$ и тогда зависимости (15) и (17) принимают соответственно следующий вид:

$$\sigma_m = \frac{\beta \sigma_b R_m}{r r_0} \left[a(A - A_0) - R_m(B - B_0) \right]; \quad (18)$$

$$\sigma_m = \frac{\beta \sigma_T R_m}{r} (A_0 - A). \quad (19)$$

Для оценки влияния сил трения на величину меридиональных напряжений определим величину σ_m при формообразовании оболочки, имеющей следующие геометрические размеры: $R_m = 250$ мм, $a = 91,5$ мм, $r_0 = 125$ мм и $r_{\max} = 158,5$ мм. При этом считаем, что в очаге деформации имеются наиболее тяжелые условия — смазка отсутствует и коэффициент трения имеет макси-

максимальную величину: $\mu=0,3$ при холодной пластической деформации и $\mu=0,5$ при горячей деформации.

Напряжение σ_m достигает максимальной величины в точке, где $r=r_{\max}$ и $u=0$. Расчеты, произведенные по зависимостям (15) и (17), показывают, что максимальное меридиональное напряжение составляет $0,56\sigma_b$ при холодной пластической деформации и $0,7\sigma_r$ при горячей деформации, т. е. увеличивается по сравнению с величиной $\sigma_{m\max}$ при $\mu=0$, соответственно, примерно в 2 и 2,5 раза.

При деформировании заготовок со смазкой коэффициент трения уменьшается ($\mu=0,1 \div 0,2$) и соответственно уменьшается величина $\sigma_{m\max}$. Так, при холодной деформации оболочек давлением жидкости (при $\mu=0,1$) величина σ_m составляет $0,34\sigma_b$, т. е. увеличивается по сравнению с $\sigma_{m\max}$ при $\mu=0$ только в 1,3 раза.

Необходимо также отметить, что с учетом значений коэффициентов A, A_0, B, B_0 и соотношений (5), (9) и (13), из зависимостей (14), (16), (18) и (19) могут быть получены формулы для расчета напряжений σ_0 и σ_m :

$$\sigma_0 = \frac{2k^3 \sigma_b}{\sqrt{3k^2 + 1}}; \quad (20)$$

$$\sigma_m = \frac{(k^2 - 1) k \sigma_b}{\sqrt{3k^4 + 1}}; \quad (21)$$

при холодной пластической деформации оболочек давлением жидкости и

$$\sigma_0 = \frac{k \sigma_r}{\sqrt{k^2 - k + 1}}; \quad (22)$$

$$\sigma_m = \frac{(k - 1) \sigma_r}{\sqrt{k^2 - k + 1}}; \quad (23)$$

при горячей пластической деформации оболочек давлением газа.

Из зависимостей (20), (21), (22) и (23) видно, что при отсутствии сил трения напряжения σ_0 и σ_m являются функциями только коэффициента формоизменения K .

Анализ зависимостей (20), (21) и (23) показывает, что с увеличением коэффициента K величины напряжений σ_0 и σ_m монотонно возрастают, в то время как согласно зависимости (22) величина тангенциального напряжения σ_r сначала возрастает от $\sigma_0 = \sigma_r$ при $K=1$ до максимального значения $\sigma_r = 1,155\sigma_r$ при $K=2$, а затем уменьшается, асимптотически приближаясь к величине σ_r при $K = \infty$.

Поскольку практически у штампуемых оболочек величина K изменяется обычно в пределах $1 \leq K \leq 1,3$, то величины напряжений σ_0 и σ_m могут достигать согласно зависимостям (20), (21), (22) и (23) следующих максимальных значений: $\sigma_{0\max} = 1,155\sigma_r$, $\sigma_{m\max} = 0,26\sigma_r$ — при горячей пластической деформации и $\sigma_{0\max} = 1,42\sigma_b$, $\sigma_{m\max} = 0,29\sigma_b$ — при холодной пластической деформации.

Деформированное состояние элемента оболочки (рис. 2) характеризуется растяжением в тангенциальном направлении и сжатием в меридиональном направлении. Деформация ε_n по толщине оболочки также является снижающей.

Тангенциальная логарифмическая деформация ε_θ в данном случае

$$\varepsilon_\theta = \ln k. \quad (24)$$

Как видно из зависимости (24), деформация ε_θ является однозначной функцией коэффициента формоизменения K . Характер распределения деформации ε_θ по образующей оболочки определяется соотношением геометрических размеров оболочки и заготовки.

Приняв допущение о простом нагружении и монотонности процесса, меридиональную деформацию ε_m и деформацию ε_n по толщине оболочки можно определить из уравнений пропорциональности между компонентами тензора напряжений и тензора деформаций для плоского напряженного состояния

$$\varepsilon_m = \frac{2\sigma_m - \sigma_\theta}{2\sigma_\theta - \sigma_m} \varepsilon_\theta; \quad (25)$$

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma_m + \varepsilon_\theta}{\sigma_m - 2\varepsilon_\theta} \varepsilon_\theta. \quad (26)$$

Подставив значения напряжений σ_θ и σ_m из зависимостей (20), (21), (22) и (23) в уравнения (25) и (26), получим

$$\varepsilon_m = -\frac{2 \ln K}{3k^2 + 1}; \quad (27)$$

$$\varepsilon_n = -\frac{(1 - 3k^2) \ln k}{3k^2 + 1} \quad (28)$$

при холодной пластической деформации давлением жидкости;

$$\varepsilon_m = \frac{(k - 2) \ln k}{k + 1}; \quad (29)$$

$$\varepsilon_n = \frac{(1 - 2k) \ln K}{k + 1} \quad (30)$$

при горячей пластической деформации давлением газа.

По величине деформации $\varepsilon_n = \ln \frac{s}{s_0}$ можно определить толщину оболочки после деформирования:

$$s = s_0 k^{\frac{1 - 3k^2}{1 + 3k^2}} \quad (31)$$

при холодной пластической деформации;

$$s = s_0 k^{\frac{1 - 2k}{1 + k}} \quad (32)$$

при горячей деформации.

Анализ зависимостей (26), (28), (29) и (30) показывает, что

деформации ϵ_n и ϵ_m также являются функциями коэффициента формоизменения κ , при этом с увеличением коэффициента κ функции $\epsilon_n = f(\kappa)$ (зависимости 28 и 30) монотонно возрастают от 0 при $\kappa = 1$ до ∞ . При $\kappa = 1,3$ величина ϵ_n составляет 0,176 при холодной деформации и 0,184 при горячей, т. е. утонение оболочки составляет примерно 20% от толщины исходной заготовки.

Функции $\epsilon_m = f(x)$ (зависимости 27 и 29) имеют максимум: $\epsilon_{m \max} = 0,110$ при $\kappa = 1,74$ для холодной деформации и $\epsilon_{m \max} = 0,088$ при $\kappa = 1,41$ для горячей. При $\kappa = 1,3$ величина ϵ_m составляет соответственно 0,086 и 0,078.

Приведенные зависимости установлены для случая деформирования оболочек, материал которых с достаточной степенью приближения можно считать изотропным. Напряжения и деформации при этом являются функцией только коэффициента формоизменения.

На основании зависимостей, установленных в настоящей работе, определяются основные параметры технологии формообразования оболочек внутренним давлением газовой, жидкой или эластичной среды — величина технологических припусков, величина необходимого давления, максимальное утонение оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин Л. А., Ленский В. С. Сопротивление материалов. М., Физматгиздат, 1959.
2. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. «Высшая школа», 1963.

Г. М. Лебедев, Г. З. Исарович, Л. С. Вислова, Д. Н. Лысенко

ИЗЫСКАНИЕ ИНДУЦИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ШТАМПОВКИ ЛИСТОВЫХ ЗАГОТОВОК

При штамповке импульсным магнитным полем (ИМП) деталей из листовых заготовок в качестве рабочего инструмента применяются плоские индукторы, представляющие собой сложные электромагнитные системы (рис. 1). Конструкция и форма рабочей поверхности индукторов могут быть разнообразными. Выбор конструкции существенно влияет на технологические возможности процесса обработки.

Для получения сильных магнитных полей при научных исследованиях различных явлений в области физики давно используются импульсные соленоиды или индукторы [1]. Однако по ряду причин разработанные ранее конструкции индукторов оказались непригодными для обработки металлов с использованием энергии ИМП.