

**УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ
ОСЕСИММЕТРИЧНО НАГРУЖЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ
ОБОЛОЧКИ
ПРИ КОНЕЧНЫХ ПРОГИБАХ**

1. Нелинейные уравнения равновесия [1] применительно к сферической оболочке радиуса R и толщины δ можно записать в виде

$$\begin{aligned} N_1' + (N_1 - N_2) \operatorname{ctg} \psi + Q + q_t &= -\alpha_1 Q; \\ Q' + Q \operatorname{ctg} \psi - N_1 - N_2 + q_n &= N_1 \alpha_1 + N_2 \alpha_2; \\ M_1' + (M_1 - M_2) \operatorname{ctg} \psi - 12m^2 Q &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} N_k &= \frac{1-\nu}{2G\delta} N_k^*; \quad Q = \frac{1-\nu}{2G\delta} Q^*; \quad M_k = \frac{6m(1-\nu)}{G\delta^2} M_k^*; \\ q_p &= \frac{1-\nu}{2G} q_p^*; \quad m = \frac{R}{\delta}; \quad k = 1, 2; \quad p = t, n. \end{aligned}$$

G — модуль сдвига; ν — коэффициент Пуансона; N_k^* — усилия; M_k^* — моменты; Q^* — перерезывающая сила; q_n^* , q_t^* — нормальная и тангенциальная составляющие поверхностной нагрузки, отнесенной к единице площади срединной поверхности. Штрих означает дифференцирование по углу ψ , отсчитываемому от вершины оболочки. Считая квадраты производных от нормальных к срединной поверхности оболочки перемещений w^* соизмеримыми с линейными составляющими деформаций, запишем геометрические соотношения следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{m} \left[u' + w + \frac{1}{2m} (w')^2 \right]; \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{m} (u + w \operatorname{ctg} \psi); \\ \alpha_1 &= R\alpha_1^* = \frac{1}{m} (u - w)'; \quad \alpha_2 = R\alpha_2^* = \frac{1}{m} (u - w') \operatorname{ctg} \psi. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$u = \frac{u^*}{\delta}, \quad w = \frac{w^*}{\delta},$$

u^* , ω^* — перемещения в меридиональном и нормальном к срединной поверхности направлениях; \varkappa_1^* , \varkappa_2^* — изменения главных кривизн срединной поверхности оболочки.

Уравнения совместности, вытекающие из соотношений (2), запишем

$$\begin{aligned} \varkappa_2' - (\varkappa_1 - \varkappa_2) \operatorname{ctg} \psi - \varepsilon_2' + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \operatorname{ctg} \psi &= \frac{1}{2} \varkappa_2^2 \operatorname{tg} \psi; \\ (\varkappa_1 + \varkappa_2) \sin \psi + [\varepsilon_2' \sin \psi + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sin \psi]' &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 \psi}{\cos \psi} \varkappa_2^2 \right)'. \end{aligned} \quad (3)$$

Выражения для нормальных усилий и изгибающих моментов, полученные на основе деформационной теории пластичности с учетом переменности коэффициента поперечной деформации μ^* , имеют следующий вид [2]:

$$N_k = \varepsilon_k + \mu \varepsilon_l - \varkappa_k; \quad M_k = \varkappa_k + \mu \varkappa_l - \frac{1}{\delta} \tau_k; \quad (l = 2, 1, l \neq k), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \frac{1}{2} \left[\varphi_0 (\varepsilon_k + \mu \varepsilon_l) + \frac{\varphi_1}{2m} (\varkappa_k + \mu \varkappa_l) + \mu \left(\varepsilon_l \psi_0 + \frac{\psi_1}{2m} \varkappa_l \right) \right]; \\ \tau_{lk} &= 3 \left[\varphi_1 (\varepsilon_k + \mu \varepsilon_l) + \frac{\varphi_2}{2m} (\varkappa_k + \mu \varkappa_l) + \mu \left(\varepsilon_l \psi_1 + \frac{\psi_2}{2m} \varkappa_l \right) \right]; \\ \varepsilon_n &= \int_{-1}^1 \omega^* t^n dt; \quad \psi_n = \int_{-1}^1 \Omega (1 - \omega^*) t^n dt; \quad t = \frac{2z}{\delta}; \quad n = 0, 1, 2; \end{aligned}$$

$$\omega^* = 1 - \frac{(1-\nu)(1-\omega)}{1-\mu^*}; \quad \Omega = \frac{\mu^*}{\mu} - 1; \quad \mu^* = \frac{1 + \mu - (1-2\nu)(1-\omega)}{2(1+\nu) + (1-2\nu)(1-\omega)},$$

z — координата, отсчитываемая в направлении нормали к срединной поверхности оболочки.

Нормальные напряжения вычисляются по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_k \left(\pm \frac{\delta}{2} \right) &= \frac{2G}{1-\nu} \left[1 - \omega^* \left(\pm \frac{\delta}{2} \right) \right] \left\{ \varepsilon_k + \mu^* \left(\pm \frac{\delta}{2} \right) \varepsilon_l \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{1}{2m} \left[\varkappa_k + \mu^* \left(\pm \frac{\delta}{2} \right) \varkappa_l \right] \right\}. \end{aligned}$$

Функция Ильюшина ω определяется по заданной диаграмме деформирования. Для широкого круга конструктивных материалов эта диаграмма с достаточной точностью может быть аппроксимирована кривой с тремя участками (рис. 1). Тогда [2]:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2} [1 + p(e_{i0})] \left(a - \frac{b}{e_i} \right) + \\ &+ \frac{1}{4} [1 + p(e_{i\tau})] [1 - p(e_{i0})] \frac{c}{e_i} (e_{i0} - e_i). \end{aligned}$$

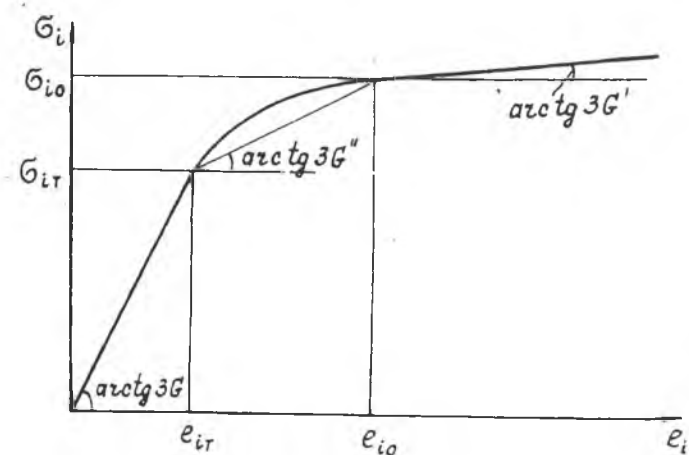


Рис. 1.

Здесь

$$p(e) = \text{sign}(e_i - e); \quad a = 1 - \frac{G'}{G};$$

$$b = \frac{\sigma_{i0} - 3G'e_{i0}}{3G}; \quad c = \frac{G'' - G'}{G(e_{i0} - e_{i\tau})^{\nu-1}}; \quad \nu = \frac{G - G'}{G'' - G'}.$$

Для вычисления интенсивности деформаций e_i используем формулу

$$e_i = \sqrt{\gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 t^2}.$$

$$\gamma_0(t) = A [\varepsilon_1^2 + B\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2]; \quad \gamma_1(t) = \frac{A}{m} [\varepsilon_1\varepsilon_1 +$$

$$+ \frac{B}{2} (\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_1) + \varepsilon_2\varepsilon_2];$$

$$\gamma_2(t) = \frac{A}{4m^2} [\varepsilon_1^2 + B\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2]; \quad A = \frac{4(1 - \mu^* + \mu^{*2})}{9(1 - \mu^{*2})}; \quad B = 2 - \frac{3}{4\Lambda}.$$

Введя новые переменные $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, $\varkappa = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, $\zeta = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, $\tau = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ и преобразовав, следуя [3], уравнения (1) — (4), получим четыре нелинейных дифференциальных уравнения. Запишем их в виде, удобном для решения методом последовательных приближений:

$$l[\varepsilon^{(n)}] + \mu\varepsilon^{(n)} = -(1 - \mu)\varkappa^{(n)} + q_\varepsilon^{(n)};$$

$$l[\varkappa^{(n)}] - \mu\varkappa^{(n)} = 12m^2 [(1 + \mu)\varepsilon^{(n)} + q_\varkappa^{(n)}];$$

$$\zeta^{(n)'} + 2\varepsilon^{(n)} \text{ctg } \psi = k_0 \left[-k_\zeta \varepsilon^{(n)'} - \frac{1}{12m^2} \varkappa^{(n)'} + q_\zeta^{(n)} \right];$$

$$\tau^{(n)'} + 2\tau^{(n)} \operatorname{ctg} \psi = k_0 [k_\tau x^{(n)'} - \varepsilon^{(n)'} + q_t^{(n)}] . \quad (5)$$

и(ССБ)

$$l = \frac{d^2}{d\psi^2} + \operatorname{ctg} \psi \cdot \frac{d}{d\psi} + 1;$$

$$q_\tau^{(n)} = q_n - q_t' - q_t \operatorname{ctg} \psi + \Gamma_\varepsilon^{(n)} + \Phi_\varepsilon^{(n)}; \quad q_x^{(n)} = -q_n + \Gamma_x^{(n)} + \Phi_x^{(n)};$$

$$q_\zeta^{(n)} = -q_t + \Gamma_\zeta^{(n)} + \Phi_\zeta^{(n)}; \quad q_\tau^{(n)} = -q_t + \Gamma_\tau^{(n)} + \Phi_\tau^{(n)};$$

$$k_0 = \frac{24m^2}{(1-\mu)(1+12m^2)}; \quad k_\zeta = \frac{12m^2(1+\mu) - (1-\mu)}{24m^2};$$

$$k_\tau = \frac{12m^2(1-\mu) - (1+\mu)}{24m^2} . \quad (6)$$

$$\Gamma_x^{(n)} = (N_1 x_1 + N_2 x_2)^{(n-1)},$$

$$\Gamma_\tau^{(n)} = -\Gamma_x^{(n)} - (x_1 Q)^{(n-1)'} - (x_1 Q)^{(n-1)} \operatorname{ctg} \psi - \frac{(1-\mu)}{2} [x_2^2 + (x_2^2 \operatorname{tg} \psi)']^{(n-1)};$$

$$\Gamma_\zeta^{(n)} = \frac{1-\mu}{24m^2} x_2^{(n-1)2} \operatorname{tg} \psi - (x_1 Q)^{(n-1)},$$

$$\Gamma_\tau^{(n)} = -\frac{(1-\mu)}{2} x_2^{(n-1)2} \operatorname{tg} \psi - (x_1 Q)^{(n-1)};$$

$$\Phi_\varepsilon^{(n)} = [\alpha_1'' + (2\alpha_1' - \alpha_2') \operatorname{ctg} \psi - 2x_2]^{(n-1)};$$

$$\Phi_x^{(n)} = \frac{1}{12m} [\gamma_1'' + (2\gamma_1' - \gamma_2') \operatorname{ctg} \psi - \gamma_{11} + \gamma_{12}]^{(n-1)} - (\alpha_1 + \alpha_2)^{(n-1)};$$

$$\Phi_\zeta^{(n)} = \Phi_\tau^{(n)} = \frac{1}{12m} [\tau_1' + (\tau_{11} - \tau_{12}) \operatorname{ctg} \psi]^{(n-1)} + [\alpha_1' +$$

$$+ (x_1 - x_2) \operatorname{ctg} \psi]^{(n-1)} . \quad (7)$$

Приводим решение уравнений (5) в n -м приближении

$$\varepsilon^{(n)} = 2\gamma(1-\mu)[C_1^{(n)} p_1 + D_1^{(n)} q_1 + C_2^{(n)} p_2 + D_2^{(n)} q_2] + \varepsilon_q + \varphi^{(n)} \varepsilon_H^{(n)};$$

$$x^{(n)} = -2\gamma\lambda [C_1^{(n)} q_1 - D_1^{(n)} p_1 + C_2^{(n)} q_2 - D_2^{(n)} p_2] + x_q + \varphi^{(n)} x_H^{(n)};$$

$$\zeta^{(n)} = \frac{2kC_0^{(n)}}{\sin^2 \psi} - 2\gamma(1+\mu)[C_1^{(n)} r_1 + D_1^{(n)} s_1 + C_2^{(n)} r_2 + D_2^{(n)} s_2] + \zeta_q + \varphi^{(n)} \zeta_H^{(n)};$$

$$\tau^{(n)} = -2\gamma\lambda [C_1^{(n)} s_1 - D_1^{(n)} r_1 + C_2^{(n)} s_2 - D_2^{(n)} r_2] + \tau_q + \varphi^{(n)} \tau_H^{(n)} . \quad (8)$$

Здесь

$$s_1 = h_1 + q_1; \quad r_1 = g_1 + p_1; \quad s_2 = h_2 + q_2; \quad r_2 = g_2 + p_2;$$

$$p_1 = y(\lambda \operatorname{bei} x + \operatorname{ber} x); \quad q_1 = y(\lambda \operatorname{ber} x - \operatorname{bei} x);$$

$$g_1 = y(2\sqrt{\lambda} \operatorname{ber}' x + Y \operatorname{ber} x) \operatorname{ctg} \psi;$$

$$h_1 = -y(2\sqrt{\lambda} \operatorname{bei}' x + Y \operatorname{bei} x) \operatorname{ctg} \psi;$$

$$x = \sqrt{\lambda} \cdot \psi; \quad y = \sqrt{\frac{\psi}{\sin \psi}}; \quad Y = \frac{1}{\psi} - \operatorname{ctg} \psi$$

$$\lambda = \sqrt{12m^2(1 - \mu^2) - \mu^2}; \quad \gamma = \frac{1}{2(\lambda^2 + \mu^2)}; \quad k = \frac{m}{4\pi(iR)^2}. \quad (9)$$

Выражения для p_2, q_2, g_2, h_2 получаются из (9) при замене в них функций $\operatorname{bei} x$ и $\operatorname{ber} x$ соответственно на $\operatorname{kei} x$ и $\operatorname{ker} x$.

Постоянные интегрирования $C_0^{(n)}, C_1^{(n)}, C_2^{(n)}, D_1^{(n)}$ и $D_2^{(n)}$ определяются из граничных условий; $\varepsilon_0, \kappa_0, \xi_0, \tau_0$ — частные решения неоднородной системы дифференциальных уравнений (5), соответствующие внешней нагрузке.

Множитель $\varphi^{(n)}$ введен согласно методу сложных итераций [4] для улучшения сходимости процесса последовательных приближений. Для каждого значения n вычисления проводятся следующим образом. Считая первые два уравнения (5) условно независимыми от вторых, частные решения $\varepsilon_n^{(n)}$ и $\kappa_n^{(n)}$ находим при известных из предыдущего $(n-1)$ -го приближения $\Gamma_i^{(n)}$ и $\Phi_i^{(n)}$ ($i = \varepsilon, \kappa, \xi, \tau$) методом последовательных приближений (назовем его κ -процессом). В качестве исходного приближения ($\kappa=0$) принимаем функции ε_n^{n-1} и κ_n^{n-1} предыдущего $(n-1)$ -го приближения. Для k -того приближения находим

$$\varepsilon_{n(k)}^{(n)} = \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{1}{\sin \psi} \int_{\psi_0}^{\psi_1} [\Gamma_{\varepsilon}^{(n)} + \Phi_{\varepsilon}^{(n)} - (1 + \mu) \varepsilon_{n(k-1)}^{(n)} - (1 - \mu) \kappa_{n(k-1)}^{(n)}] \sin \psi_1 d\psi_1 d\psi;$$

$$\kappa_{n(k)}^{(n)} = 12m^2 \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{1}{\sin \psi} \int_{\psi_0}^{\psi_1} \left[\Gamma_{\kappa}^{(n)} + \Phi_{\kappa}^{(n)} - \frac{(1 - \mu)}{12m^2} \kappa_{n(k-1)}^{(n)} + (1 + \mu) \varepsilon_{n(k-1)}^{(n)} \right] \times \sin \psi_1 d\psi_1 d\psi. \quad (10)$$

После окончания κ -процесса переходим к определению $\zeta_n^{(n)}$ и $\tau_n^{(n)}$ по найденным $\varepsilon_n^{(n)}$ и $\kappa_n^{(n)}$

$$\zeta_n^{(n)} = \frac{k_0}{\sin^2 \psi} \int_{\psi_0}^{\psi} \left[-k_{\varepsilon} \varepsilon_n^{(n)'} - \frac{1}{12m^2} \kappa_n^{(n)'} + \Gamma_{\zeta}^{(n)} + \Phi_{\zeta}^{(n)} \right] \sin^2 \psi d\psi;$$

$$\tau_n^{(n)} = \frac{k_0}{\sin^2 \psi} \int_{\psi_0}^{\psi} \left[k_{\tau} \kappa_n^{(n)'} - \varepsilon_n^{(n)'} + \Gamma_{\tau}^{(n)} + \Phi_{\tau}^{(n)} \right] \sin^2 \psi d\psi. \quad (11)$$

Определив из граничных условий постоянные интегрирования, по формулам (8) находим $\varepsilon^{(n)}, \kappa^{(n)}, \zeta^{(n)}, \tau^{(n)}$ и деформации:

$$\varepsilon_1^{(n)} = \frac{1}{2} (\varepsilon + \zeta)^{(n)}; \quad \varepsilon_2^{(n)} = \frac{1}{2} (\varepsilon - \zeta)^{(n)}; \quad \kappa_1^{(n)} = \frac{1}{2} (\kappa + \tau)^{(n)};$$

$$\kappa_2^{(n)} = \frac{1}{2} (\kappa - \tau)^{(n)}.$$

Затем вычисляем усилия и моменты по формулам (4). Перемещения u , w и перерезывающие силы Q определяются из выражений:

$$\begin{aligned}
 u^{(n)} &= C^{(n)} \sin \psi + mk C_0^{(n)} \left(\sin \psi \ln \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} - \operatorname{ctg} \psi \right) + (1 + \mu) m \gamma \times \\
 &\times [C_1^{(n)} g_1 + D_1^{(n)} h_1 + C_2^{(n)} g_2 + D_2^{(n)} h_2] \operatorname{tg} \psi + u_q + \varphi^{(n)} u_{\Pi}^{(n)}; \\
 w^{(n)} &= -C^{(n)} \cos \psi - mk C_0^{(n)} \left(1 + \cos \psi \ln \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \right) + \\
 &+ 2m \gamma [C_1^{(n)} p_1 + D_1^{(n)} q_1 + C_2^{(n)} p_2 + D_2^{(n)} q_2] + w_q + \varphi^{(n)} w_{\Pi}^{(n)}; \\
 u_q &= m \sin \psi \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{\zeta_q}{\sin \psi} d\psi, \quad u_{\Pi}^{(n)} = m \sin \psi \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{1}{\sin \psi} \left[\zeta_{\Pi}^{(n)} - \frac{(\omega^{(n-1)})^2}{2m} \right] d\psi; \\
 w_q &= \frac{1}{2} m (\varepsilon_q - \zeta_q) - u_q \operatorname{ctg} \psi; \quad w_{\Pi}^{(n)} = \frac{1}{2} m (\varepsilon_{\Pi} - \zeta_{\Pi})^{(n)} - u_{\Pi}^{(n)} \operatorname{ctg} \psi; \\
 Q^{(n)} &= N_1^{(n)} \operatorname{tg} \psi - \frac{k(1-\mu) C_0^{(n)}}{\sin \psi \cos \psi} + Q_q + \varphi^{(n)} Q_{\Pi}^{(n)}; \\
 Q_q &= \frac{1}{\sin \psi \cos \psi} \int_{\psi_0}^{\psi} (-q_n + q_t \operatorname{tg} \psi) \sin \psi \cos \psi d\psi; \\
 Q_{\Pi}^{(n)} &= \frac{1}{\sin \psi \cos \psi} \int_{\psi_0}^{\psi} (x_1 Q \operatorname{tg} \psi + N_1 x_1 + N_2 x_2)^{(n-1)} \sin \psi \cos \psi d\psi.
 \end{aligned}$$

По полученным результатам вычисляем нелинейные функции Γ_i^{n+1} и Φ_i^{n+1} для решения уравнений (5) в $(n+1)$ -ом приближении. Затем решается задача в $(n+2)$ -м приближении и так далее до требуемой точности. За исходное приближение ($n=0$) принимается решение линейной задачи.

В качестве примера рассмотрим сферическую оболочку, замкнутую в вершине и жестко защемленную по краю $\psi = \beta$ ($\psi_0 = 0$). Пусть оболочка нагружена равномерным внутренним давлением $q^*_{\Pi} = q$ ($q^*_{\Pi} = 0$).

Для этого случая из условия замкнутости в вершине и отсутствия сосредоточенных сил следует:

$$C_0^{(n)} = C_2^{(n)} = D_2^{(n)} = 0.$$

Остальные постоянные определяются из граничных условий при $\psi = \beta$:

$$1. \quad \varepsilon_2^{(n)} = 0; \quad 2. \quad \vartheta^{(n)} = x_2^{(n)} \operatorname{tg} \beta; \quad 3. \quad w^{(n)} = 0.$$

В развернутом виде эти условия дают три уравнения с неизвестными $C_1^{(n)} = A_1^{(n)}$, $D_1^{(n)} = A_2^{(n)}$, $C^{(n)} = A_3^{(n)}$;

$$a_{ij} A_j^{(n)} = a_{iq} + a_{i\Pi}^{(n)} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (12)$$

Как видно из этого уравнения, постоянные интегрирования в n -ом приближении можно вычислить как сумму не изменяющихся в процессе приближений слагаемых $A_j^{(0)}$, соответствующих коэффициентам правых частей линейной задачи — a_{1q} и изменяющихся в процессе приближений добавок $\Delta A_j^{(n)}$, определяемых по нелинейным слагаемым $a_{2n}^{(n)}$.

При использовании метода сложных итераций постоянные интегрирования можно найти следующим образом:

$$A_j^{(n)} = A_j^{(0)} + \varphi^{(n)} \Delta A_j^{(n)}.$$

Множитель $\varphi^{(n)}$ в соответствии с [4] вычисляется по формуле

$$\varphi^{(n)} = \frac{x^{(0)}(\beta)}{x^{(n-1)}(\beta) - \Delta x^{(n)}(\beta)},$$

$$\Delta x^{(n)}(\beta) = -2\gamma\lambda [\Delta C_1^{(n)} q_1(\beta) - \Delta D_1^{(n)} p_1(\beta) + \Delta C_2^{(n)} q_2(\beta) - \Delta D_2^{(n)} p_2(\beta)] + x_n^{(n)}(\beta).$$

Коэффициенты a_{ij} уравнения (12) определяются из выражений:

$$a_{11} = \gamma [(1 + \mu) g_1(\beta) + 2p_1(\beta)]; \quad a_{21} = \gamma \lambda h_1(\beta); \quad a_{31} = 2\gamma p_1(\beta);$$

$$a_{12} = \gamma [(1 + \mu) h_1(\beta) + 2q_1(\beta)]; \quad a_{22} = -\gamma \lambda g_1(\beta); \quad a_{32} = 2\gamma q_1(\beta);$$

$$a_{13} = a_{23} = 0; \quad a_{33} = -\frac{1}{m} \cos \beta;$$

$$a_{10} = a_{30} = -\frac{q}{2(1 + \mu)}; \quad a_{20} = 0;$$

$$a_{1n}^{(n)} = \frac{1}{2} [\zeta_n(\beta) - \varepsilon_n(\beta)]^{(n)}; \quad a_{2n}^{(n)} = \frac{1}{2} [\tau_n(\beta) - \chi_n(\beta)]^{(n)};$$

$$a_{3n}^{(n)} = \frac{\text{ctg } \beta}{m} u_n^{(n)}(\beta) - a_{1n}^{(n)}.$$

На рис. 2—5 представлены результаты расчетов, проведенных на ЭВМ «Урал-2» для сферических сегментов, жестко заземленных по контуру и нагруженных равномерным внутренним давлением.

Распределение напряжений $\sigma_k \left(\pm \frac{\delta}{2} \right) = \frac{1}{2(1 + \mu)G} \left(\frac{R \sin \beta}{\delta} \right)^2 \sigma_k \left(\pm \frac{\delta}{2} \right)$ вдоль оболочки с учетом двойной нелинейности (сплошные линии) показано на рис. 2.

Графики построены для $p = \frac{q}{2(1 + \mu)G} \left(\frac{R \sin \beta}{\delta} \right)^4 = 17,36$; $R \sin \beta = 100$ мм, $\beta = 2^\circ$.

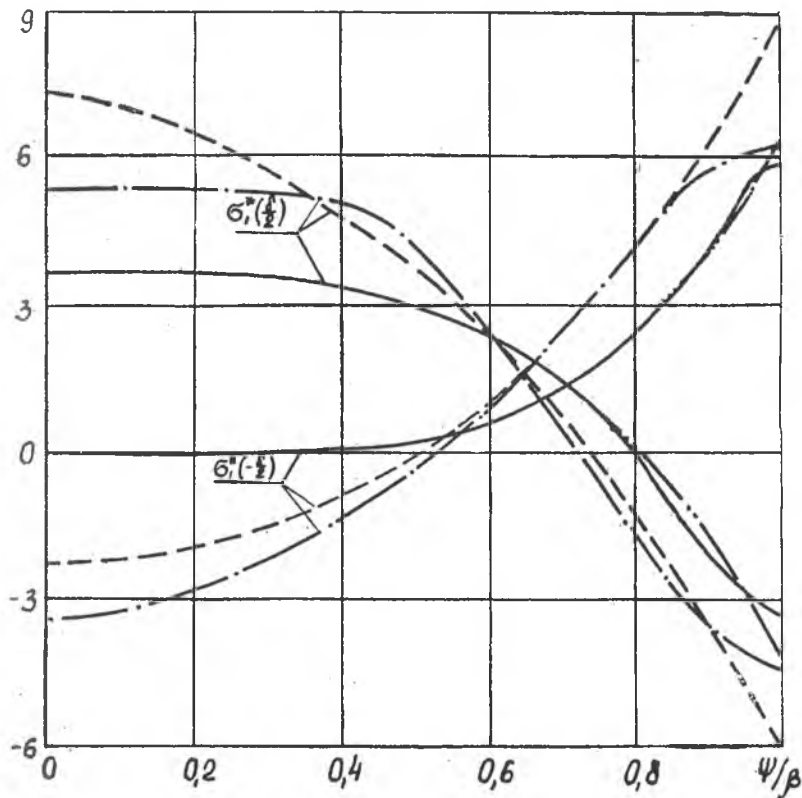


Рис. 2.

Зависимость $\sigma_i(e_i)$ для материала оболочки аппроксимировалась диаграммой с тремя участками (рис. 2) при $3G = 8,1 \cdot 10^3 \frac{\text{дан}}{\text{мм}^2}$;

$$3G' = 10^2 \frac{\text{дан}}{\text{мм}^2}; \quad \sigma_{i0} = 17,5 \frac{\text{дан}}{\text{мм}^2}; \quad e_{i0} = 6 \cdot 10^{-3}; \quad e_{iT} = 2 \cdot 10^{-3}.$$

Штрихпунктирными линиями здесь и на последующих рисунках изображены зависимости, полученные в результате расчета оболочки с учетом только физической нелинейности, штрих с двумя пунктирами — геометрической нелинейности, штриховые линии соответствуют линейной задаче.

На рис. 3 показано распространение зон, охваченных пластическими деформациями по толщине оболочки с ростом нагрузки q .

О влиянии пологости оболочки на результаты расчетов можно судить по графикам рис. 4 и 5, построенным при $p = 13$ и фиксированном значении $R \sin \beta = 100 \text{ мм}$.

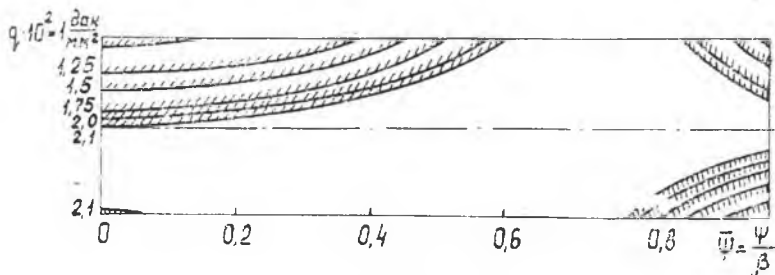


Рис. 3.

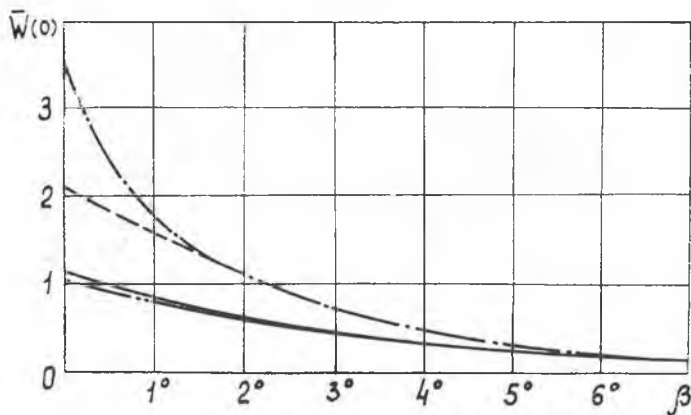


Рис. 4.

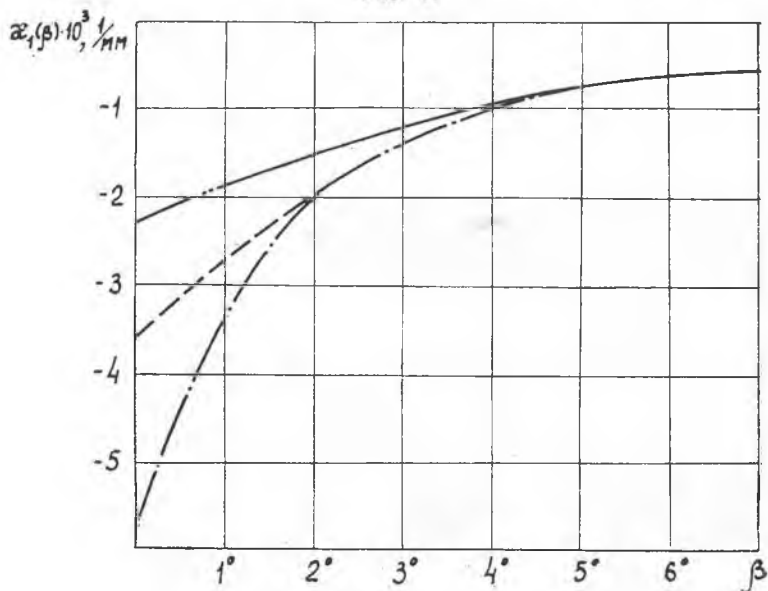


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Муштари Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория оболочек. Татарстангиздат, Казань, 1957.
2. Горлач Б. А. Физически нелинейные соотношения теории осесимметрично нагруженных оболочек вращения с учетом сжимаемости материала. Сб. «Вопросы прочности элементов авиационных конструкций». Труды Куйбышевского авиационного института, вып. 48, 1971.
3. Ахмедьянов И. С. Малые упруго-пластические деформации сферической оболочки при осесимметричном нагружении. Сб. «Вопросы прочности элементов авиационных конструкций». Труды КуАИ, вып. 39, Куйбышев, 1968.
4. Биргер И. С. Некоторые математические методы решения инженерных задач. Оборонгиз, 1956.

