

А.С.Мостовой, В.В.Архипов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ОБРАЗЦА ПРИ ДЕЙСТВИИ
ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ С ПЕРЕМЕННОЙ АМПЛИТУДОЙ

В настоящей работе предложена методика расчета долговечности образцов и деталей при режимах нагружения с переменной амплитудой, базирующаяся на результатах испытания и расчета долговечности их при гармоническом нагружении. Под внешней нагрузкой с переменной амплитудой следует понимать все возможные режимы с непрерывной последовательностью чередования полциклов изменения внешней нагрузки, амплитудное значение которых меняется по детерминированному (рис. Iа) или случайному (рис. Iб) закону.

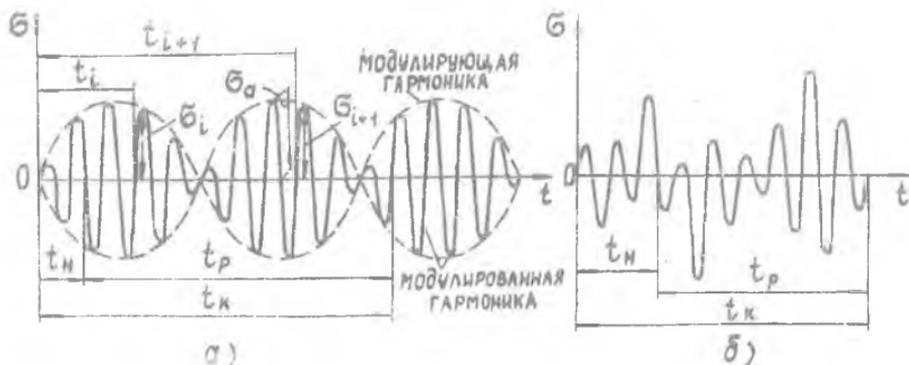


Рис. I.

Известно, что определенная по линейной гипотезе суммирования повреждений, примененной к конструкции или части ее, величина $Q = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_{0i}}$ колеблется в зависимости от многих факторов в широком интервале, что свидетельствует о нелинейности накопления повреждений. Это, по-видимому, объясняется тем, что указанная гипотеза применяется без учета особенностей формы образца, характера и вида нагружения и т.п.

В работах [1, 2] модель среды представлена как совокупность не связанных между собой дискретных волокон и линейная гипотеза суммирования повреждений применена к волокну. При этом предполагается, что возникновение макротрещины есть разрушение первого, наиболее напряженного, из совокупности волокон, а распространение трещины - их последовательное разрушение. В этом случае исходной для расчета долговечности образца и определения поврежденной площади (площади, занятой усталостной трещиной) является кривая усталости по моменту появления макротрещины - геометрическое место точек, для которых выполняется соотношение

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_{0i}} = 1, \quad (1)$$

где n_i - число циклов i -го уровня; N_{0i} - число циклов до появления первой макротрещины при том же уровне напряжения; k - число уровней напряжения.

Формула (1) будет справедлива и для нагружения с переменной амплитудой, если суммирование производить по полуциклам. В этом случае она запишется в виде

$$\sum_{i=1}^k \frac{m_i}{2N_{0i}} = 1, \quad (2)$$

где m_i - число полуциклов i -ого уровня напряжения.

Исходя из этого, можно определить расчетом величину $N_0^{\text{расч}}$, характеризующую момент появления первой макротрещины при нагружении с переменной амплитудой

$$N_0^{\text{расч}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k m_i, \quad (3)$$

где \sum - суммарное число полуциклов, удовлетворяющих условию (2).

Методами линейного регрессионного анализа [3] кривая усталости по моменту появления трещины при гармоническом нагружении может

быть представлена статистически (для заданной вероятности) в виде

$$\lg N_0 = a - b \lg \sigma. \quad (4)$$

Здесь σ - действительное напряжение в волокне; a , b - параметры.

Введя понятие об эквивалентном гармоническом режиме, при котором время до появления трещины равно таковому для нагружения с переменной амплитудой ($N_0 = N_0^{\text{расч}}$), по уравнению (4) найдем амплитуду эквивалентной гармоники для первой стадии усталостного разрушения [2]:

$$\sigma_{\text{экв}}^0 = 2,3 \exp \left[\frac{a - \lg N_0^{\text{расч}}}{b} \right]. \quad (5)$$

Для второй стадии (стадии распространения трещины до разрушения) амплитуду эквивалентной гармоники $\sigma_{\text{экв}}^{\text{ТР}}$ найдем, используя расчетные кривые повреждаемости - зависимость поврежденной площади от времени и уровня напряжения - при гармоническом нагружении [1].

Такие кривые для исследуемых круглых образцов диаметром 10 мм из стали 30ХГСА при чистом изгибе для значений $\sigma = 127$; 100,8; 88 и 80,5 кг/мм² приведены на рис. 2. В дальнейшем кривые повреждаемости аппроксимировались зависимостями вида

$$\bar{F}_{\text{нр}} = \varphi(\sigma) t_r^3 + \psi(\sigma) t_r, \quad (6)$$

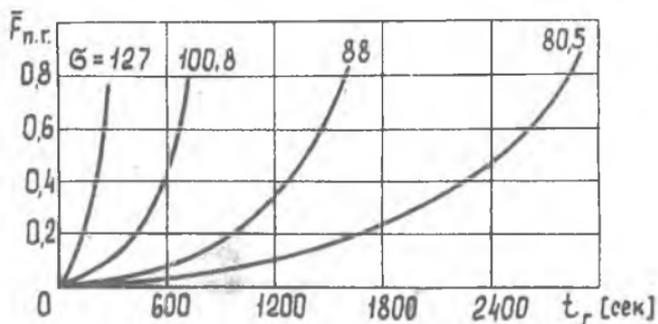


Рис. 2.

где $\bar{F}_{nr} = F_{nr}/F_0$ - относительная поврежденная площадь; F_{nr} - площадь, занятая трещиной (поврежденная площадь); F_0 - исходная площадь рабочего сечения образца; t_r - время действия гармонической нагрузки, отсчитанное от момента появления трещины; $\varphi(\sigma)$ и $\psi(\sigma)$ - функции, зависящие от напряжения.

Допустим, что повреждение за i -й полуцикл нагрузки зависит от амплитуды σ_i от его амплитуды и накопленного ко времени действия этого полуцикла повреждения и не зависит от того, каким образом это повреждение достигнуто [4].

Если за меру повреждения принять относительную поврежденную площадь, то, производя последовательное суммирование повреждений за каждый полуцикл действия внешней нагрузки с переменной амплитудой, можно получить картину роста поврежденной площади.

При условии стационарности внешней нагрузки расчет долговечности на 2-ой стадии усталостного разрушения можно существенно ускорить. Для этого необходимо подобрать эквивалентную гармонику, которая давала бы такое же повреждение за любой отрезок времени, как и исследуемая нагрузка с переменной амплитудой.

Это можно осуществить, рассматривая небольшую по продолжительности, но представительную реализацию процесса с переменной амплитудой. Тогда, зная амплитуду эквивалентной гармоники $\sigma_{экв}^{TP}$ (определение ее изложено ниже), можно определить долговечность образцов по результатам испытания их при гармонической нагрузке.

Используя изложенные выше предпосылки, найдем величину приращения относительной поврежденной площади $\Delta \bar{F}_{nr}(t_i)$ за i -й полуцикл внешней нагрузки с переменной амплитудой. Допустим, что к началу действия рассматриваемого i -го полуцикла с амплитудой σ_i повреждение достигло значения $\bar{F}_{nr}(t_i)$. Тогда можно определить такой момент времени t_{ri} гармонической нагрузки с амплитудой σ_i , при котором повреждение $\bar{F}_{nr} = \bar{F}_{nr}(t_i)$. Время t_{ri} находится подстановкой значения \bar{F}_{nr} в (6).

Величина $\Delta \bar{F}_{nr}(t_i) = \frac{dF_{nr}}{dt} \frac{T}{2}$ определится как приращение функции (6) в моменты времени t_{ri} и $(t_{ri} + \frac{T}{2})$ (T - период гармонической нагрузки).

Накопленную относительную поврежденную площадь $\bar{F}_{nr}(t_p)$ за произвольное время реализации t_p определим как сумму повреждений от каждого полуцикла

$$\bar{F}_{nr}(t_p) = \sum_{i=n}^k \Delta \bar{F}_{nr}(t_i), \quad (7)$$

где n , k - номера полуциклов, соответствующие началу t_n и концу t_k рассматриваемого отрезка времени t_p (см. рис. I).

Из условия эквивалентности нагрузений с переменной амплитудой и гармонического на отрезке времени t_p уравнение (6) запишем в виде

$$\bar{F}_{пп}(t_p) = \bar{F}_{пг}(t_p) = \int_{t_n}^{t_k} \frac{d\bar{F}_{пг}}{dt} dt = \psi(\sigma_{экр}^{TP})(t_k^3 - t_n^3) + \psi(\sigma_{экр}^{TP})(t_k - t_n) \quad (8)$$

Функции $\psi(\sigma)$ и $\psi(\sigma)$ для трех диапазонов нагрузений приведены в таблице I. Неопределенные коэффициенты этих функций при аппроксимации кривых повреждений, приведенных на рис. 2, подбирались методом наименьших квадратов. Эквивалентное напряжение $\sigma_{экр}^{TP}$ определялось из уравнения (8).

Таблица I

Диапазон σ	$\psi(\sigma)$	$\psi(\sigma)$
$0 \div 60,3$ [кг/мм ²]	$[1/(60,35 - \sigma)] \cdot 10^{-15}$	0
$60,3 \div 80,5$ [кг/мм ²]	$(1,8\sigma - 106) \cdot 10^{-12}$	0
$80,5 \div 127$ [кг/мм ²]	$(0,3\sigma^3 - 82\sigma^2 + 7000\sigma - 197000) \cdot 10^{-12}$	$(0,1\sigma^3 - 28\sigma^2 + 2400\sigma - 70000) \cdot 10^{-7}$

Для проверки предлагаемой методики расчета был поставлен эксперимент на вышеупомянутых круглых образцах из стали 30ХГСА. Нагружение переменной амплитуды реализовалось в виде модулированной синусоиды (рис. Ia).

$$\sigma = \sigma_a \sin \pi t \cdot \sin 20\pi t,$$

где σ_a - амплитуда модулирующей (оггибающей) гармоники.

Испытания проводились на четырех уровнях амплитуд напряжений $\sigma_a = 120; 97; 87,3; 74$ [кг/мм²].

Для каждого из уровней по формулам (5) и (8) находились значения $\sigma_{экр}^0$ и $\sigma_{экр}^{TP}$.*) При этом использовались кривые усталости для этих же образцов при гармоническом нагружении: по моменту появления трещины -

$$\lg N_0 = 19,068 - 7,695 \lg \sigma \quad (9)$$

и по разрушению образца -

*) Расчеты производились на ЭЦВМ БЭСМ-4.

$$\lg N_p = 18,437 - 7,245 \lg \sigma. \quad (10)$$

В ходе расчетов анализировалось влияние выбранных величин t_k и t_n на амплитуду эквивалентной гармоники $\sigma_{\text{экв}}^{\text{ТР}}$. Результаты анализа приведены в таблице 2.

Таблица 2

$$\sigma_a = 87,3 [\text{кг/мм}^2]$$

I	2	3	4	5	6	7	8	9
t_n [сек]	2000	2000	2000	2000	2000	2000	3000	4000
t_k [сек]	2010	2050	2100	3000	4000	5000	4000	5000
$F_{\text{пн}}(t_p)$	0,0004	0,002	0,004	0,06	0,17	0,35	0,11	0,18
$\sigma_{\text{экв}}^{\text{ТР}}$ [кг/мм ²]	62,28	62,27	62,26	62,14	62,06	62,01	62,01	61,9

Из таблицы видно, что длительность реализации $t_p = t_k - t_n$ и положение начальной координаты t_n практически не влияют на амплитуду эквивалентной гармоники.

На рис. 3 показаны кривые повреждаемости для двух уровней нагрузок: с переменной амплитудой (сплошные линии) и эквивалентных им гармонических режимов (пунктирные линии).

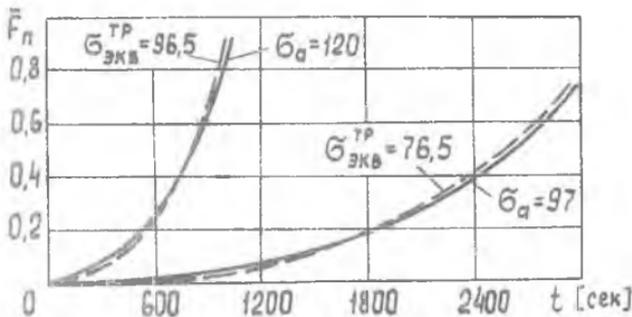


Рис. 3.

В таблице 3 приведены экспериментальные данные для вероятности $P = 50\%$ и результаты теоретических расчетов следующих величин: N_0 - число циклов до появления трещины; $N_{ТР}$ - число циклов распространения трещины до разрушения; $N_p = N_0 + N_{ТР}$ - число циклов от начала нагружения до разрушения.

Таблица 3.

σ_a [кг/мм ²]	120	97	87,3	74
$\sigma_{экв}^0$ [кг/мм ²]	101,63	83,85	73,93	62,65
$\sigma_{экв}^{ТР}$ [кг/мм ²]	96,5	76,5	62	58,86
$N_0^{расч}$ [цикл]	4211	21652	48708	174183
$N_0^{эксп}$ [цикл]	3900	24050	52900	197700
$N_{ТР}^{расч}$ [цикл]	5170	24099	93447	129690
$N_{ТР}^{эксп}$ [цикл]	5300	25950	104283	184000
$N_p^{расч}$ [цикл]	9386	45774	142226	303873
$N_p^{эксп}$ [цикл]	9200	50000	157183	381700

Имеет место вполне удовлетворительное их совпадение.

В ы в о д ы

1. На основании результатов усталостных испытаний при гармоническом нагружении предложена методика расчета долговечности образцов и конструкций при нагружении с переменной амплитудой. Методика была проверена на расчете долговечности круглого образца из стали 30ХГСА и дала вполне удовлетворительное совпадение с экспериментом.

2. Предложенный метод может быть положен в основу определения долговечности образцов и конструкций при действии случайной нагрузки.

Л и т е р а т у р а

1. Мостовой А.С. Труды КуАИ, вып. 39, 1968.
2. Мостовой А.С. Труды КуАИ, вып. 48, 1971.
3. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. "Машиностроение", 1972.
4. Кортен Г.Т., Доллан Т.Дж. В сб. "Усталость металлов", ИЛ., 1961.