

Н.М.Бородачев, М.П.Жданович, Н.И.Савченко

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ АМПЛИТУДЫ ЦИКЛА ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН

Настоящая работа посвящена вопросу об исследовании влияния амплитуды цикла переменных напряжений σ_a (при постоянном значении среднего напряжения цикла σ_c) на процесс распространения усталостных трещин. Величины σ_a и σ_c отнесены к неослабленному трещиной сечению. Учитывая, что этот процесс является случайным, для оценки влияния σ_a необходимо применять статистические методы исследования. Этот вопрос рассматривался в статьях [1 - 5], однако он не получил до настоящего времени надлежащего решения.

Испытаниям подвергались плоские образцы из материала Д16АТВ (ширина $b = 60$ мм., толщина 2мм) при знакопостоянном (асимметричном) цикле растяжения с частотой 645 циклов в минуту на машине МУП-20. Для локализации места появления трещины на каждый образец наносился концентратор в виде сквозного центрального отверстия диаметром 1,5 мм. Развитие трещины регистрировалось с помощью микроскопа МПБ-2. В процессе испытаний фиксировалось количество циклов переменных напряжений n в зависимости от длины трещины l (или относительной длины трещины $l^* = \frac{l}{b}$). Изучается случайная величина $n(l_k^*)$, где l_k^* - некоторое фиксированное значение величины l^* .

Влияние амплитуды цикла σ_a на процесс распространения трещины может быть двояким: она может изменять как генеральное среднее \bar{a} , так и генеральную дисперсию σ^2 случайной величины $n(l_k^*)$.

Сначала исследуем влияние величины σ_a на дисперсию σ^2 . Положим, что сравниваются две выборки, соответствующие двум различным режимам, отличающимся величиной σ_a . Рассмотрим вопрос о сравнении двух выборочных дисперсий S_1^2 и S_2^2 . Будем считать, что первая выборка сделана из генеральной совокупности с дисперсией σ_1^2 , а вторая из генеральной совокупности с дисперсией σ_2^2 . Выдвигается нулевая гипотеза $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Для того, чтобы отвергнуть эту гипотезу, нужно доказать значимость расхождения между S_1^2 и S_2^2 при выбранном уровне значимости p . В качестве критерия значимости используется распределение Фишера (F - распределение) [6].

Пусть $\sigma_{a_2} > \sigma_{a_1}$, тогда очевидно $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$. В этом случае можно применить односторонний критерий. Нулевая гипотеза отвергается, если

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{1-p}(f_1, f_2), \quad (1)$$

где F_p - квантиль F -распределения, f_1 и f_2 - число степеней свободы первой и второй выборок ($f_1 = m_1 - 1$, $f_2 = m_2 - 1$, m_1 и m_2 - объем первой и второй выборок. Если $p = 0,05$, $m_1 = m_2 = 10$, $f_1 = f_2 = 9$, тогда неравенство (1) примет вид

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} > 3,25. \quad (2)$$

Если же $\frac{S_1^2}{S_2^2} < 3,25$, то данные наблюдений не позволяют отвергать нулевую гипотезу (при $m = 10$ и $p = 0,05$).

При проведении эксперимента фиксировался весь процесс распространения трещины, начиная от весьма малой макротрещины и до момента разрушения. Однако представленные ниже результаты относятся только к двум моментам, когда $l^* = l_0^* = 0,03$ и когда $l^* = l_1^* = 0,45$.

Используя экспериментальные данные для всех исследованных значений σ_a , можно построить графики зависимости отношений выборочных дисперсий S_j^2/S_1^2 от отношений амплитуд сравниваемых режимов σ_{aj}/σ_{a1} (рис. 1). Здесь сплошная линия соответствует моменту, когда $l^* = l_1^* = 0,45$, штриховая - когда $l^* = l_0^* = 0,03$. Кривые, изображенные на рис. 1, соответствуют случаю $\sigma_{a1} = 8 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_c = 10 \text{ кг/мм}^2$, $S_1^2 = 1,20 \cdot 10^8$ (при $l^* = 0,03$) и $S_1^2 = 2,69 \cdot 10^8$ (при $l^* = 0,45$). При построении этих кривых использовались экспериментальные результаты для случаев $\sigma_{aj} = 2; 4; 6; 8 \text{ кг/мм}^2$. Горизонтальная штриховая линия соответствует $S_j^2/S_1^2 = 3,25$. Область, лежащая выше этой линии, относится к случаю, когда

разница между S_1^2 и S_j^2 не является случайной, т.е. нулевая гипотеза ($\sigma_1^2 = \sigma_j^2$) при уровне значимости $\rho = 0,05$ должна быть отвергнута.

Исследуем теперь влияние амплитуды цикла на генеральное среднее α рассматриваемой случайной величины. Рассматривается нулевая гипотеза равенства α_1 и α_2 . Сначала полагаем, что $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (соответствующая этому случаю область расположена

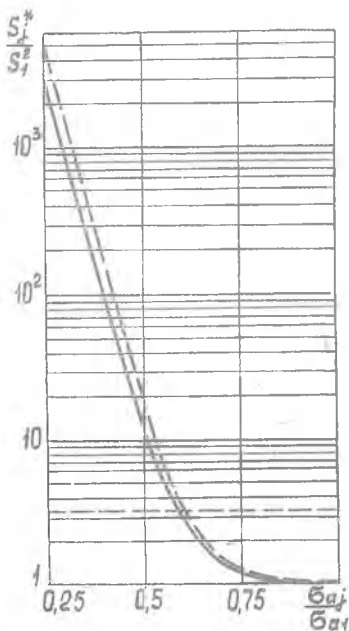


Рис. I.

на рис. I ниже штриховой линии $S_j^2/S_1^2 = 3,25$ при $\rho = 0,05$). Это равенство ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) можно также проверить по заданным S_j^2 и S_1^2 с помощью критерия Фишера. Проверка нулевой гипотезы ($\alpha_1 = \alpha_2$) осуществляется с помощью распределения Стьюдента [6]. Если заранее известно, что большему выборочному среднему (\bar{n}_1 или \bar{n}_2) не может соответствовать меньшее генеральное среднее, тогда применяется односторонний критерий. В этом случае нулевая

гипотеза отвергается, если

$$|\bar{n}_1 - \bar{n}_2| \geq t_{1-p} S \sqrt{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}, \quad (3)$$

где

$$S^2 = \frac{(m_1 - 1)S_1^2 + (m_2 - 1)S_2^2}{m_1 + m_2 - 2},$$

t_p - квантиль t - распределения, $f = m_1 + m_2 - 2$ - число степеней свободы. При уровне значимости $p = 0,05$ уравнение (3) примет вид

$$|\bar{n}_1 - \bar{n}_2| \geq 0,774 S. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь другой случай, когда генеральные дисперсии не равны между собой ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$). В этом случае следует использовать приближенный критерий [6]. Пусть, как и прежде, S_1^2 и S_2^2 есть дисперсии первой и второй выборок. Нулевая гипотеза ($\alpha_1 = \alpha_2$) отклоняется, если окажется, что

$$|\bar{n}_1 - \bar{n}_2| > T, \quad (5)$$

где

$$T = \frac{\sqrt{1} t_{1-p}(f_1) + \sqrt{2} t_{1-p}(f_2)}{\sqrt{\sqrt{1} + \sqrt{2}}}$$

$$\sqrt{1} = \frac{S_1^2}{m_1}, \quad \sqrt{2} = \frac{S_2^2}{m_2}.$$

Применим эти результаты к данным, полученным при проведении описанного выше эксперимента.

На рис. 2 изображены кривые, соответствующие $|\bar{n}_j - \bar{n}_i|, T$, и $0,774 S$. Причем, как и прежде, штриховые линии соответствуют моменту, когда $\ell^* = 0,03$, сплошные линии - когда $\ell^* = 0,45$. Для удобства дальнейшего анализа введем обозначение $\alpha = \frac{\sigma_{aj}}{\sigma_{a1}}$. На рис. 2 можно наблюдать несколько характерных областей. Для определенности рассмотрим случай, соответствующий $\ell^* = 0,45$ (на рис. 2 - сплошные линии). При $\alpha > 0,866$ справедливы обе нулевые гипотезы ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $\alpha_1 = \alpha_2$). В области $0,581 < \alpha < 0,866$ нулевая гипотеза $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ сохраняется, а гипотеза $\alpha_1 = \alpha_2$ отвергается. И в области $\alpha < 0,581$ обе нулевые гипотезы отвергаются. Аналогичные области имеют место и для момента, соответствующего

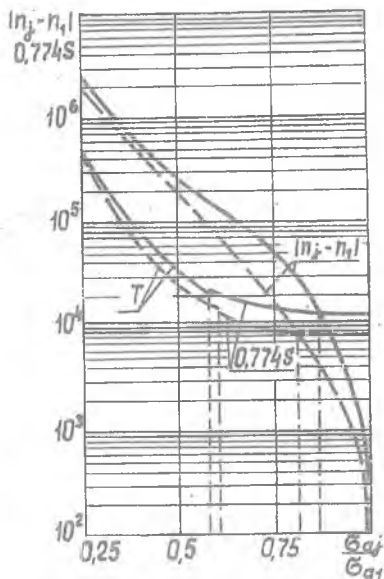


Рис. 2.

щого $l^* = 0,03$.

Л и т е р а т у р а

1. Robert Richard. On the rate crack propagation due to fluctuating bending loads. Doct. diss. Lehigh Univ., 1964.
2. Frost N.E. Greenan A.F. Cyclic stress required to propagate edge cracks on eight materials. J. Mech. Engng Sci., 6, N 3, 1964.
3. Benham P.P. Moag J. G. J. Fatigue crack propagation and hardness. Engineer, 219, N 5701, 1965.
4. Marschall C.W. Holder F.C., Hyle W.C. Crack propagation at stresses below the fatigue limit. Trans. Amer. Soc. Metals. Vol. 60. Metals Park, Ohio, 1967.

5. Weertman J. Theory of rate of growth of fatigue cracks under combined static and cyclic stresses. *Internat. J. Fract. Mech.*, 5, n1, 1969.
6. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М., Наука, 1963.