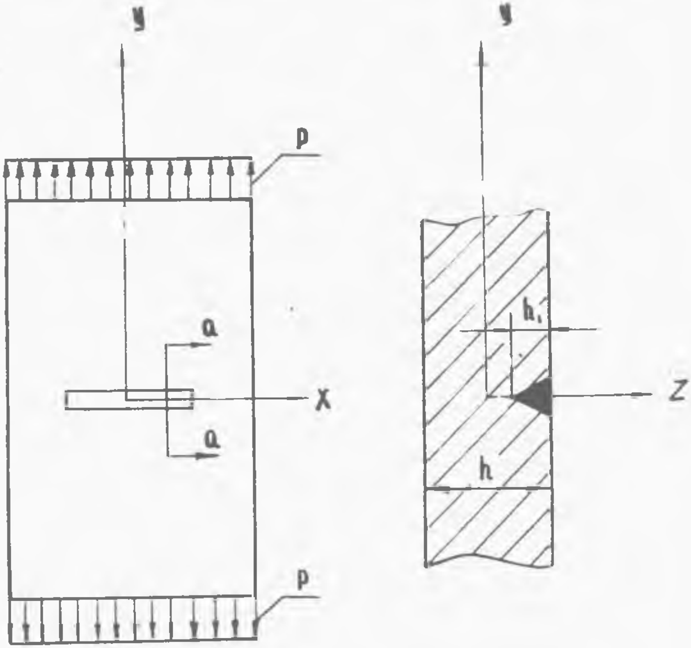
КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С. П. КОРОЛЕВА
Труды, выпуск 48. 1971 г.
Вопросы прочности элементов авиационных конструкций

Л. Г. Лукашев

О НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ РАСТЯНУТОЙ ПЛАСТИНЫ С ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ЦАРАПИНОЙ

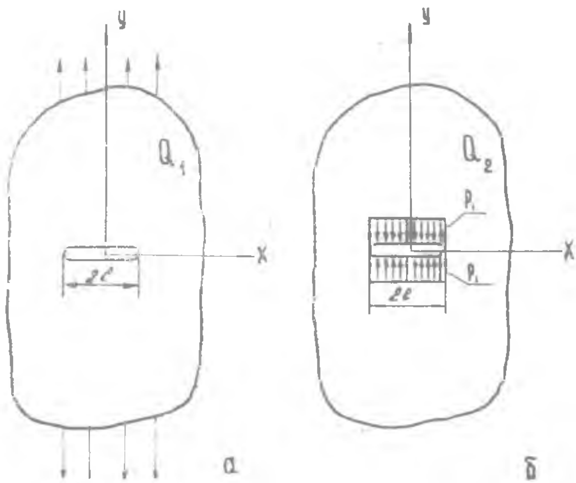
Рассмотрим достаточно широкую растянутую пластину, в средней части которой имеется прямолинейная царапина или несквозной прорез длиной $2l$ перпендикулярно направлению приложенной нагрузки (фиг. 1).



Фиг. 1.

Если не считать случайных факторов, то при увеличении нагрузки разрушение должно произойти по ослаблению.

Полагаем, что материал пластины идеально упругий вплоть до предела текучести $\sigma_т$, а далее идеально пластичный до разрушения. Далее считаем, что растягивающая нагрузка приложена на значительном удалении от царапины и локального влияния на нее не оказывает.



Фиг. 2.

Тогда нашу пластину с царапиной можно представить бесконечной областью с выемкой.

При решении задачи о несущей способности нашей пластины будем считать, что разрушение произойдет при каком-то предельном напряженном состоянии в ослабленном сечении по оси x, которое находим наложением двух напряженных состояний: основного и дополнительного.

Основное напряженное состояние определяется при заданной внешней нагрузке P для пластины, ослабленной эллиптическим отверстием, свободным по контуру от нагрузки (фиг. 2*а*).

Дополнительное напряженное состояние определяется для такой же пластины, нагруженной по контуру эллиптического отверстия нагрузкой P_1 (фиг. 2*б*).

Для приближенного решения полагаем нагрузку P_1 равномерно распределенной. Воспользуемся решением Н. И. Мусхелишвили [1] первой основной задачи для бесконечной плоскости с эллиптическим отверстием.

Рассматриваемая область с эллиптическим отверстием отображается на область $|\varsigma|>1$, т. е. на бесконечную плоскость с круговым отверстием, отображающей функцией

$$\omega(\zeta)=\frac{l}{2}\left(\zeta+\frac{m}{\zeta}\right).$$

При $m=1$ эллипс обращается в отрезок оси x длиной $2l$, заключенной между точками $x=\pm l$.

Напряжения определятся по формулам

$$\sigma_\Theta + \sigma_\rho = 4Re\frac{\varphi'(\zeta)}{\psi'(\zeta)}; \tag{1}$$

$$\sigma_\Theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\Theta\rho} = \frac{2\zeta^2}{\rho^2\overline{\omega'(\zeta)}}\left\{\overline{\omega(\varsigma)}\left|\frac{\varphi'(\zeta)}{\psi'(\zeta)}\right|' + \psi'(\varsigma)\right\},$$

где $\varphi(\varsigma)$ и $\psi(\varsigma)$ — функции Гурса;

$\varsigma - \rho e^{i\Theta}$ — координата точки в отображенной области;

$\omega(\varsigma)$ — отображающая функция.

Точкам $\Theta=0$ отображенной области ς соответствуют точки, лежащие на оси x областей Q_1 и Q_2 (фиг. 2). Таким образом, σ_Θ для точек оси x соответствует σ_y в пластине и при $\rho=1$ имеем напряжения σ_y у края щели.

Для нашего основного напряженного состояния σ_{y_1}, полученное при решении уравнений (1), определится по формуле

$$\sigma_{y_1} = P\frac{\rho^2+1}{\rho^2-1}, \tag{2}$$

где P — напряжения на бесконечности (внешняя нагрузка).

Для дополнительного напряженного состояния σ_{y2}, полученное также при решении уравнений (1), определится по формуле

$$\sigma_{y_2} = P_1 - P_1\frac{\rho^2+1}{\rho^2-1}, \tag{3}$$

где P_1 — равномерная нагрузка, приложенная по контуру области Q_2 соответствующая предельному состоянию, когда материал по всей толщине пластины и по всей длине царапины находится в пластическом напряженном состоянии. P_1 зависит от толщины пластины h, глубины царапины (прорези) h_1 (фиг. 1), физических свойств материала, характеризуемых длиной смягчающей зоны C, введенной автором в работе [2], и может быть определена экспериментально.

Суммарные напряжения в пластине для точек оси x будут равны

$$\sigma_y = \sigma_{y_1} + \sigma_{y_2}$$

или

$$\sigma_y = \frac{P(\rho^2+1)-2P_1}{\rho^2-1}. \tag{4}$$

Используя новую характеристику материала с трещиной C, определим несущую способность реальной пластины с царапиной длиной $2l$:

$$P = \frac{(\sigma_т - P_1)(\rho^2-1)}{\rho^2+1} + P_1, \tag{5}$$

где

$$\rho = \frac{x+\sqrt{x^2-l^2}}{l}; \quad x = l + c,$$

С — длина смягчающей зоны, определяемая по методике, приведенной в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Издательство АН СССР, 1954.
2. Л. Г. Лукашев. Исследование локального возмущения напряженного состояния около трещины. Труды КуАИ, вып. XXXII, 1968.