

Н.И.Гриненко, Л.А.Шефер, И.Г.Завалич

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УСТАЛОСТНЫХ СВОЙСТВ  
МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛУЧАЙНОМ НАГРУЖЕНИИ

Широкий круг различных машиностроительных конструкций в ходе эксплуатации подвергается действию случайных вибраций, которые могут привести к усталостному разрушению наиболее нагруженных элементов. Оценка долговечности подобных элементов, работающих в условиях случайного нагружения, может производиться по кривым усталости образцов, полученным при аналогичном процессе изменения напряжений [1]. При этом в качестве основных параметров, характеризующих процесс нагружения, используются математическое ожидание  $\langle \sigma \rangle$ , среднее квадратичное отклонение (СКО) напряжений  $-\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ , мера сложности процесса  $\beta$  и среднее число пересечений нулевого уровня  $N_0$ . Указанные характеристики для стационарных процессов с нормальным распределением напряжений позволяют описать функции плотности вероятности мгновенных и максимальных значений и классифицировать их по мере сложности структуры [2]. Предполагается, что в рассматриваемом диапазоне частота не оказывает влияния на долговечность.

Применение классификации процессов нагружения по параметрам  $\langle \sigma \rangle$ ,  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ ,  $\beta$ ,  $N_0$  и представление результатов усталостных испытаний в координатах  $\langle \sigma \rangle - \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} - \lg N_0$  позволяет получить поверхности усталости, характеризующие повреждения от процессов и отличающиеся мерой  $\beta$ . Проведение подобных исследований требует значительного объема экспериментов.

В настоящей работе рассматривается возможность прогнозирования усталостных свойств материалов, основанная на введении характерис-

тической функции, связанной со структурой процесса. Поскольку реальные нагрузки, действующие на конструкции в эксплуатации, в большинстве своем являются случайными, а испытания материалов проводят при гармоническом нагружении, то в дальнейшем будем рассматривать нормальный стационарный случайный и гармонический одноступенчатый процессы. В качестве одного из основных параметров будем использовать среднее число максимумов, превышающих некоторый уровень напряжений  $\sigma_0$  и среднее число пересечений нулевого уровня  $N_0$ . Некоторая функция  $\varphi$ , характеризующая долговечность материала при определенном режиме нагружения, должна быть минимальна для гармонического нагружения с распределением максимумов по закону Релея. Для других случайных процессов она должна иметь промежуточные значения между  $\varphi_{\max}$  и  $\varphi_{\min}$ . Последнее положение подтверждается тем, что долговечность (в координатах  $\langle \sigma \rangle - \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} - \lg N_0$ ) при гармоническом нагружении наибольшая, а при законе Релея ( $\beta = 1$ ) наименьшая [2]. Для процессов, у которых  $\beta > 1$ , кривые усталости лежат между кривыми для гармонического одноступенчатого и случайного нагружения с законом распределения максимумов Релея.

Предположим, что совокупность случайных процессов и гармоническое нагружение имеют одинаковую эффективную частоту  $\omega_e$ . Тогда различие между процессами можно характеризовать числом максимумов, превышающих некоторый уровень  $\sigma_0$ . Число максимумов в зависимости от уровня нагрузки  $\sigma$  может быть представлено в виде графиков (рис. I), где по оси абсцисс откладываются значения СКО напряжений, а по оси ординат - среднее число максимумов процесса.

Из рис. I видно, что существенное различие по числу максимумов между гармоническим и случайным нагружением с распределением максимумов по закону Релея наблюдается при  $\sigma_0 \geq A$ , где  $A$  - амплитуда гармонического нагружения.

Для случайного процесса число максимумов в единицу времени, превышающих уровень  $\sigma$ , может быть вычислено по известной зависимости [3]:

$$n_{\max} = \frac{\omega_e}{2\pi} \left[ \beta F\left(-\beta \frac{\sigma_0}{\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}}\right) + \exp\left[-\frac{\sigma_0^2}{2\langle \sigma^2 \rangle}\right] F\left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle(\beta^2 - 1)}}\right) \right], \quad (I)$$

где

$$\omega_e = \left[ \frac{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) d\omega} \right];$$

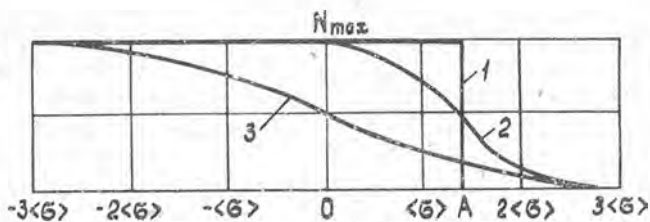


Рис. 1

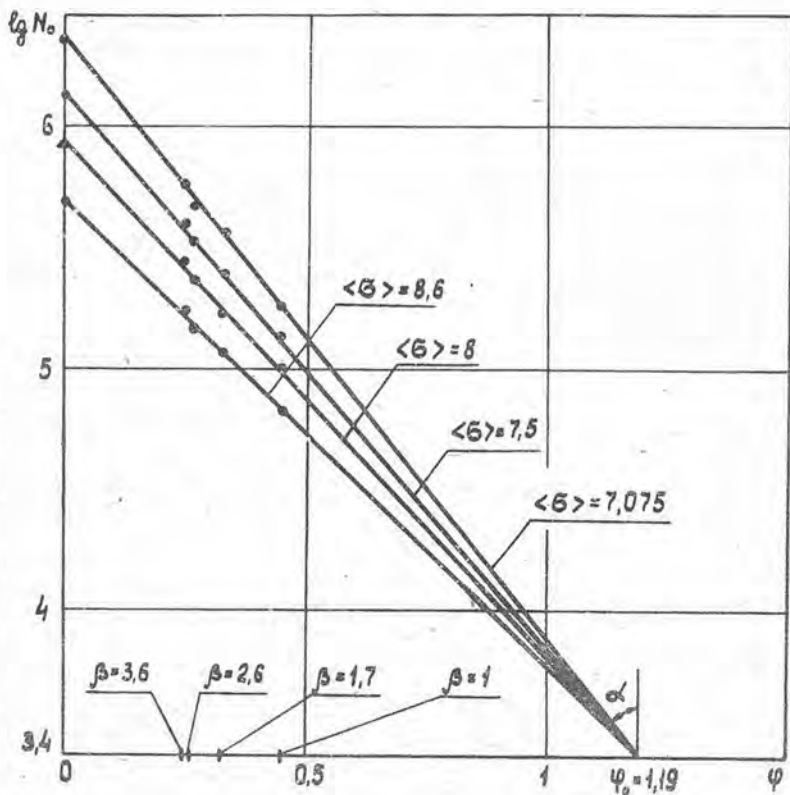


Рис. 2

$F$  - функция Лапласа;  $\langle \sigma^2 \rangle$  - дисперсия случайного процесса;  
 $\beta = \frac{N_{max}}{N_0}$ ;  $N_0 = \frac{\omega_e}{\pi}$  - среднее число пересечений нулевого  
 уровня в единицу времени;  $S_e(\omega)$  - спектральная плотность  
 напряжений случайного процесса.

Так как для гармонического процесса  $\sigma_0 = A \sqrt{2 \langle \sigma^2 \rangle}$ , то, по-  
 делив выражение (1) на среднее число пересечений нулевого уровня,  
 получим выражение для функции  $\varphi$  :

$$\varphi = \beta \left[ \frac{1}{2} - F_0(\beta \sqrt{2}) \right] + e^{-1} \left[ \frac{1}{2} + F_0(\sqrt{\frac{2}{\beta^2 - 1}}) \right] \quad (2)$$

Полученная функция  $\varphi$  является однозначной характеристикой  
 случайного процесса при учете распределения максимумов. Для гармо-  
 нического процесса функция  $\varphi = 0$ , т.к. число максимумов, превы-  
 шающих уровень  $A$ , равно 0. Для  $\beta = 1$  значение  $\varphi = \varphi_{max} = 0,447$ ,  
 а другие случайные процессы, у которых  $\beta > 1$ , имеют значения  
 $\varphi$ , лежащие в промежутке между  $\varphi_{max}$  и  $\varphi_{min} = 0,184$  при  
 $\beta = \infty$ .

Рассмотрим результаты усталостных испытаний материалов при  
 случайном и гармоническом нагружениях. Испытания проводились на  
 специальной установке [4], позволяющей реализовать гармоническое  
 и случайное нагружение образцов. Одновременно испытывалось по  
 6 образцов, которые подвергались симметричному плоскому изгибу.  
 Частота гармонического процесса  $\omega = 30$  гц, для случайного на-  
 грузения эффективная частота  $\omega_e = 30$  гц. Испытания проводились  
 до начального повреждения критического сечения, которое регистри-  
 ровалось по уходу собственной частоты образца на 0,5%. При этом  
 поврежденная площадь не превышала 1% от площади критического се-  
 чения. Экспериментальные данные статистически обрабатывались по  
 известным методикам обработки случайных процессов и результатов  
 усталостных испытаний.

Представим результаты усталостных испытаний материалов АМг-6М  
 и ВМД-3 в координатах  $\varphi - \lg N_0$ .

Как видно из рис. 2, 3, значения долговечности для различных  
 процессов нагружения при фиксированных значениях СКО напряжений  
 достаточно хорошо ложатся на прямую линию. Причем для различных  
 СКВ эти прямые сходятся в одну точку - полюс с координатами  $\varphi_0$   
 и  $\lg N'_0$ . Для рассмотренных материалов сохраняется общая тенден-  
 ция к схождению прямых для равных значений СКО к полюсу. Положе-  
 ние полюса по  $\varphi_0$  различно, а по долговечности сохраняет оп-

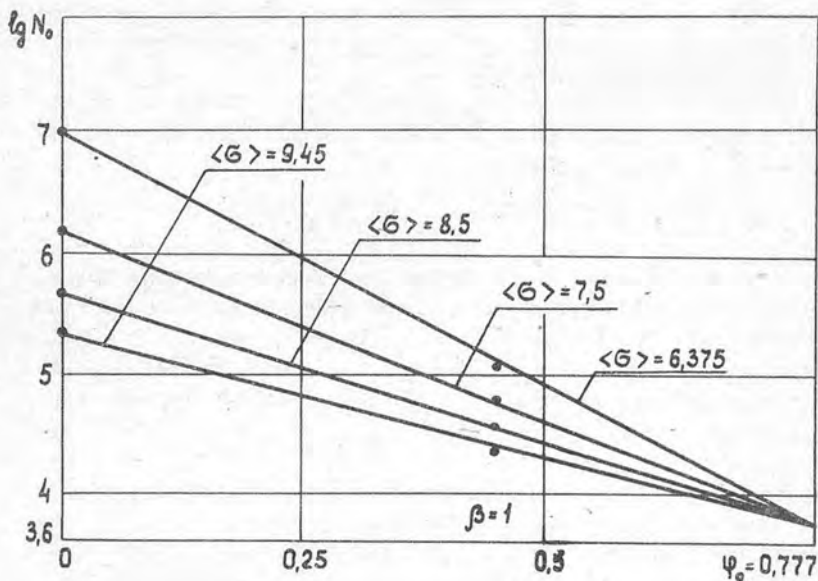


Рис. 3

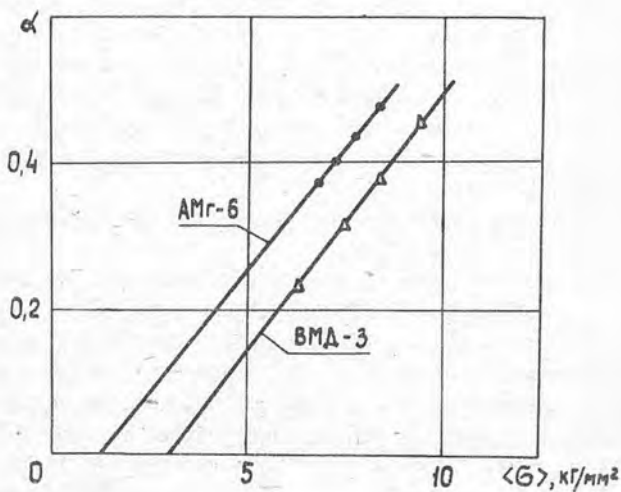


Рис. 4

ределенную устойчивость  $\lg N'_0 \approx 3,5$ .

Ограничения, накладываемые на функцию  $\varphi$ , не позволяют придать этому параметру строгий физический смысл. Вдоль оси абсцисс функция  $\varphi$  непрерывна и характеризует случайные процессы в области  $\varphi_{\min} - \varphi_{\max}$ . В точке  $\varphi = 0$  она характеризует гармонический процесс. В остальных точках эта функция является вспомогательной и не связана с каким-либо конкретным процессом. Можно отметить, что схождение лучей равных СКО к полюсу предлагает пересечение кривых усталости в координатах  $\sigma - \lg N$  для гармонического и случайного нагружения. Это пересечение для рассматриваемых материалов происходит при одной долговечности, соответствующей  $\lg N'_0 \approx 3,5$ .

Если представить луч, выходящий из полюса  $\varphi_0$  в виде вектора, то угловое его положение будет определять зависимость долговечности  $\lg N_0$  от уровня нагруженности  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$  (рис. 2,3).

Конкретное значение угла  $\alpha$  соответствует определенному значению СКО напряжений и определяет долговечность для любого случайного процесса нагружения рассматриваемого класса.

Определение долговечности производится по рассчитанному (для данного значения меры сложности  $\beta$ ) параметру  $\varphi$  как ордината точки пересечения с лучом нагруженности  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ .

При достижении вектором угла поворота  $\frac{\pi}{2}$  долговечность  $\lg N_0$  становится одинаковой для гармонического и случайного нагружений, что свидетельствует о существовании общей точки пересечения кривых усталости для гармонического и случайного нагружений с любым значением меры сложности процесса.

Представление результатов в координатах  $\alpha - \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$  позволяет получить зависимость, связывающую долговечность в угловых координатах с уровнем нагруженности, оцениваемой СКО напряжений. Так как результаты испытаний материала для различных процессов (т.е. различных  $\beta$ ) при  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle} = \text{const}$  лежат на одном луче, то в рассматриваемых координатах (рис.2) каждая точка соответствует различным процессам с равными значениями СКО. Экспериментальные результаты, представленные в координатах  $\alpha - \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ , ложатся на прямую линию (рис. 4). Продолжение прямой до пересечения с осью  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$  позволяет сделать предположение, что при угловом положении  $\alpha = 0$  для рассматриваемых материалов существует физический предел усталости, соответствующий долговечности  $\lg N_0 = \infty$ .

Проведенные исследования позволяют предложить методику прогнозирования усталостных свойств материалов при случайном нагружении с использованием минимального объема испытаний.

Для определения положения полюса необходимо провести испытания на двух уровнях напряжений гармонического режима ( $\varphi = 0$ ), амплитуды которых могут быть приведены к СКО, и испытания на двух уровнях случайного режима с  $\beta = 1$  ( $\varphi = 0,447$ ). СКО случайных процессов должны быть равны соответствующим значениям гармонического режима.

Так как экспериментальные данные, соответствующие различным процессам с равными значениями  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ , ложатся на прямые, то через полученные на двух процессах точки, соответствующие равным средним квадратичным значениям напряжений, проводятся прямые, пересечение которых даст положение точки полюса  $\varphi_0$ . Зависимость, позволяющая оценивать долговечность в угловых координатах  $\alpha$  вектора, определяется по этим же экспериментальным данным. В плоскости  $\varphi - \lg N_0$  для значений СКО, на которых были проведены испытания, определяется угловое положение векторов, отсчитываемое от вертикали, и затем в плоскости  $\alpha - \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$  наносятся две точки, соответствующие СКО этих процессов. Поскольку зависимость  $\alpha = f(\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle})$  является прямой, то через полученные точки проводится прямая до пересечения с осью абсцисс. Предполагается, что полученная точка пересечения будет являться физическим пределом усталости для  $\lg N_0 \rightarrow \infty$ .

Определение ограниченного предела выносливости производится следующим образом. Для заданной базы процесса с известным значением  $\varphi$  и  $\lg N_{0.5}$  находится точка в плоскости  $\varphi - \lg N_0$ . Через эту точку и полюс проводится прямая равных СКО напряжений и вычисляется угловое положение этой прямой относительно вертикали. В плоскости параметров  $\alpha - \sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$  откладывается полученное значение угла, и для него по построенной прямой  $\alpha = f(\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle})$  находится абсцисса  $\sqrt{\langle \sigma^2 \rangle}$ , которая и будет являться ограниченным пределом выносливости.

Таким образом, по четырем экспериментальным точкам, полученным при гармоническом (две точки) и случайном нагружении, может быть получена информация о поведении материала при циклическом нагружении различными процессами.

Л и т е р а т у р а

1. Гриненко Н.И., Шефер Л.А., Амелин В.И. Оценка долговечности при случайном спектре нагружения. Сб. "Усталостная прочность и долговечность авиационных конструкций". Межвузовский сборник, вып. I, изд. КуАИ, 1974.
2. Шефер Л.А. Спектральный метод оценки долговечности. Труды ЧПИ, 159, Челябинск, 1975.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. "Советское радио", М., 1974.
4. Ежов В.Г., Шефер Л.А. Установка для исследования долговечности материалов при случайном нагружении. Труды ЧПИ, 159, Челябинск, 1975.