

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОНКОСТЕННОГО КРИВОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ

Рассмотрим напряженное состояние упругого тонкостенного кругового стержня постоянного сечения с открытым контуром. Размеры сечения предположим малыми по сравнению с радиусом осевой линии. Стержень находится под действием произвольной нагрузки и неравномерного нагрева.

Задача о напряженном и деформированном состоянии криволинейного стержня рассматривалась Г. Ю. Джанелидзе в статье [3]. Изгиб и кручение тонкостенных криволинейных стержней исследовался в работе Н. Я. Грюнберга [2]. Однако эта работа содержит выводы, нуждающиеся в уточнении.

В предлагаемой работе вывод основных соотношений выполнен с использованием вариационного принципа минимума полной потенциальной энергии термоупругой системы.

1. Пусть срединная поверхность стержня отнесена к криволинейным координатам z, s ; ($z = \rho_0 \cdot \beta$), где ρ — радиус оси стержня, β — безразмерная величина, равная центральному углу, определяющему текущее сечение стержня, s — длина дуги контура.

Векторное уравнение рассматриваемой поверхности вращения есть

$$\vec{r} = \vec{r}(z, s) = \rho(s) \cdot \vec{e} \left(\frac{z}{\rho_0} \right) + y(s) \cdot \vec{k},$$

где

$$\vec{e} \left(\frac{z}{\rho_0} \right) = \vec{e}(\beta) = \cos \beta \cdot \vec{i} + \sin \beta \cdot \vec{j}; \quad \vec{k} = \text{const}; \quad |\vec{k}| = 1; \\ \rho(s) = \rho_0 - x(s), \quad (1)$$

$x(s), y(s)$ — декартовы координаты точек поперечного сечения (рис. 1). Первая и вторая квадратичные формы поверхности имеют вид

$$\varphi_1 = \left[\frac{1}{\rho_0} \rho(s) \right]^2 dz^2 + ds^2;$$

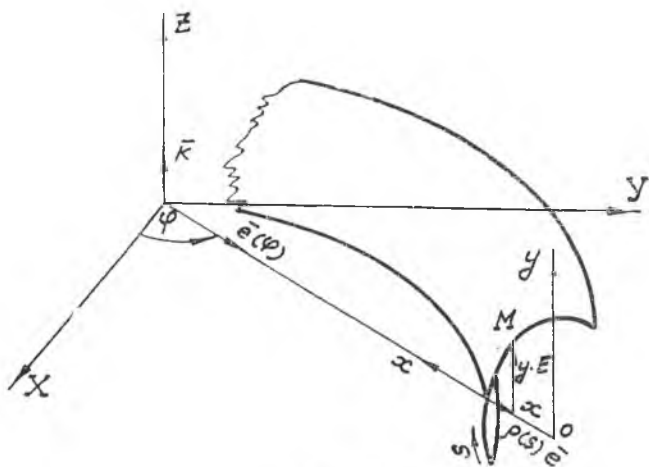


Рис. 1.

$$\varphi_2 = -\frac{1}{\rho_0} \rho(s) \cdot y' dz^2 + (x'y'' - x''y') ds^2.$$

Главные кривизны срединной поверхности стержня

$$\frac{1}{R_z} = -\frac{1}{\rho(s)} \cdot y'(s); \quad \frac{1}{R_s} = x'y'' - x''y'$$

совместно с коэффициентами вышеприведенной первой квадратичной формы определяют следующие формулы для деформаций продольного удлинения, сдвига и кручения этой поверхности

$$\varepsilon_z = \frac{1}{\rho_0} \rho(s) \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} (-xv + y'w) \right]; \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho_0} \rho \cdot \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\rho} \rho_0 \cdot u \right) + \frac{1}{\rho} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial z}; \quad (3)$$

$$\chi = \left(\frac{y'}{\rho} + \frac{y''}{x'} \right) \left[\rho \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\rho} \rho_0 \cdot u \right) - \frac{1}{\rho} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial z} \right] - \frac{2}{\rho} \rho_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial s} - \frac{1}{\rho} \rho' \frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (4)$$

Принимая кинематические гипотезы теории тонкостенных стержней [1] о недеформируемости контура поперечного сечения и отсутствия сдвига (3) срединной поверхности, получим зависимости для перемещений произвольной точки поверхности через перемещения оси стержня $\xi(z)$, $\eta(z)$ и угол поворота $\Theta(z)$:

$$\left. \begin{aligned} v(z, s) &= \xi(z) \cdot x'(s) + \eta(z) \cdot y'(s) + \Theta(z) \cdot h(s). \\ w(z, s) &= -\xi(z) \cdot y'(s) + \eta(z) \cdot x'(s) + \Theta(z) \cdot k(s). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

здесь

$$h(s) = xy' - yx'; \quad k(s) = yy' + xx'. \quad (6)$$

$\xi(z, s)$ — тангенциальное перемещение точки контура; $\omega(z, s)$ — нормальное перемещение точки контура. Продольное перемещение текущей точки контура равно

$$u(z, s) = \frac{1}{\rho_0} \rho \left[\xi(z) - \dot{\xi}(z) \int_{s_0}^s \frac{dx}{\left(\frac{1}{\rho_0} \rho\right)^2} - \dot{\eta}(z) \int_{s_0}^s \frac{dy}{\left(\frac{1}{\rho_0} \rho\right)^2} - \Theta(z) \int_{s_0}^s \frac{d\omega}{\left(\frac{1}{\rho_0} \rho\right)^2} \right], \quad (7)$$

где

$$d\omega = h(s) \cdot ds, \quad (8)$$

s_0 — контурная координата оси стержня.

Учитывая зависимости (1), (6), (8), можно получить соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \widetilde{x}(s) &= \int_{s_0}^s \frac{dx}{\left(\frac{1}{\rho_0} \rho\right)^2} = \left(\frac{1}{1 - \frac{x}{\rho_0}}\right) \cdot x = \frac{1}{\frac{1}{\rho_0} \rho} x, \\ \frac{1}{\rho} y &= \frac{1}{\rho} \widetilde{y} - \frac{1}{\rho_0^2} \widetilde{\omega}, \\ \frac{1}{\rho(s)} &= \frac{1}{\rho_0} \left(1 + \frac{\widetilde{x}(s)}{\rho_0}\right), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$\widetilde{y} = \int_{s_0}^s \frac{dy}{\left(\frac{1}{\rho_0} \rho\right)^2}, \quad \widetilde{\omega} = \int_{s_0}^s \frac{d\omega}{\left(\frac{1}{\rho_0} \rho\right)^2}.$$

Подставляя значения (5), (7) в формулу (2) и принимая во внимание зависимости (9), получим деформации удлинения стержня в функции перемещений

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(z, s) &= \left(\dot{\xi} - \frac{1}{\rho_0} \dot{\xi}\right) - \widetilde{x}(s) \left(\ddot{\xi} + \frac{1}{\rho_0^2} \dot{\xi}\right) - \widetilde{y}(s) \left(\ddot{\eta} - \frac{1}{\rho_0} \dot{\Theta}\right) - \\ &\quad - \widetilde{\omega} \left(\ddot{\Theta} + \frac{1}{\rho_0^2} \dot{\Theta}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Деформация кручения (4) срединной поверхности после использования соотношений (5) — (9) преобразуется к виду

$$\gamma(z, s) = -2 \left(\frac{1}{\frac{1}{\rho_0} \rho} \cdot \dot{\Theta} + \frac{1}{\rho} \dot{\eta} \right).$$

2. В силу гипотезы о неизменяемости контура поперечного сечения ($e_s=0$) нормальные напряжения σ_z , соответствующие упругим продольным деформациям

$$e_z = \varepsilon_z - \alpha t, \quad (11)$$

будут определяться формулой

$$\sigma_z(z, s) = E_0 \cdot \varphi(z, s) \left[\left(\dot{\xi} - \frac{1}{\rho_0} \dot{\xi} \right) - \bar{x}(s) \left(\ddot{\xi} + \frac{1}{\rho_0^2} \dot{\xi} \right) - \bar{y}(s) \left(\ddot{\eta} - \frac{1}{\rho_0} \dot{\theta} \right) - \bar{\omega} \left(\ddot{\theta} + \frac{1}{\rho_0^2} \dot{\theta} \right) - \alpha t \right]. \quad (12)$$

В формулах (11) и (12) αt — произведение коэффициента линейного расширения на приращение температуры в точке $M(z, s)$; $\varphi(z, s)$ — редуцированный коэффициент, равный

$$\varphi(z, s) = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{E(z, s)}{1 - \nu^2}.$$

Деформации кручения срединной поверхности сопутствуют распределенные по контуру погонные крутящие моменты, интеграл от которых, распространенный на весь поперечный контур, равен:

$$H(z) = \oint G_0 \frac{1}{3} \left(-\frac{\gamma}{2} \right) \psi \cdot \delta^3 \cdot \frac{\rho}{\rho_0} ds = G_0 I_k \left(\dot{\theta} + \frac{1}{\rho_0} \dot{\eta} \right),$$

причем

$$I_k = \oint \frac{1}{3} \psi \delta^3 \cdot ds; \quad \psi(z, s) = \frac{1}{G_0} \cdot G(z, s),$$

δ — толщина стенки.

Функционал полной энергии стержня имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \int_0^l \left[E_0 \int \frac{1}{2} e_z^2 \bar{\rho} \varphi \delta ds + G_0 \int \frac{1}{6} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \psi \delta^3 \bar{\rho} ds + \right. \\ & \left. + \left(-q_z \dot{\xi} - q_x \dot{\xi} - q_y \dot{\eta} - m_y \dot{\xi} + m_x \dot{\eta} - m_z \dot{\theta} + b_p \dot{\theta} \right) \right] dz + \\ & + \left(-N^0 \xi_1 - Q_x^0 \xi_1 - Q_y^0 \eta_1 + M_x^0 \eta_1 - M_y^0 \xi_1 - M_z^0 \theta_1 + B^0 \theta_1 \right), \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} q_z(z) &= \int p_z \bar{\rho}^2 ds, \quad q_x = \int p_x \bar{\rho} dx, \quad q_y = \int p_y \bar{\rho} dy, \\ m_x &= \int p_z \bar{y} \bar{\rho}^2 ds, \quad m_y = - \int p_z \bar{x} \bar{\rho}^2 ds, \\ m_z &= \int (-p_x y + p_y x) \bar{\rho} ds; \quad b_p = \int p_z \bar{\omega} \bar{\rho}^2 ds, \\ \bar{\rho} &= \frac{1}{\rho_0} \rho(s). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Необходимое условие минимума данного функционала согласно вариационному исчислению приводит к естественным граничным условиям, которые определяют обобщенные силы

$$N^0 = E_0 \oint e_z \frac{\partial e_z}{\partial \xi} \varphi \delta \bar{\rho} ds; \quad (14)$$

$$M_y^0 = E_0 \oint e_z \frac{\partial e_z}{\partial \xi} \varphi \delta \bar{\rho} ds; \quad (15)$$

$$M_x^0 = -E_0 \oint e_z \frac{\partial e_z}{\partial \eta} \varphi \delta \bar{\rho} ds; \quad (16)$$

$$B^0 = -E_0 \oint e_z \frac{\partial e_z}{\partial \theta} \varphi \delta \bar{\rho} ds. \quad (17)$$

Подставляя выражения (11) и (10) в (14) — (17) и учитывая равенство (12), нетрудно получить формулы для обобщенных сил

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \oint \sigma_z \delta \bar{\rho} ds, \\ M_{\bar{y}} &= - \oint \bar{x} \sigma_z \delta \bar{\rho} ds = - \oint x \sigma_z \delta ds, \\ M_{\bar{x}} &= \oint \bar{y} \sigma_z \delta \bar{\rho} ds, \\ B_{\bar{\omega}} &= \oint \bar{\omega} \sigma_z \delta \bar{\rho} ds. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Формула для нормальных напряжений σ_z через обобщенные силы \bar{N} , $M_{\bar{y}}$, $M_{\bar{x}}$, $B_{\bar{\omega}}$ находится путем подстановки значения (12) в уравнения (18) и решения этой системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных

$$\xi - \frac{1}{\rho_0} \xi; \quad \xi + \frac{1}{\rho_0^2} \xi; \quad \eta - \frac{1}{\rho_0} \theta; \quad \theta + \frac{1}{\rho_0^2} \theta.$$

После этого найденные величины подставляются в формулу (12).

В результате получится

$$\sigma_z(z, s) = \varphi(z, s) \left\{ \frac{\bar{N}}{F} + k \left(\frac{M_{\bar{x}\bar{x}}}{I_{\bar{x}\bar{x}}} y^* - \frac{M_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}\bar{y}}} x^* \right) + \frac{B_{\bar{\omega}^*}}{I_{\bar{\omega}^*}} \omega^* + \right. \\ \left. + E_0 \left[\frac{N_t}{F} + k \left(\frac{M_{\bar{x}\bar{x}t}}{I_{\bar{x}\bar{x}}} y^* + \frac{M_{\bar{x}\bar{y}t}}{I_{\bar{x}\bar{y}}} x^* \right) + \frac{B_{\bar{\omega}^*t}}{I_{\bar{\omega}^*}} \omega^* - \alpha t \right] \right\}. \quad (19)$$

Здесь

$$y^* = \bar{y} - y_T - \frac{I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}\bar{y}}} (\bar{x} - x_T);$$

$$x^* = \bar{x} - x_T - \frac{I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}\bar{x}}} (\bar{y} - y_T);$$

$$\omega^* = \bar{\omega} - x_d (\bar{y} - y_T) + y_d (\bar{x} - x_T) - \frac{S_{\bar{\omega}}}{F} = \bar{\omega} - x_d \bar{y} + y_d \bar{x} + \omega_0^*;$$

$$M_{\bar{x}\bar{x}} = M_{\bar{x}} - y_T \bar{N}; \quad M_{\bar{x}\bar{y}} = M_{\bar{y}} + x_T \bar{N};$$

$$\begin{aligned}
B_{\omega^*} &= B_{\bar{\omega}} - x_d M_{\tau\bar{x}} - y_d M_{\tau\bar{y}} - \frac{S_{\bar{\omega}}}{F} \bar{N}; \\
N_t &= \oint \alpha t \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad M_{x\bar{t}} = \oint \alpha t \bar{y} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad M_{y\bar{t}} = \oint \alpha t x \varphi \delta ds; \\
M_{\tau\bar{x}t} &= M_{x\bar{t}} - y_{\tau} N_t; \quad M_{\tau\bar{y}t} = M_{y\bar{t}} - x_{\tau} N_t; \\
B_{\omega^*t} &= B_{\omega t} - x_d M_{\tau\bar{x}t} + y_d M_{\tau\bar{y}t} - \frac{S_{\bar{\omega}}}{F} N_t; \\
B_{\omega t} &= \oint \alpha t \bar{\omega} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \\
x_{\tau} &= \frac{S_y}{F}; \quad y_{\tau} = \frac{S_x}{F}; \quad I_{\tau x} = I_x - y_{\tau}^2 F; \quad I_{\tau y} = I_y - x_{\tau}^2 F; \\
I_{\tau xy} &= I_{xy} - x_{\tau} y_{\tau} F; \quad k = \frac{1}{1 - \frac{I_{\tau xy}^2}{I_{\tau x} I_{\tau y}}}; \\
x_d &= k \left[\frac{1}{I_{\tau x}} (S_{\omega x} - y_{\tau} S_{\omega}) - \frac{I_{\tau xy}}{I_{\tau x} I_{\tau y}} (S_{\omega x} - x_{\tau} S_{\omega}) \right]; \\
y_d &= k \left[-\frac{1}{I_{\tau y}} (S_{\omega x} - x_{\tau} S_{\omega}) + \frac{I_{\tau xy}}{I_{\tau x} I_{\tau y}} (S_{\omega y} - y_{\tau} S_{\omega}) \right]; \\
I_{\omega^*} &= I_{\omega} - x_d S_{\omega y} + y_d S_{\omega x} + \omega_0^* S_{\omega}; \\
F &= \oint \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad S_x = \oint \bar{y} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad S_y = \oint \bar{x} \bar{\rho} \varphi \delta ds = \oint x \varphi \delta ds; \\
S_{\omega} &= \oint \bar{\omega} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad I_x = \oint \bar{y}^2 \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad I_y = \oint \bar{x}^2 \bar{\rho} \varphi \delta ds; \\
I_{xy} &= \oint \bar{x} \bar{y} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad S_{\omega x} = \oint \bar{\omega} \bar{x} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \\
I_{\omega y} &= \oint \bar{\omega} \bar{y} \bar{\rho} \varphi \delta ds; \quad I_{\omega} = \oint \bar{\omega}^2 \bar{\rho} \varphi \delta ds
\end{aligned}$$

По виду формула (19) совпадает с выражением нормальных напряжений для прямолинейного стержня [4]. Сущность же входящих силовых факторов и геометрических параметров отличается.

В случае симметричного поперечного сечения при решении изотермической задачи в главных центральных осях формула (19) принимает вид

$$\sigma_z = \frac{\bar{N}}{F} + \frac{M_{\bar{x}}}{I_{\bar{x}}} \bar{y} - \frac{M_{\bar{y}}}{I_{\bar{y}}} \bar{x} + \frac{B_{\bar{\omega}}}{I_{\bar{\omega}}} \bar{\omega} \quad (20)$$

и по форме совпадает с известными выражениями [1, 2].

Однако, даже если пренебречь величиной $\frac{x}{\rho_0}$ по сравнению с единицей и положить

$$\bar{y} = y; \quad \bar{x} = x; \quad \bar{\omega} = \omega,$$

то и тогда отличие обнаруживается в значениях обобщенных сил \bar{N} и \bar{M}_x . Покажем это. Используя зависимости (9) и формулы обобщенных сил (18), находим, что между обобщенными силами

теории тонкостенного стержня (18) и обобщенными силами теории криволинейных рам

$$N = \int \sigma_z \delta ds; \quad M_x = \int y \sigma_z \delta ds; \quad M_y = - \int x \sigma_z \delta ds$$

устанавливаются соотношения

$$\bar{N} = N + \frac{1}{\rho_0} M_y; \quad \bar{M}_x = M_x + \frac{1}{\rho_0} B_{\omega}; \quad \bar{M}_y = M_y.$$

В случае изгиба в плоскости стержня выражение (20) переходит в формулу изгиба кривого бруса

$$\sigma_z = \frac{1}{F} \left(N + \frac{M_y}{\rho_0} \right) - \frac{M_y \rho_0}{I_y} \cdot \frac{x}{\rho_0 - x}.$$

3. Поток касательных сил, сопутствующий нормальным напряжениям (19), найдется из уравнения равновесия элемента оболочки вращения

$$\bar{\rho}(s) \frac{\partial (\sigma_z \delta)}{\partial z} + \frac{\partial (\bar{\rho}^2 \cdot q)}{\partial s} + \bar{\rho} \cdot p_z = 0. \quad (21)$$

Пусть на стержень кроме поверхностных сил (13) вдоль одной из кромок действует погонная нагрузка $q(z, s_1) = q_1(z)$, а вдоль другой — $q(z, s_2) = q_2(z)$.

Тогда выражение для потока касательных сил примет вид

$$q(z, s) = q_1(z) - \frac{1}{\rho^2} \int_{s_1}^s \left[\bar{\rho} \frac{\partial (\sigma_z \delta)}{\partial z} + \bar{\rho} p_z \right] ds. \quad (22)$$

Перерезывающие силы и крутящий момент от потока касательных сил определяются выражениями:

$$Q_x = \int q dx; \quad Q_y = \int q dy; \quad M_{\omega} = \int q d\omega.$$

Принимая во внимание значения обобщенных сил криволинейного тонкостенного стержня (18) и уравнение (21), нетрудно убедиться в справедливости равенств

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{N}}{dz} &= \int \frac{\partial (\sigma_z \delta)}{\partial z} \bar{\rho} ds = -q_z + \bar{\rho}^2(s_1) q_1 - \bar{\rho}^2(s_2) q_2, \\ \frac{d\bar{M}_y}{dz} &= -Q_x - m_y + x(s_2) \bar{\rho}(s_2) q_2 - x(s_1) \bar{\rho}(s_1) q_1, \\ \frac{d\bar{M}_x}{dz} &= Q_y - m_x + \bar{y}(s_1) \bar{\rho}^2(s_1) q_1 - \bar{y}(s_2) \bar{\rho}^2(s_2) q_2, \\ \frac{dB_{\omega}}{dz} &= M_{\omega} - b_p + \bar{\omega}(s_1) \bar{\rho}^2(s_1) q_1 - \bar{\omega}(s_2) \bar{\rho}^2(s_2) q_2. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

При $\rho = \rho(s)$, $F = \text{const}$, $I_{Tx} = \text{const}$, $I_{Ty} = \text{const}$, $I_{\omega} = \text{const}$ и нормальных напряжениях, определяемых формулой (19) с учетом соотношений (23), выражение (22) приводит к следующей формуле

потока касательных сил для произвольного поперечного сечения криволинейного стержня:

$$q(z, s) = q_1(z) + \frac{1}{\rho^2} \left[\frac{q_z^*}{F} \bar{F} - k \left(\frac{Q_y^*}{I_{Tx}} \bar{S}_{x^*} + \frac{Q_x^*}{I_{Ty}} \bar{S}_{y^*} \right) - \frac{M_{\omega^*}}{I_{\omega^*}} \bar{S}_{\omega^*} \right], \quad (24)$$

где

$$q_z^* = q_z - \bar{\rho}^2(s_1) q_1 + \bar{\rho}^2(s_2) q_2;$$

$$Q_y^* = Q_y + y_T q_z^* - m_x + \bar{y}(s_2) \bar{\rho}^2(s_1) q_1 - \bar{y}(s_2) \bar{\rho}^2(s_2) q_2;$$

$$Q_x^* = Q_x + x_T q_z^* + m_y - x(s_2) \bar{\rho}(s_2) q_2 + x(s_1) \bar{\rho}(s_1) q_1;$$

$$M_{\omega^*} = M_{\omega^*} - b_{\rho\omega^*} + \omega^*(s_1) \bar{\rho}^2(s_1) q_1 - \omega^*(s_2) \bar{\rho}^2(s_2) q_2;$$

$$M_{\omega^*} = \frac{dB_{\omega^*}}{dz} = M_{\omega} - x_d Q_y^* + y_d Q_x^* + \omega_0^* q_z^*;$$

$$\bar{F} = \int_{s_1}^s \varphi(s) \bar{\rho} \delta ds, \quad \bar{S}_{x^*} = \int_{s_1}^s y^* \varphi(s) \bar{\rho} \delta ds;$$

$$\bar{S}_{y^*} = \int_{s_1}^s x^* \varphi(s) \bar{\rho} \delta ds, \quad \bar{S}_{\omega^*} = \int_{s_1}^s \omega^* \varphi(s) \bar{\rho} \delta ds.$$

В случае симметричного сечения, отсутствия продольных распределенных нагрузок ($p_z=0$) и пренебрежения величиной $1 - \frac{1}{\rho^2}$ по сравнению с единицей, формула (24) принимает известное выражение [2] для потока касательных сил криволинейных рам-стержней:

$$q(z, s) = - \left(\frac{Q_y}{I_x} \bar{S}_x + \frac{Q_x}{I_y} \bar{S}_y + \frac{M_{\omega}}{I_{\omega}} \bar{S}_{\omega} \right).$$

Рассмотрим пример расчета нормальных и касательных напряжений для профиля, показанного на рис. 2, и сравним расчетные величины с экспериментальными.

В рассматриваемом случае закрепления и нагружения стержня нормальные напряжения вычисляются по формуле

$$\sigma_z = \frac{1}{d\delta} \left[\frac{p_0}{d} \cdot \frac{\bar{\kappa}}{I_{Tx}} \bar{y}^*(s) \left(\left(1 + \frac{x_d}{p_0} \right) \frac{M_x}{p_0} + \frac{B_{\omega^*}}{p_0 p d} \right) + \left(\frac{p_0}{d} \right)^2 \frac{1}{I_{\omega^*}} \bar{\omega}^*(s) \frac{B_{\omega^*}}{p_0^2} \right],$$

в которой

$$i_{Tx} = \frac{1}{d^3 \bar{\eta}} I_{Tx} = 0,807; \quad i_{\omega^*} =$$

$$= \frac{1}{d^3 \bar{\eta}} I_{\omega^*} = 0,472;$$

d — половина длины проекции контура стержня на ось Ox .

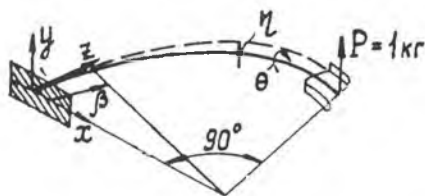


Рис. 2.

$$d\delta = 1,75 \text{ см}^2; \quad \frac{d}{\rho_0} = 0,0463; \quad k = 2,4; \quad x_d = 0,153 a;$$

$$\rho_d = \rho_0 - x_d; \quad b = 8,29; \quad d = 3,5 \text{ см}.$$

$$\frac{M_x}{\rho_0} = -\cos \beta = -\cos 2,7^\circ \approx -1.$$

$$\frac{B_{\omega^*}}{\rho_0^2} = 0,344 \cdot 858 \operatorname{sh} \sqrt{b} \beta - 0,344 \cdot 776 \cdot 6 \operatorname{ch} \sqrt{b} \beta + \\ + 0,110 \cdot 4 \cos \beta |_{\beta=0,048} = -0,190.$$

$$\bar{y}^*(s) = \begin{cases} 1,1\bar{y} + 0,456, & \bar{x} = 1, \quad -1,08 \leq \bar{y} \leq 0, \\ 0,013 + \frac{0,422\bar{x}}{1 - 0,046\bar{x}}, & |\bar{x}| \leq 1, \quad \bar{y} = 0, \\ 0,91\bar{y} - 0,39, & \bar{x} = -1, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1,08. \end{cases}$$

$$\bar{\omega}^*(s) = \begin{cases} 0,26 + 0,93\bar{y}, & \bar{x} = 1, \quad -1,08 \leq \bar{y} \leq 0, \\ 0,29 - \frac{0,028\bar{x}}{1 - 0,046\bar{x}}, & |\bar{x}| \leq 1, \quad \bar{y} = 0, \\ 0,315 - 1,06\bar{y}, & \bar{x} = -1, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1,08. \end{cases}$$

Поток касательных сил определяется по формуле (24), которая принимает вид

$$q = \frac{1}{d} \left[-\frac{k}{\rho^2(s) \cdot \tau_{rx}} \cdot S_{x^*}(s) - \frac{\rho_0}{d} \frac{1}{\rho^2(s) i_{\omega^*}} \frac{M_{\omega^*}(\beta)}{\rho_0} S_{\omega^*}(s) \right],$$

где

$$\frac{1}{\rho^2} S_{x^*} = -\frac{1}{d^2 \delta \rho^2} \bar{S}_{x^*} = \begin{cases} -0,27 - 1,06\bar{y} - 0,756\bar{y}^2, & \bar{x} = 1 - 1,08 \leq \bar{y} \leq 0, \\ -0,7 - 0,05\bar{x} + 0,437\bar{x}^2 + 0,04\bar{x}^3, & |\bar{x}| \leq 1, \quad \bar{y} = 0, \\ -0,25 + 0,85\bar{y} - 0,573\bar{y}^2, & \bar{x} = -1, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1,08. \end{cases}$$

$$\frac{1}{\rho^2} S_{\omega^*} = -\frac{1}{d^3 \delta \rho^2(s)} \bar{S}_{\omega^*} = \begin{cases} 0,26 - 0,26\bar{y} - 0,46\bar{y}^2, & \bar{x} = 1 - 1,08 \leq \bar{y} \leq 0, \\ -0,002 + 0,25\bar{x} + 0,01\bar{x}^2, & |\bar{x}| \leq 1, \quad \bar{y} = 0, \\ -0,25 - 0,29\bar{y} + 0,48\bar{y}^2, & \bar{x} = -1, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1,08. \end{cases}$$

$$\frac{M_{\omega^*}(\beta)}{\rho_0} = 0,992 \cdot 696 \operatorname{ch} \sqrt{b} \beta - 0,992 \cdot 461 \operatorname{sh} \sqrt{b} \beta -$$

$$-0,11 \sin \beta |_{\beta=4,35^\circ} = 0,86.$$

Эпюры нормальных и касательных напряжений изображены на рис. 3 и 4. Пунктирной линией даны значения нормальных напряжений, которые вычислены по методике работы [2]. Точками показаны экспериментальные данные.

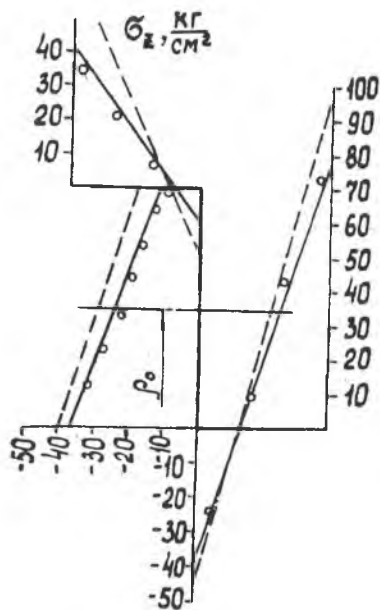


Рис. 3.

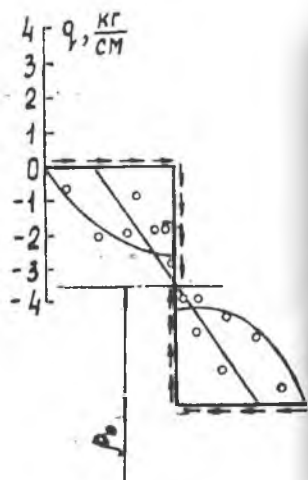


Рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни, Физматгиз, 1959.
2. Грюнберг Н. Я. Изгиб и кручение тонкостенных криволинейных стержней. Труды ЦНИИПС, Стройиздат, 1949.
3. Джанелидзе Г. Ю. Теория тонкостенных криволинейных стержней, обладающих в поперечном сечении недеформируемым контуром. ПММ, том VIII, вып. 1, 1944.
4. Климов В. И. Цилиндрические тонкостенные конструкции открытого профиля с переменными параметрами упругости при неравномерном нагреве. ИВУЗ, серия «Авиационная техника», 4, 1967.