

В.М.Дуплякин, А.С.Мостовой

К ВЕРОЯТНОСТНОМУ РАСЧЕТУ КРИВЫХ УСТАЛОСТИ ДЕТАЛЕЙ  
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ ЛАБОРАТОРНЫХ ОБРАЗЦОВ

Вероятность  $P(\sigma)$  разрушения образца при напряжениях, не превышающих  $\sigma$ , в случае неравномерного напряженного состояния определяется по Вейбуллу [3] следующим образом:

$$P(\sigma) = 1 - \exp\left[-\int_F \left(\frac{\sigma - \sigma'}{\sigma_0}\right)^m dF\right]. \quad (1)$$

Здесь  $F$  - часть поперечного сечения, где  $\sigma > \sigma'$ ;  $\sigma'$  - нижняя граница рассеивания;  $\sigma_0$ ,  $m$  - параметры.

Это уравнение при некоторых допущениях [1] после интегрирования приводится к виду

$$\lg(\sigma_{\max} - \sigma') = A_L + B \lg \frac{L}{\bar{\sigma}} + U_p S. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_{\max}$  - максимальное напряжение в зоне концентрации;  $A_L$ ,  $B$  - параметры;  $U_p$  - квантиль нормального распределения;  $S = \frac{d\sigma}{d \lg \frac{L}{\bar{\sigma}}}$  - стандартное отклонение величины  $\lg(\sigma_{\max} - \sigma')$ ;  $\bar{\sigma} = \frac{d\sigma}{dx} \frac{1}{\sigma}$  - относительный градиент напряжения;  $L$  - характерный размер.

Согласно существующим методикам параметры уравнения (2) определяются по результатам испытаний нескольких типоразмеров образцов решением методом наименьших квадратов системы

$$\begin{aligned} \lg(\sigma_{\max 1} - \sigma') &= A_L + B \lg \left(\frac{L}{\bar{\sigma}}\right)_1, \\ \lg(\sigma_{\max 2} - \sigma') &= A_L + B \lg \left(\frac{L}{\bar{\sigma}}\right)_2 \text{ и т.д.} \end{aligned} \quad (3)$$

Однако при таком подходе экспериментальные данные используются не полностью. Поэтому в настоящей статье рассматривается

вопрос более широкого использования возможностей уравнения (I), что приводит к уменьшению потребного для испытаний числа типоразмеров без снижения достоверности получаемых результатов.

Необходимо отметить, что исходное уравнение (I) описывает усталостную прочность по моменту появления первой макротрещины (выход из строя слабого звена), а не по окончательному разрушению. Используя кривую усталости по трещине, можно определить время окончательного разрушения по уравнениям, представленным в работе [2].

Рассмотрим уравнения вида (I), записанные для каждого типоразмера при двух различных вероятностях разрушения:

$$P(\sigma_1) = 1 - \exp\left[-\int_{F_L} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma'}{\sigma_0}\right)^m dF_L\right]$$

$$P(\sigma_2) = 1 - \exp\left[-\int_{F_L} \left(\frac{\sigma_2 - \sigma'}{\sigma_0}\right)^m dF_L\right]. \quad (4)$$

Индекс  $i = 1, 2, 3, \dots$  соответствует конкретным типоразмерам. Полученные уравнения будут независимы, т.к. при известном законе распределение величины  $\sigma$  имеет только два независимых параметра.

Экспериментально установлено [1], что  $\sigma' \approx 0,5\sigma_{-1}$ , где  $\sigma_{-1}$  - предел усталости гладкого круглого образца диаметром 7,5 мм при изгибе. Учитывая это, получим на основании данных работы [3] уравнение

$$\sigma' = [81,17]_{0,5}^{0,5} (2z-1)^m \sqrt{1-z^2} dz \cdot \sigma_0. \quad (5)$$

Погрешности, связанные с неточностью определения параметра „ $\sigma'$ “, на окончательных результатах будут сказываться незначительно вследствие асимптотических свойств распределения Вейбулла, принятого при выводе зависимости (I).

Для определения параметров  $\sigma'$ ,  $\sigma_0$ ,  $m$  решаются совместно уравнения (4), (5). При этом для конкретных типов образцов уравнения (4) могут быть преобразованы из интегральных в алгебраические.

На основании (2) система уравнений (4), (5) может быть представлена в виде

$$\lg(\sigma_{max,i} - \sigma') = A_L + B \lg\left(\frac{L}{\sigma}\right)_i + U_{P_i} S_L$$

$$\lg(\sigma_{\max 2} - \sigma') = A_4 + B \lg\left(\frac{l}{\sigma}\right)_i + u_{p2} S_i \quad (6)$$

$$\lg \sigma' = A_4 + 2\pi B$$

$i = 1, 2, 3, \dots$

Решать такую систему проще, но результаты получаются менее точные, т.к. переход от (1) к (2) связан, как ранее отмечено, с определенными допущениями и не всегда возможен.

В качестве иллюстрации ограничимся простейшим примером, когда в наличии результаты испытаний только одного типоразмера. Следует отметить, что по существующим методикам, т.е. при решении системы (3), такой случай рассматривать нельзя.

Воспользуемся результатами усталостных испытаний плоских образцов с отверстием при нагибе.\*)

На рис. Iа представлена эпюра упругих напряжений около от-

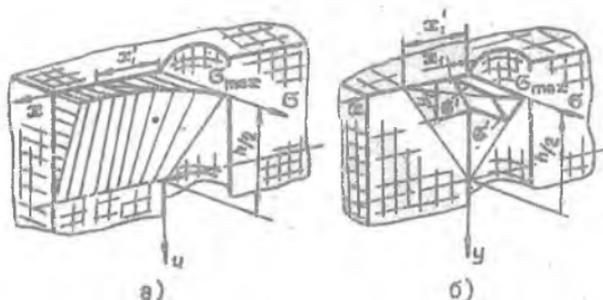


Рис. I.

вертия. Использование в расчете упругих напряжений, равных произведению теоретического коэффициента концентрации напряжений на номинальное напряжение, позволяет с незначительной погрешностью (имеется в виду область интегрирования, где  $\sigma > \sigma'$ ) перейти к плоской эпюре напряжений (рис. Iб) с сохранением основных градиентов.

\* ) Данные получены в лаборатории прочности деталейных аппаратов Куйбышевского авиационного института.

Учитывая рассмотренную схематизацию эпюры упругих напряжений, получим на основании общего уравнения статистической теории усталостной прочности (I) следующее выражение:

$$-\ln[1-P(\sigma_{max})] = \frac{2(\sigma_{max} - \sigma')^{m+2} h}{\sigma_0^m (m+1)(m+2) \bar{\sigma} \sigma_{max}^2}, \quad (7)$$

где  $h$  - толщина образца.

Записав уравнение (7) для двух различных вероятностей и последовательно исключая параметры „ $m$ ” и „ $\sigma_0$ ”, будем иметь, учитывая условия (4), (5), систему уравнений

$$m = \left[ \frac{\ln \frac{J_1 \sigma_{max2}^2}{J_2 \sigma_{max1}^2}}{\ln \frac{\sigma_{max1} - \sigma'}{\sigma_{max2} - \sigma'}} \right] - 2$$

$$\sigma_0 = \left[ \frac{2h(\sigma_{max1} - \sigma')^{m+2}}{GJ_1 \sigma_{max1}^2 (m+1)(m+2)} \right]^{1/m} \quad (8)$$

$$\sigma' = \left[ 81,17 \int_0^1 (2z-1)^m \sqrt{1-z^2} dz \right]^{-1/m} \sigma_0.$$

Здесь  $J_i = -\ln[1-P(\sigma_{maxi})]$ .

Эта система решается методом последовательных приближений.

На рис. 2 представлены результаты определения параметров Вейбулла при изгибе плоских образцов шириной  $b = 14$  мм, высотой  $h = 4$  мм, с отверстием  $\phi 4$  мм, из материала ЗОХГСА и АМГ-6М.

Полученные значения параметров Вейбулла используем для расчета кривых усталости по моменту появления первой макротрещины на круглых гладких образцах  $\phi 10$  мм из материала ЗОХГСА, работающих при плоском изгибе, и для плоских образцов с отверстием из материала АМГ-6М при их растяжении-сжатии. Появление трещины принято с вероятностью  $P = 50\%$ .

В первом случае (плоский изгиб круглых гладких образцов) расчет произведен по уравнению, предложенному в работе [1]:

$$-\ln[1-P(\sigma_{max})] = d^2 \left( \frac{\sigma'}{\sigma_0} \right)^m \int_0^1 (\xi z - 1)^m \sqrt{1-z^2} dz, \quad (9)$$

где  $\xi = \sigma_{max} / \sigma'$ .

Во втором случае (растяжение-сжатие плоских образцов с отверстием) использовано уравнение, заимствованное из той же работы:

$$-\ln[1-P(\sigma_{max})] = \frac{1}{m+1} \frac{L}{\bar{\sigma}} \frac{1}{\sigma_0^m} \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma'}{\sigma_{max}} \right)^{m+1} \quad (10)$$

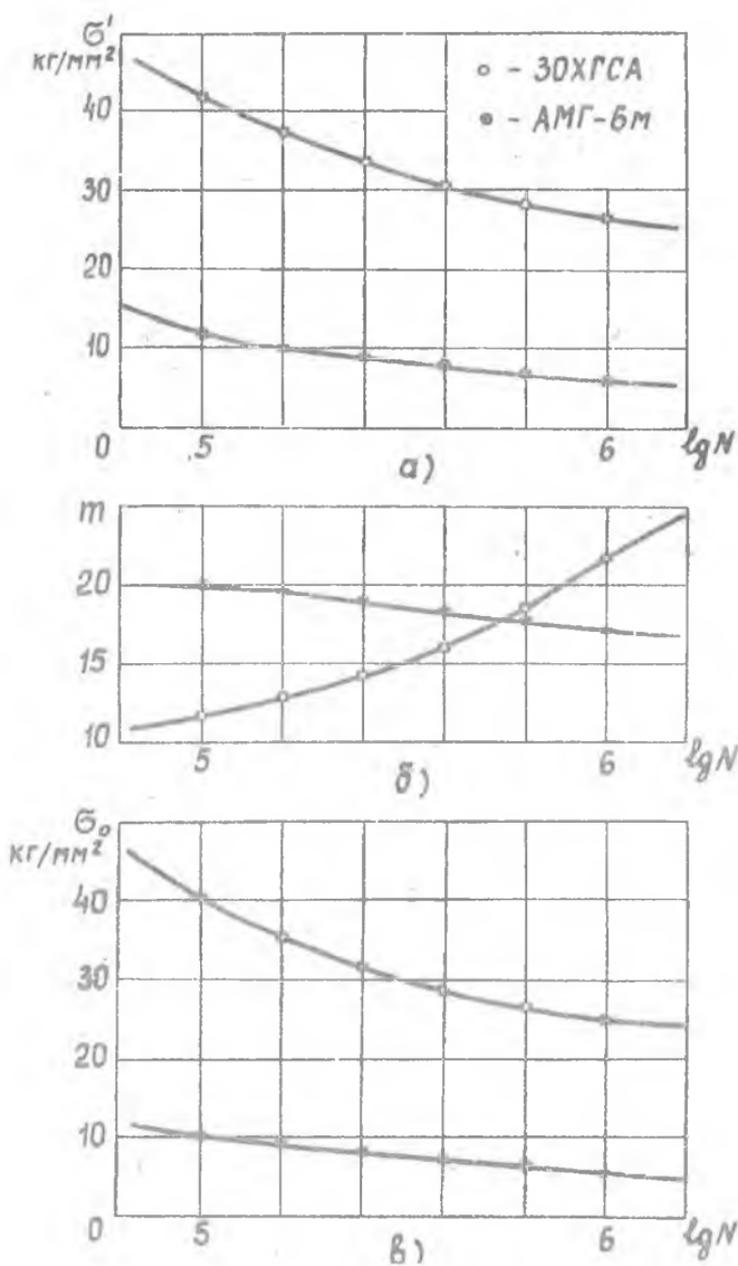


Рис. 2.

Здесь  $L$  - часть периметра, примыкающая к зоне концентрации. В нашем расчете  $L = 8 \text{ мм}$ ,  $G = 1,5$ .

Результаты расчета, представленные на рис. 3, удовлетворительно совпадают с экспериментом.

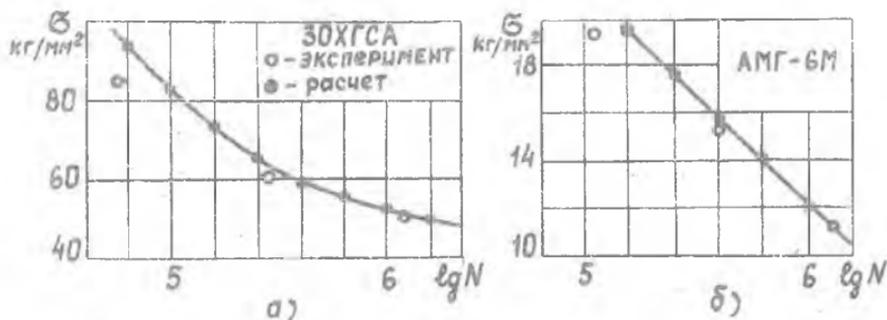


Рис. 3.

Таким образом, предложена методика определения параметров общего уравнения статистической теории усталостного разрушения (I), которая по сравнению с существующими дает возможность повысить представительность экспериментальных данных в три раза, что позволяет при неизменной достоверности уменьшить число исследуемых типоразмеров или при том же объеме исследований повысить надежность определения искомых параметров.

### Л и т е р а т у р а

1. Коржев В.П. В об. "Механическая усталость в статистическом аспекте",. "Наука", 1969.
2. Мостовой А.С. Труды КуАИ, вып. 29, 1968.
3. Weibull W. Proc. Swed. Inst. Eng. Research, N 151, 1939