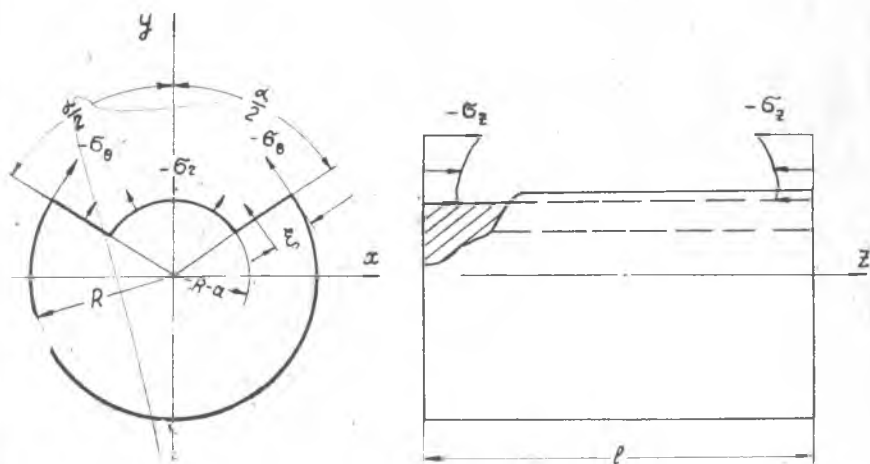


С. И. Иванов, И. В. Григорьева

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРЕ МЕТОДОМ СНЯТИЯ ЧАСТИ ПОВЕРХНОСТИ

Рассматривается цилиндр с остаточными напряжениями $\sigma_r(r)$, $\sigma_\theta(r)$, $\sigma_z(r)$. Для случая, когда $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$, в работе [1] предложен метод снятия полуцилиндрической поверхности с замером прогибов или деформаций. В работе [2] и др. этот метод применялся к цилиндру, в котором не только σ_z , но и σ_r , σ_θ отличны от нуля. Однако в данном случае необходимо дополнительное исследование, результаты которого приведены ниже. На фиг. 1 изображено нагружение цилиндра, эквивалентное снятию слоя толщиной a в пределах центрального угла α .



Фиг. 1.

При снятии слоев регистрируется прогиб f (фиг. 2), который можно представить в виде суммы:

$$f = f_1 + f_2, \quad (1)$$

где f_1 — прогиб от напряжений σ_z ;

f_2 — прогиб от напряжений σ_θ , $-\sigma_r$.



Фиг. 2.

Вместо прогиба можно измерять относительную деформацию $\varepsilon_z = \varepsilon_{z1} + \varepsilon_{z2}$ на нижнем волокне цилиндра. Для определения f_1 и ε_z приведем соответствующие силы к началу координат:

$$N_1 = \int_0^R \int_{\frac{\pi-\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} r \sigma_z dr d\theta = \alpha \int_0^a (R - \xi) \sigma_z d\xi, \quad (2)$$

$$M_1 = \int_0^R \int_{\frac{\pi-\alpha}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{2}} r^2 \sigma_z \sin \theta dr d\theta = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \int_0^a (R - \xi)^2 \sigma_z d\xi. \quad (3)$$

При исследовании остаточных напряжений в тонком поверхностном слое формулы (2) и (3) упрощаются:

$$N_1 = \alpha R \int_0^a \sigma_z d\xi, \quad (4)$$

$$M_1 = 2R^2 \sin \frac{\alpha}{2} \int_0^a \sigma_z d\xi. \quad (5)$$

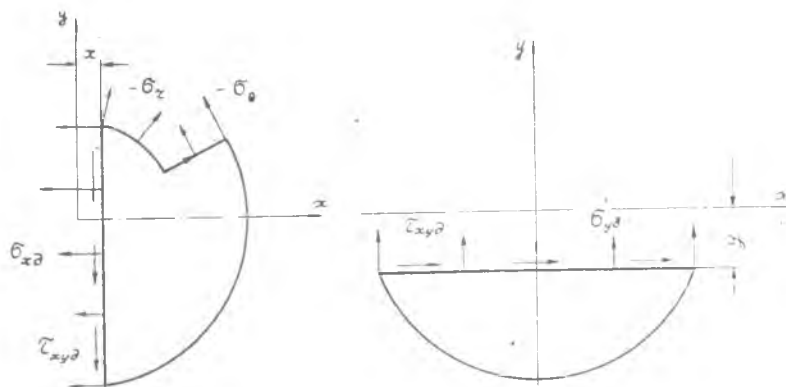
В этом случае можно считать, что нейтральной осью является ось x . Применяя известную формулу для перемещения при чистом изгибе, получим:

$$f_1 = \frac{M_1 l^2}{8EI} = \frac{l^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{E \pi R^2} \int_0^a \sigma_z d\xi. \quad (6)$$

Относительная деформация на нижней волокне цилиндра:

$$\varepsilon_{z1} = \frac{N_1}{EF} - \frac{M_1}{EW} = \frac{\alpha - 8 \sin \frac{\alpha}{2}}{E\pi R} \int_0^a \sigma_z dz. \quad (7)$$

При определении f_2 и ε_{z2} будем рассматривать результат нагружения усилиями $-\sigma_\theta$ и $-\sigma_r$ как сумму плоской деформации и изгиба с растяжением, возникающего при уравнивании усилий на торцах цилиндра.



Фиг. 3.

Напряжения в цилиндре при плоской деформации:

$$\sigma_{x\theta}, \sigma_{y\theta}, \tau_{xy\theta}, \sigma_{z\theta} = \mu (\sigma_{x\theta} + \sigma_{y\theta}).$$

Неуравновешенные силы на торцах цилиндра приведем к началу координат:

$$N_\theta = \iint \sigma_{z\theta} dx dy = \mu (\iint \sigma_{x\theta} dx dy + \iint \sigma_{y\theta} dx dy) \quad (8)$$

$$M_\theta = \iint y \sigma_{z\theta} dx dy = \mu (\iint y \sigma_{x\theta} dx dy + \iint y \sigma_{y\theta} dx dy). \quad (9)$$

Для вычисления внутренних интегралов рассмотрим нагружение частей цилиндра (фиг. 3). Применение уравнений статики приводит к следующим результатам:

$$\int \sigma_{x\theta} dy = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 - \frac{x^2}{(R-a)^2}} \int_{R-a}^R \sigma_\theta dr \text{ при } 0 \leq x \leq (R-a) \sin \frac{\alpha}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} \frac{x}{\sin \frac{\alpha}{2}} \int_{\frac{x}{\sin \frac{\alpha}{2}}}^R \sigma_\theta dr \text{ при } (R-a) \sin \frac{\alpha}{2} \leq x \leq R \sin \frac{\alpha}{2} \\ 0 \text{ при } x \geq R \sin \frac{\alpha}{2} \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$\int \sigma_{y\theta} dx = \begin{cases} 0 & \text{при } y \leq (R-a) \cos \frac{\alpha}{2} \\ 2 \left(\sqrt{1 - \frac{y^2}{(R-a)^2}} \int_{R-a}^R \sigma_{\theta} dr - \sin \frac{\alpha}{2} \int_{\frac{y}{\cos \frac{\alpha}{2}}}^R \sigma_{\theta} dr \right) & \text{при } (R-a) \cos \frac{\alpha}{2} \leq y \leq R \cos \frac{\alpha}{2} \\ 2 \sqrt{1 - \frac{y^2}{(R-a)^2}} \int_{R-a}^R \sigma_{\theta} dr & \text{при } y \geq R \cos \frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

$$\int y \sigma_{x\theta} dy = \begin{cases} \int_{R-a}^R r \sigma_{\theta} dr - \frac{x^2}{R-a} \int_{R-a}^R \sigma_{\theta} dr & \text{при } 0 \leq x \leq (R-a) \sin \frac{\alpha}{2} \\ \int_{\frac{x}{\sin \frac{\alpha}{2}}}^R r \sigma_{\theta} dr - x \sin \frac{\alpha}{2} \int_{\frac{x}{\sin \frac{\alpha}{2}}}^R \sigma_{\theta} dr & \text{при } (R-a) \sin \frac{\alpha}{2} \leq x \leq R \sin \frac{\alpha}{2} \\ 0 & \text{при } x \geq R \sin \frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

При выводе этих соотношений радиальное напряжение заменяло через кольцевое по формуле, следующей из уравнения статики

$$\sigma_r = -\frac{1}{R-a} \int_{R-a}^R \sigma_{\theta} dr.$$

Формула (11) справедлива при $(R-a) > R \cos \frac{\alpha}{2}$, что имеет место на практике.

После подстановки (10) — (12) в (8) и (9), преобразований и перехода к новой переменной интегрирования получим:

$$N_{\theta} = \mu \alpha (R-a) \int_0^a \sigma_{\theta} d\xi \quad \left[\int_0^a \frac{1}{b} \sin \frac{\alpha}{2} \int_0^a (R-\xi) \sigma_{\theta} d\xi \right] \quad (13)$$

$$M_{\theta} = \mu \sin \frac{\alpha}{2} \left[(R-a)^2 \int_0^a \sigma_{\theta} d\xi + \int_0^a (R-\xi)^2 \sigma_{\theta} d\xi \right]. \quad (14)$$

Для уничтожения неуравновешенных сил на торцах к ним следует приложить усилия:

$$N_2 = -N_{\theta}, \quad M_2 = -M_{\theta}.$$

По этим силам вычисляются f_2 и ε_{z2} , формулы для которых применительно к снятию тонкого слоя принимают следующий вид:

$$f_2 = \frac{M_2 l^2}{8EI} = - \frac{\mu l^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{E\pi R^2} \int_0^a \sigma_\theta d\xi \quad (15)$$

$$\varepsilon_{z2} = \frac{N_2}{EF} - \frac{M_2}{EW} = - \mu \frac{\alpha - 8 \sin \frac{\alpha}{2}}{E\pi R} \int_0^a \sigma_\theta d\xi \quad (16)$$

После суммирования:

$$f = \frac{l^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{E\pi R^2} \int_0^a (\sigma_z - \mu \sigma_\theta) d\xi, \quad (17)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\alpha - 8 \sin \frac{\alpha}{2}}{E\pi R} \int_0^a (\sigma_z - \mu \sigma_\theta) d\xi. \quad (18)$$

Путем дифференцирования по a приходим к соотношениям для определения остаточных напряжений:

$$\sigma_z - \mu \sigma_\theta = E \frac{\pi R^2}{l^2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{df}{da} \quad (19)$$

$$\sigma_z - \mu \sigma_\theta = E \frac{\pi R}{\alpha - 8 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{d\varepsilon_z}{da} \quad (20)$$

В предшествующих работах в левой части формул отсутствует второе слагаемое.

Соотношения (15) и (16) также применимы к полым цилиндрам, если учесть соответствующие значения F , I и W . Для определения напряжений необходимо еще одно соотношение, которое можно получить на основании исследования кольца.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Биргер. Остаточные напряжения. Машгиз, 1963.

2. Г. З. Серебренников. Экспериментальное определение осевых остаточных напряжений в тонких валах. Заводская лаборатория, № 9. 1962.