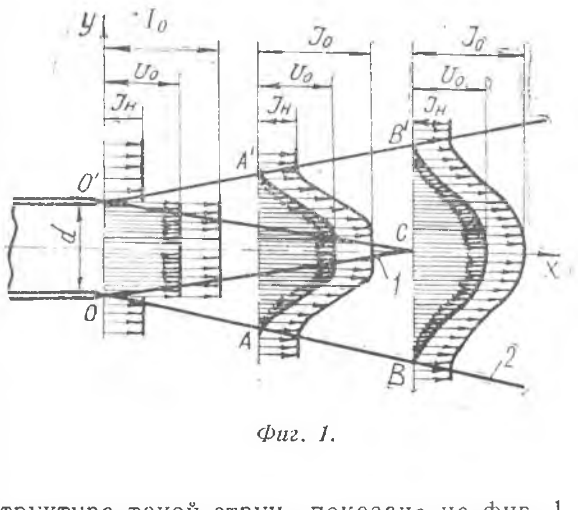
КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, выпуск XXII, 1965 г.
ВОПРОСЫ МИКРОЭНЕРГЕТИКИ

В. Ф. СИВИРКИН

ТЕОРИЯ НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА ДОЗВУКОВОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРУИ

Интерес к закономерностям распространения струй высокой температуры (порядка $10000 \div 20000°$ *абс*) является вполне обоснованным, так как в последнее время они получили разнообразное применение, например, для моделирования входа в верхние слои атмосферы, плазменного напыления тугоплавких покрытий, газоэлектрической резки материалов и т. п.

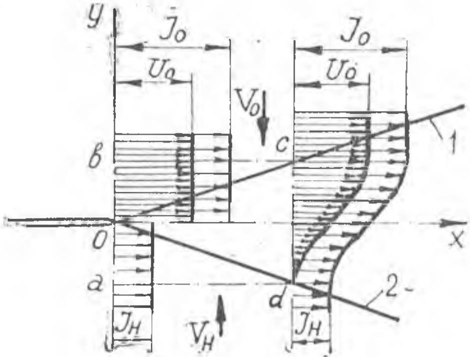
В настоящей работе дается решение интегральных уравнений пограничного слоя, основывающееся на использовании универсальных зависимостей для профилей скорости и энтальпии [1]. Такая задача решалась Се Сян-Чунем [2], но он допустил ошибку, взяв неверные соотношения для профиля скорости и энтальпии в начальном участке.



Фиг. 1.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Турбулентная высокотемпературная струя смешивается со средой, обладающей теми же физическими свойствами, что и вещество струи до подогрева. Структура такой струи показана на фиг. 1. С кромки сопла начинается образование зоны смешения струи с окружающей атмосферой. Внутренние границы зоны смешения отд ляют последнюю от ядра, в котором, пренебрегая излучением, бу дем считать скорость и энтальпию постоянными. Сечение BB, пр ходящее через точку пересечения внутренних границ, называет переходным. Между ним и срезом сопла 00 расположен начальны участок струи. В зоне смешения параметры струи плавно измен ются от их начальных значений до значений в окружающей сре



Фиг. 2.

Необходимо установи законы распределения ск рости, температуры и э тальпии в любом сечени начального участка, а такж положение внешней и вну ренней границ зоны смеш ния.

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СТРУЯ

Принимая в каждой то ке струи давление постоя ным, составим уравнени сохранения потока массы количеств движения в н правлении x и y через контур $abcd$ (фиг. 2):

$$\int_{y_2}^{y_1} \rho U\,dy = \rho_0 U_0 y_1 - \rho_0 V_0 x + \rho_н V_н x, \qquad (2.$$

$$\int_{y_2}^{y_1} \rho U^2 dy = \rho_0 U_0^2 y_1 - \rho_0 U_0 V_0 x, \qquad (2.$$

$$\rho_0 U_0 V_0 y_1 - \rho_0 V_0^2 x = -\rho_н V_н^2 x. \qquad (2.$$

Здесь x и y — продольная и поперечная координаты;
y_1 и y_2 — поперечные координаты внутренней и внешн границ зоны смешения;
ρ и U — плотность и продольная скорость в произвольн точке зоны смешения;
ρ_0 и U_0 — плотность и скорость в ядре струи;
$\rho_н$ — плотность окружающей среды;
V_0 и $V_н$ — поперечные скорости подмешивания вещества стр и окружающей среды.

Связь между y_1 и y_2 дается уравнением для толщины зоны см шения

$$y_1 - y_2 = b. \qquad (2.$$

Уравнение состояния для газов, нагреваемых до температур при которых начинается диссоциация и ионизация, может быть записано следующим образом [3]:

$$\rho = \frac{\alpha}{J^{\beta}}. \tag{2.5}$$

Здесь J — полная энтальпия;

α и β — константы, зависящие от диапазона изменения температур и рода газа. Например, по данным термодинамических расчетов в диапазоне температур от 0 до 20000° *абс* для воды в газообразном состоянии при атмосферном давлении $\alpha=6{,}92$ и $\beta=0{,}91$. Для профилей скорости и энтальпии воспользуемся соотношениями, приведенными у Г. Н. Абрамовича [1]:

$$\frac{U_0 - U}{U_0} = \left(1 - \eta^{\frac{3}{2}}\right)^2, \tag{2.6}$$

$$\frac{J_0 - J}{J_0 - J_н} = 1 - \eta, \tag{2.7}$$

где

$$\eta = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}. \tag{2.8}$$

Решение системы уравнений (2.1) ÷ (2.4) с учетом (2.5) ÷ (2.8) дает

$$\frac{V_0}{U_н}\,\frac{x}{b} = -\frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n^{\beta}}, \tag{2.9}$$

$$\frac{V_н}{U_0}\,\frac{x}{b} = \frac{D_1 - D_2}{n^{\beta}}, \tag{2.10}$$

$$\frac{y_1}{b} = D_2 - \frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n^{\beta}}, \tag{2.11}$$

$$\frac{y_2}{b} = D_2 - 1 - \frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n^{\beta}}, \tag{2.12}$$

где

$$n = \frac{J_0}{J_н},$$

$$D_1 = \int\limits_0^1 \left[1 - \frac{n-1}{n}(1-\eta)\right]^{-\beta} \left(2\eta^{\frac{3}{2}} - \eta^3\right) d\eta, \tag{2.13}$$

$$D_2 = \int\limits_0^1 \left[1 - \frac{n-1}{n}(1-\eta)\right]^{-\beta} \left(2\eta^{\frac{3}{2}} - \eta^3\right)^2 d\eta. \tag{2.14}$$

При больших начальных подогревах струи, когда $n \gg 1$, будем иметь:

$$\frac{y_1}{b} = D_2, \tag{2.15}$$

$$\frac{y_2}{b} = D_2 - 1, \tag{2.16}$$

$$D_1 = \int_0^1 \eta^{-\beta}\left(2\eta^{\frac{3}{2}} - \eta^3\right) d\eta, \tag{2.17}$$

$$D_2 = \int_0^1 \eta^{-\beta}\left(2\eta^{\frac{3}{2}} - \eta^3\right)^2 d\eta. \tag{2.18}$$

Решение интегралов (2.17) и (2.18) дает

$$D_1 = \frac{2}{2{,}5-\beta} - \frac{1}{4-\beta}, \tag{2.19}$$

$$D_2 = \frac{4}{4-\beta} - \frac{4}{5{,}5-\beta} + \frac{1}{7-\beta}. \tag{2.20}$$

Для воды в газообразном состоянии $\beta = 0{,}91$, и тогда

$$D_1 = 0{,}935, \; D_2 = 0{,}588.$$

Следуя гипотезе Г. Н. Абрамовича [1], для толщины зоны смешения можем записать

$$b = cx, \tag{2.21}$$

где C — экспериментальная константа.

Окончательно для границ зоны смешения плоскопараллельной струи будем иметь:

$$y_1 = cD_2x, \tag{2.22}$$

$$y_2 = c\,(D_2 - 1)\,x. \tag{2.23}$$

3. ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ СТРУЯ

Экспериментально показано, что границы плоскопараллельной и осесимметричной струй совпадают. Поэтому возьмем решение для границ зоны смешения осесимметричной струи из уравнений (2.22) и (2.23) для плоскопараллельной струи. Если расположить систему координат так, как это показано на фиг. 1, то получим

$$y_1 = -\frac{d}{2} + c\,D_2\,x, \tag{3.1}$$

$$y_2 = -\frac{d}{2} - c\,(D_2 - 1)\,x, \tag{3.2}$$

где d — диаметр сопла;

x — продольная координата;

y_1 и y_2 — ридиальные координаты внутренней и внешней границ зоны смешения;

D_1 и D_2 — коэффициенты, определяемые формулами (2.19) и (2.20). Длину начального участка можно определить из условия $y_1 = 0$:

$$L = \frac{d}{2cD_2}. \tag{3.3}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. Н. Абрамович.* Теория турбулентных струй. Физматгиз, 1960.
2. *Се Сян-Чунь.* Распространение плазменной струи в затопленном пространстве. Известия АН СССР, ОТН, механика и машиностроение, № 3, 1962.
3. W. L. Bade. Simple Analytical Approximation to the Equation of State of Dissociated Air, ARS 29, № 4, 298, 1959.