КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, выпуск XXII, 1965 г.
ВОПРОСЫ МИКРОЭНЕРГЕТИКИ

А. С. НАТАЛЕВИЧ, А. А. ТРОФИМОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОТЕРЬ В СОПЛОВЫХ РЕШЕТКАХ МИКРОТУРБИН

В сверхзвуковых сопловых решетках микротурбин имеют место гидравлические потери (на трение, поворот потока, взаимодействие скачков уплотнения с пограничным слоем, внезапное сужение и расширение) по всей длине сопел, а также волновые потери (в закритической части, в косом срезе сопел и в закромочном пространстве), вызванные поворотом потока. Волновые потери составляют основную часть потерь в закритической части сопел и могут быть приближенно определены расчетным путем по уравнениям одномерного потока, записанных для закритической части сопел решетки. При статической продувке сопловых решеток микротурбин определяют среднее давление торможения или соответствующую ему среднюю скорость потока за решеткой.

Таким образом, определенная экспериментально потеря давления торможения и соответствующие ей коэффициент восстановления давления торможения σ_c и коэффициент скорости φ_c учитывают суммарные (гидравлические и волновые) потери в сопловой решетке.

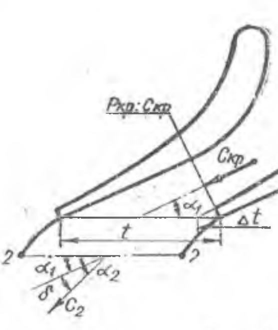
Экспериментальное определение волновых потерь, соответствующих потере давления торможения в закритической части решетки, практически невозможно осуществить из-за малых размеров проточной части сопел микрорешеток в зоне критических сечений. Например, ширина канала сопла микрорешеток в критическом сечении равна всего 1—2 *мм*, а высота — 1—5 *мм*, так что определение давления торможения в этом сечении канала зондом минимальных размеров неизбежно связано с большим влиянием зонда на параметры потока, что приводит к значительным погрешностям.

На основании вышесказанного, расчетное определение волновых потерь с целью выяснения их относительной роли в суммарных потерях, является единственно возможным. Волновые потери необходимо знать также при расчете отклонения потока в косом срезе решетки. Дело в том, что наиболее точные формулы для определения отклонения потока в косом срезе содержат коэффициент суммарных потерь ξ_c и коэффициент потерь $\xi_{кр}$ в докритической части сопел решетки, определяемый как разница между ξ_c и $\xi_в$ (волновые потери). Если же отклонение потока в косом срезе определять только с учетом волновых потерь, то угол δ° отклонения потока получается заниженным в сравнении с его действительным значением, полученным из опыта.

Ниже получены формулы для определения волновых потерь в прямолинейной и круговой сопловых решетках микротурбин. Прямолинейная сопловая решетка имеет место в осевых, а круговая — в центростремительных микротурбинах. Сопловые каналы решетки плоские. Исходные уравнения одномерные. Поскольку в микрорешетках, имеющих малый шаг, относительная величина кромки на выходе велика, рассматриваются решетки с кромками конечной толщины.

ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ РЕШЕТКА С ДОЗВУКОВЫМИ СОПЛАМИ

На фиг. 1 показана схема плоской прямолинейной решетки с дозвуковыми соплами с кромкой конечной толщины. Образующие сверхзвуковой части сопла и косого среза прямолинейные, что обычно имеет место в сопловых решетках микротурбин. В случае криволинейных образующих исходные уравнения и окончательные формулы значительно усложнятся, а точность расчета уменьшится.



Фиг. 1.

Исходные одномерные уравнения (уравнения неразрывности, количества движения и энергии) записываются на интервале от горловины сопла до фронтального сечения *2—2* на некотором расстоянии за решеткой. Оба эти сечения считаются плоскими с однородным течением газа. Течение газа в решетке установившееся, газ — сжимаемый, вязкий.

Поскольку в уравнение количества движения не включены силы поверхностного трения, а среди исходных уравнений отсутствует уравнение изоэнтропного процесса, то реальность газового течения в закритической части решетки обусловлена лишь учетом волновых потерь в скачках уплотнения. Метод решения аналогичен методу, изложенному в работе [1].

Исходные уравнения

Уравнение неразрывности

$$C_{кр}\cdot\rho_{кр}(t-\Delta t)\cdot\sin\alpha_{1к}=C_2\rho_2 t\cdot\sin\alpha_2. \tag{1}$$

Уравнение количества движения

$$\rho_{кр}C^2_{кр}(t-\Delta t)\sin\alpha_{1к}+P_{кр}(t-\Delta t)\sin\alpha_{1к}+P_{з.к}\cdot\Delta t\cdot\sin\alpha_{1к}=$$
$$=\rho_2 C_2^2 t\cdot\sin\alpha_2\cdot\cos\delta+P_2\cdot t\cdot\sin\alpha_{1к}. \tag{2}$$

Уравнение энергии

$$\frac{P_{кр}}{\rho_{кр}}+\frac{k-1}{k}\frac{C^2_{кр}}{2}=\frac{P_2}{\rho_2}+\frac{k-1}{k}\frac{C_2^2}{2}. \tag{3}$$

В исходных уравнениях $\delta=\alpha_2-\alpha_{1к}$; $P_{з.к}$ — закромочное давление.

Введем обозначения: $k_1=\frac{t}{t-\Delta t}$; $\overline{P}=\frac{P_2}{P_{кр}}$; $N=\left[k_1-(k_1-1)\frac{P_{з.к.}}{P_2}\right]$

Параметр $\overline{P}$ является независимой переменной, равной степени расширения потока в закритической части решетки.

Решая совместно уравнения (1) и (2) и учтя при этом соотношение $\frac{P_{кр}}{\rho_{кр}C^2_{кр}}=\frac{1}{k}$, находим зависимость $\frac{C_2}{C_{кр}}=f(\delta;\ \overline{P})$ в виде

$$\frac{C_2}{C_{кр}}=\frac{k+1-\overline{P}N}{k\cdot\cos\delta}. \tag{4}$$

Подставив же выражения для $\frac{C^2}{C_{кр}}$ в уравнение (3), получим после преобразований квадратное уравнение относительно $\operatorname{tg}\delta$.

$$\operatorname{tg}^2\delta+2\frac{k\overline{P}k_1}{k-1}\left(\frac{\operatorname{ctg}\alpha_{1к}}{k+1-\overline{P}N}\right)\cdot\operatorname{tg}\delta-\left[\frac{k+1}{k-1}\left(\frac{k}{k+1-\overline{P}N}\right)^2-\right.$$
$$\left.-\frac{2k\overline{P}\cdot k_1}{(k-1)(k+1-\overline{P}N)}-1\right]=0. \tag{5}$$

Решив это уравнение, получим формулу для определения отклонения потока в косом срезе с учетом только лишь волновых потерь.

$$\operatorname{tg}\delta=\sqrt{\frac{\left(\frac{k}{k-1}k_1\operatorname{ctg}\alpha_{1к}\cdot\overline{P}\right)^2-(k+1-\overline{P}N)\left[(k+1-\overline{P}N)+\frac{2kk_1}{k-1}\overline{P}\right]+\frac{k+1}{k-1}k^2}{k+1-\overline{P}N}}-$$
$$-\frac{\frac{k}{k-1}k_1\cdot\operatorname{ctg}\alpha_{1к}\cdot\overline{P}}{k+1-\overline{P}N}. \tag{6}$$

В случае $\delta<10°$, полагая в уравнении (5) $tg^2\delta\approx 0$, получим приближенное уравнение

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{(k+1)\,k^2 - (k+1-\overline{P}N)[(k-1)(k+1-\overline{P}N)+2kk_1\overline{P}]}{2k\cdot k_1\cdot \overline{P}\,(k+1-\overline{P}N)}\operatorname{tg}\alpha_{1\text{к}}. \quad (7)$$

Для решетки с тонкой кромкой $\Delta t=0$, величины $K_1=1$ и $N=1$, а уравнения (6) и (7) приобретают вид известных формул Г. Ю. Степанова [2].

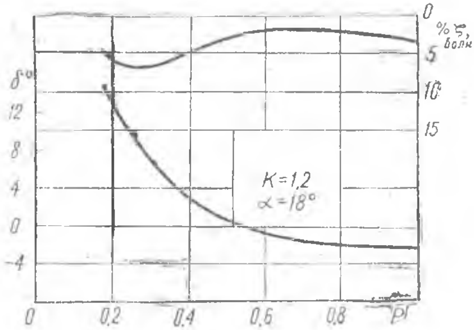
На фиг. 2 показаны графики зависимости $\delta=f(\overline{P})$ для решетки с дозвуковыми соплами, имеющей $k_1=1{,}1$; 1,2 и $\alpha_{1\text{к}}=18°$.

В таблице 1 приведено значение $\frac{P_{\text{з.к.}}}{P_2}$, полученное в работе [2] для сопловых решеток, имеющих $k_1=1{,}1\div 1{,}2$. При этом

$$\frac{P_{\text{з. к.}}}{P_2} = \frac{P_{\text{з. к.}}}{P_{\text{кр}}}\cdot\frac{1}{\overline{P}}\,.$$

Таблица 1

$\overline{P}$	$\frac{P_{\text{з. к.}}}{P_2}$
0,1	0,75
0,2	0,80
0,3	0,86
0,4	0,98
0,5	0,95
0,6	0,91
0,7	0,87
0,8	0,83
0,9	0,81
1,0	0,80



Фиг. 2.

Пунктирные линии на фиг. 2 относятся к случаю тонких кромок $\Delta t=0$. Как видим из графиков, наличие кромки уменьшает отклонение потока δ. Таким образом, в процессе расширения газа в косом срезе (иначе говоря, в процессе уменьшения $\overline{P}$) отклонение потока δ увеличивается, а заполнение потоком закромочного пространства способствует уменьшению отклонения потока δ. Следует только иметь в виду, что формулы (6) и (7) получены с учетом лишь волновых потерь, поэтому определенное по этим формулам отклонение потока δ будет меньше действительного. Главное назначение формул (6) и (7) состоит в получении зависимости $\xi_{\text{в}}=f(\delta;\ \overline{P})$, используемой для определения волновых потерь.

Связь между коэффициентом $\xi_{\text{в}}$ волновых потерь и углом отклонения потока $\delta°$ при различных значениях независимого переменного $\overline{P}$ определяется посредством подстановки C_2 из уравнения (4) в выражение для коэффициента $\xi_{\text{в}}$.

$$\xi_{\text{в}} = 1-\varphi_{\text{в}}^2 = 1-\left(\frac{C_2}{C_{\text{из.2}}}\right)^2 = 1-\left(\frac{k+1-\overline{P}N}{k\cdot\lambda_{\text{из. 2}}\cdot\cos\delta}\right)^2. \quad (8)$$

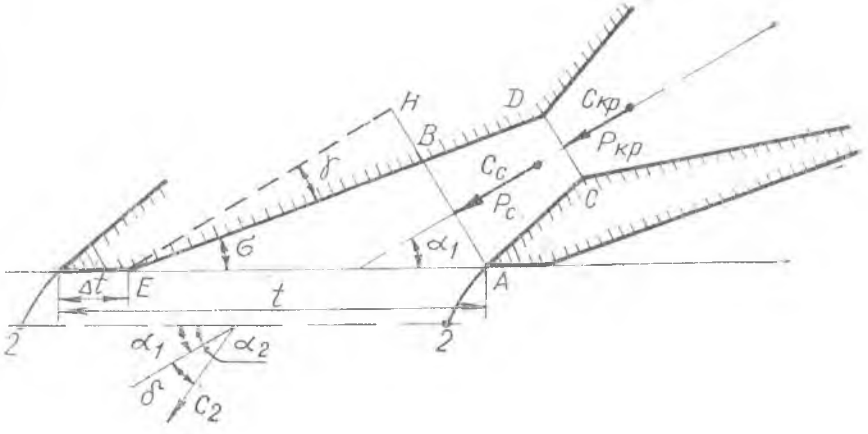
Здесь $\lambda_{из.2}$ — газодинамическая функция изоэнтропного течения газа, определяемая по функции $\pi_{из.2} = \frac{P_2}{P^*_{из.2}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \cdot \overline{P}$.

Давление $P^*_{из.2}$ — это давление заторможенного газа при изоэнтропном течении, равное давлению торможения P^*_0 на входе в решетку.

На фиг. 2 показаны также графики зависимости $\xi_в = f(\overline{P})$. Как и следовало ожидать, коэффициент волновых потерь $\xi_в$ увеличивается при уменьшении $\overline{P}$ (т. е. при увеличении $\lambda_{из.2}$), так как при этом увеличивается интенсивность скачков уплотнения. При $\overline{P} \approx 1$ (режим околозвуковой) скачки уплотнения исчезают и $\xi_в \approx 0$.

ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ СВЕРХЗВУКОВАЯ РЕШЕТКА

На фиг. 3 показана схема сверхзвуковой прямолинейной решетки с кромкой конечной толщины. Полученные ниже формулы для отыскания угла отклонения потока с учетом только волновых



Фиг. 3.

потерь для прямолинейной сверхзвуковой решетки можно использовать для случая решетки, имеющей угол $\gamma^\circ = 0$ и тонкую кромку $\Delta t = 0$. В этом случае уравнения после простых преобразований приобретают вид уравнений работы [3].

Принимая все предварительные условия такими же, как и в предыдущем случае, запишем исходные уравнения для отыскания угла отклонения потока и коэффициента волновых потерь. В данном случае вопрос усложняется необходимостью учета в уравнении количества движения переменного давления вдоль образующей BE косого среза.

Уравнение неразрывности

$$\rho_{кр}\cdot C_{кр}\cdot CD = \rho_2\cdot C_2\cdot t\cdot \sin\alpha_2. \qquad (9)$$

Уравнение количества движения

$$\rho_{кр}\cdot C^2_{кр}CD + P_{кр}CD + П\cdot t = \rho_2 C_2^2\cdot t\cdot \sin\alpha_2\cdot\cos\delta + P_2\cdot t\cdot\sin\alpha_{1к}. \qquad (10)$$

Уравнение энергии

$$\frac{P_{кр}}{\rho_{кр}} + \frac{k-1}{k}\,\frac{C^2_{кр}}{2} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{k-1}{k}\,\frac{C_2^2}{2}. \qquad (11)$$

В уравнении (10) параметр $П\cdot t = \left(\frac{P_{кр}+P_{с}}{2}\right)(AB-CD)+$

$$+\left(\frac{P_{с}+P_{зк}}{2}\right)BN + P_{зк}\cdot\Delta t\cdot\sin\alpha_{1к} \qquad (12)$$

Введем обозначения $\overline{P} = \frac{P_2}{P_{кр}}$; $k_1 = \frac{t}{t-\Delta t}$; $\overline{P}_{с} = \frac{P_{с}}{P_{кр}} = \frac{\pi_{из.с}}{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}$;

$$q_{из.\,с} = \frac{CD}{AB}$$

Запишем также очевидные соотношения:

$$\frac{P_{кр}}{\rho_{кр}\cdot C^2_{кр}} = \frac{1}{k};\quad \sigma^{\circ} = \alpha^{\circ}_{1к} - \gamma^{\circ};\quad BN = (t-\Delta t)\cdot\cos\alpha_{1к}\cdot \operatorname{tg}\gamma.$$

$$AB = (t-\Delta t)\sin\alpha_{1к} - BN = \frac{t}{k_1}\,\frac{\sin\sigma}{\cos\gamma};$$

$CD = AB\cdot q_{из.с}$. Обозначим $L = q_{из.с}\,\dfrac{\sin\sigma}{k_1\cdot\cos\gamma}$ (13)

Решая совместно уравнения (9) и (10) с учетом указанных со-отношений и обозначений, получим

$$\frac{C_2}{C_{кр}} = \frac{(k+1)L + \frac{П}{P_{кр}} - \overline{P}\cdot\sin\alpha_{1к}}{k\cdot L\cdot\cos\delta}. \qquad (14)$$

Подставив выражение для $\frac{C_2}{C_{кр}}$ в уравнение (11) и произведя преобразования, получим квадратное уравнение относительно $\operatorname{tg}\delta$.

$$\operatorname{tg}^2\delta + \frac{2\cos\alpha_{1к}}{(k-1)L\cdot P}\overline{P}\cdot\operatorname{tg}\delta + \left[\frac{2\sin\alpha_{1к}}{(k-1)L\cdot P}\overline{P} - \left(\frac{k+1}{k-1}\right)\frac{1}{P^2} + 1\right] = 0. \qquad (15)$$

В этом уравнении $P = \dfrac{(k+1)L + \frac{П}{P_{кр}} - \overline{P}\cdot\sin\alpha_{1к}}{k\cdot L}$. (16)

$$П = P_{кр}\left[\left(\frac{1+\overline{P}_{с}}{2}\right)\left(\frac{1}{q_{из.\,с}} - 1\right)L + \left(\overline{P}_{с} + \frac{P_{з.к}}{P_{кр}}\right)\frac{\operatorname{tg}\gamma\cdot\cos\alpha_{1к}}{2k_1} + \right.$$

$$+\frac{P_{\text{з.к.}}}{P_{\text{кр}}}\left(1-\frac{1}{k_1}\right)\sin\alpha_{1\text{к}}\Bigg] . \qquad (17)$$

Решив уравнение (15), получим формулу для определения угла отклонения потока δ° с учетом лишь волновых потерь.

$$\operatorname{tg}\delta=\sqrt{\left[\frac{\overline{P}\cdot\cos\alpha_{1\text{к}}}{(k-1)L\cdot P}\right]^2+\left[\left(\frac{k+1}{k-1}\right)\frac{1}{P^2}-\frac{2\Pi}{(k-1)\,L\cdot P}\sin\alpha_{1\text{к}}-1\right]}-$$

$$-\frac{\overline{P}\cdot\cos\alpha_{1\text{к}}}{(k-1)\cdot L\cdot P}\,. \qquad (18)$$

В случае $\delta<10^\circ$, полагая в уравнении (15) $\operatorname{tg}^2\delta=0$, получим

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{(k+1)\dfrac{L}{P}-2\overline{P}\cdot\sin\alpha_{1\text{к}}-(k-1)\,L\cdot P}{2\cdot\overline{P}\cdot\cos\alpha_{1\text{к}}} \qquad (19)$$

В случае решетки, имеющей $\gamma^\circ=0$; $\sigma^\circ=\alpha^\circ_{1\text{к}}$, параметры $L=q_{\text{из.с}}\dfrac{\sin\alpha_{1\text{к}}}{k_1}$; $\Pi=\left(\dfrac{1+\overline{P}_{\text{с}}}{2}\right)\left(\dfrac{1}{q_{\text{из.с}}}-1\right)L+\overline{P}_{\text{з.к}}\left(1-\dfrac{1}{k_1}\right)\cdot\sin\alpha_{1\text{к}}$. Параметр же P находится по уравнению (16) с подстановкой этих значений L и Π.

Угол отклонения потока находится по уравнению (18) или (19) с подстановкой соответствующих значений параметров L, Π, P. Аналогичным образом следует поступить и для других возможных типов решетки, например, при $\gamma>0$ и $\Delta t=0$, или при $\gamma=0$ и $\Delta t=0$.

Уравнения (18) и (19) могут быть использованы и для случая решетки с дозвуковыми соплами, показанной на фиг. 1. При этом следует принять:

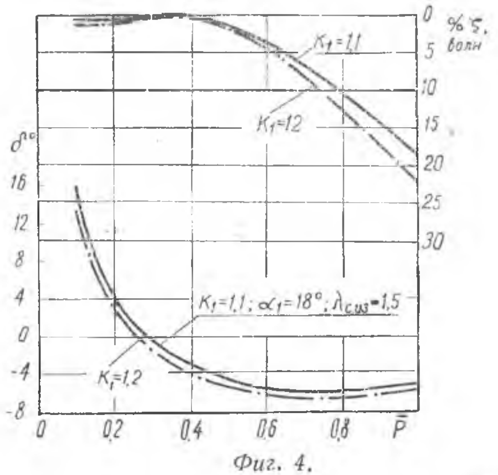
$$\gamma=0;\quad \sigma=\alpha_{1\text{к}};\quad q_{\text{из. с}}=1;\quad \lambda_{\text{из.с}}=1;\quad \overline{P}_{\text{с}}=1;$$

$$L=\frac{\sin\alpha_{1\text{к}}}{k_1};\quad \Pi=P_{\text{з. к.}}\cdot\left(1-\frac{1}{k_1}\right)\sin\alpha_{1\text{к}}.$$

Параметр P определяется по уравнению (16).

Таким образом, уравнения (18) и (19) являются обобщенными и позволяют определить угол отклонения потока с учетом лишь волновых потерь в сверхзвуковых и дозвуковых прямолинейных решетках.

На фиг. 4 показаны графики зависимости $\delta=f(\overline{P})$ для сверхзвуковой решетки при $\gamma=0$; $k_1=1,1$; $1,2$; $\alpha_{1\text{к}}=18^\circ$; $\lambda_{\text{из.с}}=1,5$; $\kappa=1,4$; $q_{\text{из.с}}=0,7307$.



Фиг. 4.

Используя зависимость $C_2=f(\delta;\ \overline{P})$ по уравнению (14), получи[м]
формулу для определения коэффициента волновых потерь в случ[ае]
сверхзвуковой прямолинейной решетки.

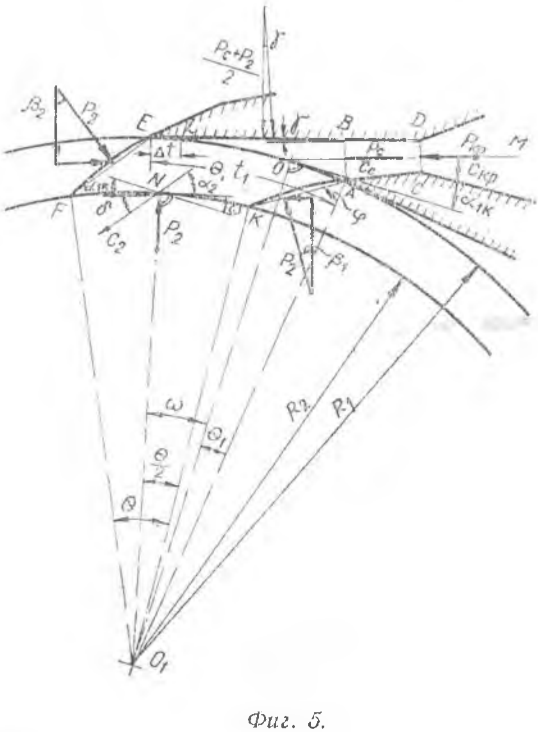
$$\xi_{в}=1-\varphi_{в}^{2}=1-\left(\frac{C_2}{C_{из.2}}\right)^2=1-\left[\frac{(k+1)\,L-\frac{П}{P_{кр}}-\overline{P}\cdot\sin\alpha_{1к}}{k\cdot L\cdot\lambda_{из.2}\cdot\cos\delta}\right]^2. \quad (2$$

На фиг. 4 показан также график зависимости $\xi_{в}=f(\delta;\ \overline{P})$ для р[е]шетки с теми же исходными данными, какие были использован[ы] при определении зависимости $\delta=f(\overline{P})$. Функция $\lambda_{из.2}$ определяет[ся] по функции

$$\pi_{из.2}=\overline{P}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

КРУГОВАЯ СВЕРХЗВУКОВАЯ РЕШЕТКА

На фиг. 5 показана схема круговой центростремительной сверх[з]вуковой решетки. В отличие от прямолинейной решетки, из-за ра[з]личия шага на радиусе R_1 и R_2, линии EF и AK, хотя и конгруэн[т]ны, но смещены поворотом относительно центра решетки. В резуль[та]тате проекция равнодействующей сил давления вдоль этих ли[ний] на ось сопла н[е] равна нулю и ее сле[]дует учесть в уравн[е]нии количества движ[е]ния.



Фиг. 5.

Кроме того, ск[о]рость потока C_2 на вы[]ходе из решетки хотя [и] постоянна по величин[е], но в различных точка[х] шага t_2 имеет различно[е] направление. Поэтому, решая задачу методо[м] одномерного течения, во избежание интегри[]рования вдоль шага, приближенно считае[м] суммарный вектор к[о]личества движения при[]ложенным на средин[е] шага t_2. Как показыв[а]ет расчет, различие м[е]жду количеством дв[и]жения, полученно[го] интегрированием, и со[]средоточенным не бо[]лее 1%.

Наконец, в круговой решетке в отличие от прямолинейной, появляется новый переменный параметр ω° — угол смещения точки N относительно оси начала отсчета OO_1. Каждому значению независимого переменного $\overline{P}$ соответствует определенное значение угла ω°. Таким образом, в круговой решетке число исходных уравнений должно быть увеличено на одно уравнение, которым, например, может являться уравнение количества движения в проекции на плоскость, перпендикулярную оси сопла. Принимая остальные предварительные условия такими же, как и в предыдущих случаях, напишем исходные уравнения.

Уравнение неразрывности

$$\rho_{\text{кр}} \cdot C_{\text{кр}} \cdot CD = \rho_2 \cdot C_2 \cdot t_2 \cdot \sin \alpha_2. \tag{21}$$

Уравнение количества движения в проекции на ось сопла

$$\rho_{\text{кр}} \cdot C^2_{\text{кр}} \cdot CD + P_{\text{кр}} \cdot CD + \frac{P_{\text{кр}} + P_c}{K}(AB - CD) +$$
$$+ \left(\frac{P_c + P_2}{2}\right)(BL + \Delta t) \sin \gamma + P_2 \cdot AK \cdot \sin \beta_1 - P_2\, EF \sin \beta_2 =$$
$$= \rho_2 C_2^2 t_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \delta + P_2 \cdot t_2 \cdot \sin(\alpha_{1\text{к}} - \omega). \tag{22}$$

Уравнение количества движения в проекции на плоскость перпендикулярную оси сопла.

$$\frac{P_c + P_2}{2}(BL + \Delta t) \cos \gamma + P_2 EF \cdot \cos \beta_2 - P_2 \cdot AK \cdot \cos \beta_1 =$$
$$= \rho_2 C_2^2\, t_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \sin \delta + P_2 \cdot t_2 \cdot \cos(\alpha_{1\text{к}} - \omega). \tag{23}$$

Коэффициент $K \approx 2$, более точно $K = 2{,}5$.

Уравнение энергии

$$\frac{P_{\text{кр}}}{\rho_{\text{кр}}} + \frac{k-1}{k} \frac{C^2_{\text{кр}}}{2} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{k-1}{k} \frac{C_2^2}{2} \tag{24}$$

Кроме того, к исходным уравнениям следует отнести очевидное условие

$$\delta^\circ + \alpha^\circ_{1\text{к}} = \alpha_2^\circ + \varphi^\circ. \tag{25}$$

Так как в круговой центростремительной решетке кромка острая, то участок $LE = \Delta t$ принят за продолжение образующей BL. Давление вдоль образующей $(BL + \Delta t)$ принято среднеарифметическим $\frac{P_c + P_2}{2}$, из давления P_c на выходе из сопла и давления P_2 за решеткой. Давление по боковым границам струи EF и AK принято равным давлению P_2. Обозначения углов в соответствии с фиг. 5.

Углы
$$\beta_1^\circ = 90^\circ - (\alpha^\circ_{1\text{к}} + \Theta_1^\circ + \varphi^\circ) \tag{26}$$
$$\beta_2^\circ = \beta_1^\circ + \Theta^\circ \tag{27}$$

Угол φ° находится из соотношения

$$\frac{\sin\varphi}{R_2}=\frac{\sin\left(\omega-\frac{\Theta}{2}+\Theta_1+\varphi\right)}{R_1}.$$

Откуда

$$\varphi^\circ=\operatorname{arc\,ctg}\left[\frac{R_1}{R_2\cdot\sin\left(\omega-\frac{\Theta}{2}+\Theta_1\right)}-\operatorname{ctg}\left(\omega-\frac{\Theta}{2}+\Theta_1\right)\right] \qquad (28)$$

Из геометрических соотношений легко установить, что угол

$$\Theta_1^\circ=\arccos\left(\cos\alpha_{1\text{к}}-\frac{b_{\text{кр}}}{2\cdot q_{\text{сиз.}}\,R_1}\right)-\alpha_{1\text{к}} \qquad (29)$$

Угол Θ° — центральный угол, соответствующий шагу решетки:

$$\Theta^\circ=\frac{360}{2\pi}\cdot\frac{t_1}{R_1}=\frac{360}{2\pi}\,\frac{t_2}{R_2}.$$

Длина линий $CD=b_{\text{кр}}$; $AB=\frac{b_{\text{кр}}}{q_{\text{сиз.}}}$

$$AK=EF=\sqrt{R_1^2+R_2^2-2R_1R_2\cdot\cos\left(\omega-\frac{\Theta}{2}+\Theta_1\right)}. \qquad (30)$$

Из геометрических соотношений для треугольника ABL

$$BL=\sqrt{\left[2R_1\cdot\sin\left(\frac{t_1}{k_1R_1}\,\frac{90}{\pi}\right)\right]^2-\left(\frac{b_{\text{кр}}}{q_{\text{сиз.}}}\cos\gamma\right)^2}-\frac{b_{\text{кр}}}{q_{\text{сиз.}}}\sin\gamma. \qquad (31)$$

Примем обозначения

$$\overline{P}=\frac{P_2}{P_{\text{кр}}};\quad \overline{P_{\text{с}}}=\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{кр}}};\quad C_{\text{с}}=\varphi_{\text{с}}\cdot\lambda_{\text{сиз.}}\cdot C_{\text{кр}};\quad k_1=\frac{t_1}{t_1-\Delta t}.$$

Используя принятые обозначения, а также имея в виду равенство $\frac{\rho_{\text{кр}}\cdot C_{\text{кр}}^2}{P_{\text{кр}}}=k$, перепишем уравнения (22) и (23) в следующем виде:

$$(k+1)\frac{b_{\text{кр}}}{t_1}+\left(\frac{1+\overline{P}_{\text{с}}}{K}\right)\left(\frac{b_{\text{с}}-b_{\text{кр}}}{t_1}\right)+\left(\frac{\overline{P}_{\text{с}}+\overline{P}}{2}\right)\left(\frac{BL+\Delta t}{t_1}\right)\sin\gamma+$$

$$+\overline{P}\,\frac{AK}{t_1}(\sin\beta_1-\sin\beta_2)=\frac{\rho_2C_2^2\,t_2}{p_{\text{кр}}\cdot t_1}\sin\alpha_2\cdot\cos\delta+\overline{P}\,\frac{t_2}{t_1}\sin(\alpha_{1\text{к}}-\omega). \qquad (32)$$

$$\left(\frac{\overline{P}_{\text{с}}+\overline{P}}{2}\right)\left(\frac{BL+\Delta t}{t_1}\right)\cos\gamma+\overline{P}\,\frac{AK}{t_1}(\cos\beta_2-\cos\beta_1)=$$

$$=\frac{\rho_2C_2^2\,t_2}{P_{\text{кр}}\cdot t_1}\sin\alpha_2\cdot\sin\delta+\overline{P}\,\frac{t_2}{t_1}\cos(\alpha_{1\text{к}}-\omega). \qquad (33)$$

В этих уравнениях принято обозначение постоянных слагаемых:

$$A=(k+1)\frac{b_{\text{кр}}}{t_1}+\left(\frac{1+\overline{P}_{\text{с}}}{K}\right)\left(\frac{b_{\text{с}}-b_{\text{кр}}}{t_1}\right) \qquad (34)$$

$$B=\frac{BL+\Delta t}{2\cdot t_1} \qquad (35)$$

Исключив из уравнений 32 и 33 общее слагаемое $\frac{\rho_2 C_2^2 t_2}{P_{\text{кр}} \cdot t_1} \cdot \sin \alpha_2$, получим уравнение, включающее переменные δ°; ω° и независимую переменную $\overline{P}$.

$$A + (\overline{P}_c + \overline{P}) B \cdot \sin\gamma + \overline{P} \frac{AK}{t_1} (\sin\beta_1 - \sin\beta_2) - \overline{P} \frac{t_2}{t_1} \sin(\alpha_{1\text{к}} - \omega) =$$

$$= \left[(\overline{P}_c + \overline{P}) B \cdot \cos\gamma + \overline{P} \frac{AK}{t_1} (\cos\beta_2 - \cos\beta_1) - \overline{P} \frac{t_2}{t_1} \cos(\alpha_{1\text{к}} - \omega) \right] \cdot \operatorname{ctg}\delta. \tag{36}$$

Чтобы получить второе уравнение, включающее δ° и ω°, подставим в уравнение (24) выражение для $\frac{\rho_2}{\rho_{\text{кр}}}$ из уравнения (21) После преобразования получим

$$\frac{C_2}{C_{\text{кр}}} = \sqrt{\left[\left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right) \frac{t_2}{b_{\text{кр}}} \sin\alpha_2\right]^2 + \frac{k+1}{k-1}} - \left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right) \frac{t_2}{b_{\text{кр}}} \sin\alpha_2 \tag{37}$$

Подставив в уравнение (33) выражение для $\rho_2 \cdot C_2 \cdot t_2 \cdot \sin\alpha_2$ из уравнения (21) и выражение для $\frac{C_2}{C_{\text{кр}}}$ из уравнения (37), получим следующее уравнение

$$(\overline{P}_c + \overline{P}) B \cdot \cos\gamma + \overline{P} \frac{AK}{t_1} (\cos\beta_2 - \cos\beta_1) - \overline{P} \frac{t_2}{t_1} \cos(\alpha_{1\text{к}} - \omega) =$$

$$= k \frac{b_{\text{кр}}}{t_1} \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right) \frac{t_2}{b_{\text{кр}}} \sin\alpha_2\right]^2 + \frac{k+1}{k-1}} - \frac{\overline{P}}{k-1} \cdot \frac{t_2}{b_{\text{кр}}} \sin\alpha_2 \right\} \cdot \sin\delta. \tag{38}$$

Наконец, заменив угол α_2 в этом уравнении выражением $\alpha_2 = \delta + \alpha_{1\text{к}} - \omega$, получим второе уравнение, включающее δ°, ω° и независимую переменную $\overline{P}$.

$$(\overline{P}_c + \overline{P}) B \cdot \cos\gamma + \overline{P} \frac{AK}{t_1} (\cos\beta_2 - \cos\beta_1) - \overline{P} \frac{t_2}{t_1} \cos(\alpha_{1\text{к}} - \omega) =$$

$$= k \cdot \frac{b_{\text{кр}}}{t_1} \left\{ \sqrt{\left[\left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right) \frac{t_2}{b_{\text{кр}}} \sin(\alpha_{1\text{к}} + \delta - \omega)\right]^2 + \frac{k+1}{k-1}} - \right.$$

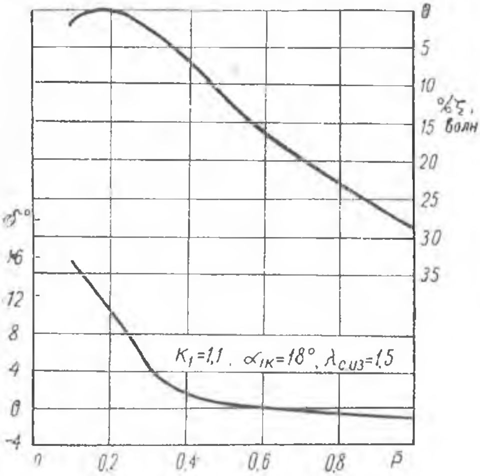
$$\left. - \left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right) \frac{t_2}{b_{\text{кр}}} \sin(\alpha_{1\text{к}} + \delta - \omega) \right\} \cdot \sin\delta. \tag{39}$$

В уравнениях (36) и (39) переменными являются углы δ° и ω°, входящие также в выражения для AK (в соответствии с уравнением (29) и в выражения углов β_1 и β_2 (в соответствии с уравнениями (25), (26) и (27), а независимой переменной — параметр $\overline{P}$.

В уравнениях (36) и (39) при $\overline{P} > \overline{P}_c$ следует брать $\overline{P}_c = \overline{P}$. Ввиду сложности уравнений (36) и (39), их решение, т. е. отыскание значений δ° и ω°, соответствующих данному $\overline{P}$, производится графическим методом. При этом при данном $\overline{P}$ строят графики зависимости $\delta = f(\omega^\circ)$ по уравнениям (36) и (39); точка пересечения этих графиков соответствует искомым углам δ° и ω°. На фиг. 6

показаны графики зависимостей $\delta = f(\overline{P})$ и $\omega = f(\overline{P})$ для центростремительной сверхзвуковой решетки, имеющей следующие параметры:

$\gamma^\circ = 0$; $\alpha_{1к} = 18^\circ$; $k_1 = 1,1$; $\lambda_{сиз.} = 1,5$; $k = 1,4$; $R = 29,27$; $R_1 = 25,5$ *мм*; $R_2 = 25,0$ *мм*; $t_1 = 7,5$ *мм*; $\Theta = 16^\circ 50'$; $\Theta_1^0 = 6^\circ$.



Фиг. 6.

Параметры $\lambda_{сиз.}$; $\alpha_{1к}$; k_1; γ; k взяты такими же, как в прямолинейной сверхзвуковой решетке, для сравнения угла δ° при одинаковых $\overline{P}$. Сравнивая графики зависимости $\delta = f(\overline{P})$ круговой (фиг. 6) и прямолинейной (фиг. 4) решеток отмечаем, что отклонение δ° потока в круговой решетке существенно (на $3 \div 4^\circ$) меньше, чем δ° прямолинейной решетки. Это объясняется аэродинамическим взаимодействием струй. Соответственно и волновые потери в круговой решетке меньше волновых потерь в прямолинейной решетке при одинаковых $\overline{p}$. На фиг. 6 показан также график зависимости $\xi_в = f(\delta^\circ; \overline{P})$ круговой решетки, полученный на основании формулы

$$\xi_в = 1 - \varphi_в^2 = 1 - \left(\frac{C_2}{C_{из.2}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{\lambda^2_{из.2}}\left\{\sqrt{\left[\left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right)\frac{t_2}{b_{кр}}\sin\alpha_2\right]^2 + \frac{k+1}{k-1}} - \left(\frac{\overline{P}}{k-1}\right)\frac{t_2}{b_{кр}}\sin\alpha_2\right\}^2 \qquad (40)$$

Эта формула получена подстановкой значения $\frac{C_2}{C_{кр.}}$ в соответствии с уравнением (37), Угол α_2 связан с углами δ° и ω° зависимостью (25). Следует заметить, что полученные для круговой решетки зависимости можно использовать и для прямолинейной решетки, если положить:

$$\beta_1 = \beta_2; \quad \omega = 0; \quad t_2 = t_1; \quad R_2 = R_1; \quad \Theta = 0; \quad \Theta_1 = 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. С. Наталевич.* Течение газа в косом срезе единичных сопел и сопловых аппаратов турбин, Труды МАИ, Вопросы рабочих процессов тепловых машин. Выпуск 95, Оборонгиз, 1958.

2. *М. Е. Дейч.* Техническая газодинамика, Госэнергоиздат, 1961.

3. *М. Е. Дейч, А. В. Губарев, Л. Я. Лазарев, А. Джаганмахан.* Исследование новых сопловых решеток МЭИ для сверхзвуковых скоростей, «Теплоэнергетика», № 10, 1962.