

Н. С. КОНДРАШОВ

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРУБОПРОВОДОВ ПУЛЬСАЦИЯМИ ДАВЛЕНИЯ

Движение рабочей среды по трубопроводам во многих случаях сопровождается пульсациями давления. Пульсирующий характер движения обусловлен неравномерностью подачи насосов, пульсациями в объемах, к которым подсоединяются трубопроводы, и самовозбуждающимися пульсациями в потоке. Взаимодействуя с трубопроводами, пульсации при определенных условиях могут вызвать в них интенсивные поперечные колебания, ведущие к вибрационным поломкам.

Возможны два механизма возбуждения поперечных колебаний трубопровода пульсациями, которые условно назовем обычным и параметрическим. Параметрический механизм возбуждения достаточно исследован в работах Картвелишвили, Ушакова и Комарова [1, 2, 3]. В предлагаемой статье рассматривается обычный механизм возбуждения.

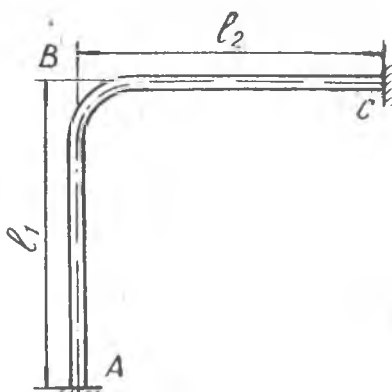
Трубопроводы возбуждаются непосредственным воздействием пульсирующих сил в направлении, перпендикулярном оси. При этом не обязательно начальное отклонение от состояния равновесия. В прямых трубопроводах вследствие их симметрии относительно оси поперечные силы отсутствуют, и механизм обычного возбуждения не действует. В местах гибов изогнутых трубопроводов появляются перпендикулярные к оси составляющие пульсирующих сил, которые и являются причиной обычного возбуждения. Эти силы обусловлены двумя причинами: первая связана с поворотом канала, вторая — с эффектом Бурдона при оваллизации сечения в местегиба.

Рассмотрим механизм обычного возбуждения на примере Г-образного трубопровода ABC (фиг. 1). Под действием внутреннего давления участки АВ и ВС вследствие их податливости на растяжение удлиняются, в результате трубопровод получит поперечное перемещение (фиг. 2а). Если внутреннее давление будет пульсиро-

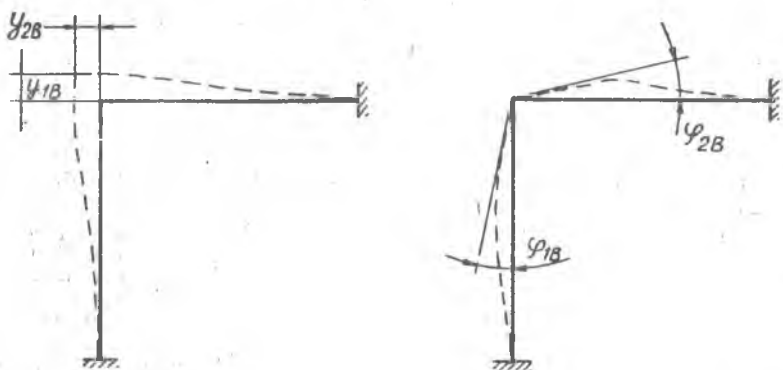
ющим, то задаваемое перемещение — переменное и при совпадении собственных частот трубопровода с частотой пульсаций наступит резонанс.

Когда в местегиба имеется овализация сечения, за счет эффекта Бурдона уголгиба раскроется и трубопровод получит дополнительное перемещение (фиг. 2б).

Если пренебречь волновыми эффектами при продольных деформациях трубопровода, то продольные перемещения одной части являются заданными поперечными смещениями точки *B* для другой части и наоборот. Аналогично угол раскрытия вследствие эффекта Бурдона при длинах волн поперечных колебаний, значительно превышающих радиусгиба, является заданным угловым перемещением сечения *B*.



Фиг. 1. К анализу механизма возбуждения трубопровода.



Фиг. 2. К анализу механизма возбуждения трубопровода пульсациями.

Таким образом, задачу можно свести к кинематическому возбуждению при заданных линейных и угловых перемещениях некоторых сечений трубопровода.

Если представить общие перемещения системы в виде суммы

$$y = y_c + y_d, \quad (1)$$

где y_c — квазистатическое перемещение,

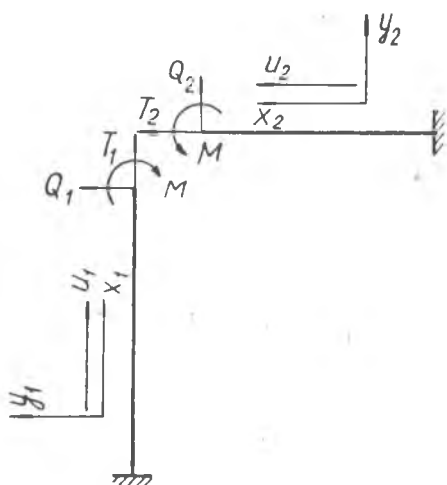
y_d — динамическая добавка, то задачу можно разделить на определение y_c и y_d . Квазистатические перемещения можно

определить обычными методами сопромата без учета динамических эффектов. Полагая далее это перемещение возбуждающим, динамическую добавку в резонансе определим из условия равенства работ возбуждения и демпфирования.

Определение u_c при повороте канала

Квазистатическое перемещение в этом случае определяется с помощью элементарных формул сопромата. Пренебрежем радиусомгиба и разрежем трубопровод в точке B . Взаимодействие разрезанных частей заменим (фиг. 3) силами

$$T_1 = T - Q_2, T_2 = T - Q_1, Q_1, Q_2$$



Фиг. 3. Расчетная схема определения u_c от поворота канала.

и изгибающим моментом M . Здесь $T = \Delta p F_0$, Δp — величина пульсации давления; F_0 — площадь просвета сечения. Условия совместности деформаций в точке B

$$y_{1B} = u_{2B}, u_{2B} = u_{1B},$$

$$\varphi_{1B} = -\varphi_{2B},$$

оси координат показаны на фиг. 3.

Используя известные формулы сопромата, получим

$$y_{1B} = \frac{Q_1 l_1^3}{3EI} - \frac{M l_1^2}{2EI},$$

$$y_{2B} = \frac{Q_2 l_2^3}{3EI} - \frac{M l_2^2}{2EI},$$

$$\varphi_{1B} = \frac{Q_1 l_1^2}{2EI} - \frac{M l_1}{EI},$$

$$\varphi_{2B} = \frac{Q_2 l_2^2}{3EI} - \frac{M l_2}{EI}, \quad (3)$$

$$u_{1B} = \frac{T_1 l_1}{EF}, \quad u_{2B} = \frac{T_2 l_2}{EF},$$

где E — модуль упругости материала трубы;

I, F — момент инерции и площадь поперечного сечения трубы;

l_1, l_2 — длины участков AB и BC .

Подставляя (3) в условия совместности деформаций (2), получим систему трех уравнений, из которых определим M , Q_1 , Q_2

$$M = \frac{L_1}{L}, \quad Q_1 = \frac{L_2}{L}, \quad Q_2 = \frac{L_3}{L}, \quad (4)$$

где

$$L_1 = 6\Delta p F_0 [(l_1^2 + l_2^2)] + \frac{F}{I} (l_1 l_2^3 + l_1^3 l_2),$$

$$L_2 = 3\Delta p F_0 [2(l_1 + l_2) + \frac{F}{I l_1} (l_2^4 + 4l_1 l_2^3 + 3l_1^3 l_2)],$$

$$L_3 = 3\Delta p F_0 [2(l_1 + l_2) + \frac{F}{I l_2} (l_1^4 + 4l_1^3 l_2 + 3l_1 l_2^3)],$$

$$L = 36(l_1 + l_2) + \frac{F}{I} \left[3 \frac{l_1^5 + l_2^5}{l_1 l_2} + 12(l_1^3 + l_2^3) \right] + \frac{F^2}{I^2} l_1^2 l_2^2 (l_1 + l_2).$$

После подстановки (4) в (3) окончательно получим

$$y_{1B} = \frac{\Delta p F_0}{EI} \frac{\frac{F}{I} (l_1^4 l_2^4 + l_1^3 l_2^3) - 7l_1^4 - 9l_2^2 l_2^2 + 2l_1^3 l_2}{36(l_1 + l_2) + \frac{F}{I} \left[3 \frac{l_1^5 + l_2^5}{l_1 l_2} + 12(l_1^3 + l_2^3) \right] + \frac{F^2}{I^2} l_1^2 l_2^2 (l_1 + l_2)},$$

$$y_{2B} = \frac{\Delta p F_0}{EI} \frac{\frac{F}{I} (l_1^4 l_2^2 + l_1^3 l_2^3) - 7l_2^4 - 9l_2^2 l_1^2 + 2l_1 l_2^3}{36(l_1 + l_2) + \frac{F}{I} \left[3 \frac{l_1^5 + l_2^5}{l_1 l_2} + 12(l_1^3 + l_2^3) \right] + \frac{F^2}{I^2} l_1^2 l_2^2 (l_1 + l_2)}, \quad (5)$$

$$\varphi_{1B} = \frac{3}{2} \frac{\Delta p F_0}{EI} \frac{\frac{F}{I} (l_1 l_2^4 - l_2^4 l_1) - 10l_1^3 + 2l_1^2 l_2 - 12l_1 l_2^2}{36(l_1 + l_2) + \frac{F}{I} \left[3 \frac{l_1^5 + l_2^5}{l_1 l_2} + 12(l_1^3 + l_2^3) \right] + \frac{F^2}{I^2} l_1^2 l_2^2 (l_1 + l_2)}$$

Квазистатический прогиб для участка АВ

$$y_c = v_{1B} (3\xi_1^2 - 2\xi_1^3) - \varphi_{1B} l_1 (\xi_1^3 - \xi_1^2), \quad (6)$$

для участка ВС

$$y_c = y_{2B} (3\xi_2^2 - 2\xi_2^3) - \varphi_{2B} l_2 (\xi_2^3 - \xi_2^2),$$

где

$$\xi_1 = \frac{x_1}{l_1}, \quad \xi_2 = \frac{x_2}{l_2}.$$

Легко убедиться, что наибольший квазистатический прогиб получается при равенстве участков АВ и ВС, т. е. $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ (l — общая длина трубопровода). В этом случае, если пренебречь величинами порядка $\frac{D^2}{l^2}$ по сравнению с единицей, получим

$$y_{1B} = y_{2B} = \frac{l \Delta p \bar{d}^2}{2E(1 - \bar{d}^2)}, \quad \varphi_{1B} = \varphi_{2B} = 0$$

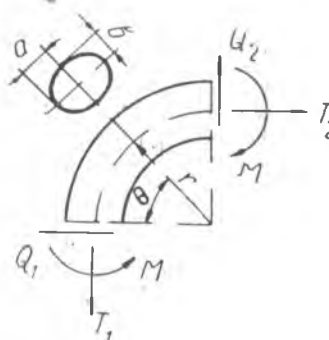
Здесь D — наружный диаметр трубопровода;
 \bar{d} — отношение внутреннего к наружному диаметру.
 Тогда квазистатический прогиб

$$y_c = \frac{l \Delta p \bar{d}^2}{2E(1-\bar{d}^2)} (3z_i^2 - 2z_i^3), \quad (7)$$

для участка AB $i = 1$, для участка BC $i = 2$.

Определение y_c при оваллизации сечения криволинейного участка

При изготовлении Г-образного трубопровода в местегиба (криволинейный участок) сечения несколько оваллизируются. Причем, максимальная оваллизация в центре криволинейного участка, к краям она постепенно уменьшается до нуля. Вырежем из трубопровода криволинейный участок и воздействие отброшенных частей заменим силами и моментами $Q_1, T_1, Q_2, T_2, M_1, M_2$ (см. фиг. 4). Из условия равновесия вырезанного элемента имеем систему уравнений



$$T_1 = Q_2,$$

$$T_2 = Q_1,$$

$$M_1 - M_2 - Q_2 r + Q_1 r = 0, \quad (8)$$

Фиг. 4. Расчетная схема определения угла раскрытиягиба с оваллизированным сечением

где r — радиусгиба.

Если обозначить текущий угол дуги криволинейного элемента через Θ , то можно записать выражение для изгибающего момента, действующего в каждом сечении криволинейного элемента, от внешних сил

$$M_\Theta = M_2 + Q_2 r \cos \Theta - T_2 r (1 - \sin \Theta). \quad (9)$$

Под действием внутреннего давления сечения криволинейного участка будут поворачиваться в сторону уменьшения углагиба, момент внешних сил M_Θ вызывает поворот противоположного направления. Поэтому полная величина относительного угла поворота сечения будет равна

$$\frac{d\psi}{d\Theta} = \left(\frac{d\psi}{d\Theta} \right)_{\Delta p} - \left(\frac{d\psi}{d\Theta} \right)_{M_\Theta}. \quad (10)$$

Для относительного угла поворота сечений трубопровода,

согнутого по дуге окружности, воспользуемся формулами В. И. Феодосьева [4] (формулы 2.35, 2.52).

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta}\right)_{\Delta p} = \frac{(1-\mu^2)r^2}{bh} \cdot \frac{\alpha k^2}{\beta + \kappa^2} \cdot \frac{\Delta p}{E}, \quad (11)$$

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta}\right)_{M\theta} = \frac{(1-\mu^2)r}{\pi ab^2\alpha} \cdot \frac{1 - \frac{\eta}{\xi + \kappa^2} M\theta}{1 - \frac{k^2}{8}} \cdot \frac{1}{E}. \quad (12)$$

Здесь дополнительно введены обозначения

$$k^2 = 1 - \frac{a^2}{b^2};$$

a, b — большая и малая полуоси эллиптического сечения;

$$\kappa = \frac{rh}{a^2};$$

h — толщина стенки трубопровода;

α, β, η, ξ — параметры, зависящие только от эллиптичности сечения, т. е. отношения $\frac{a}{b}$.

В работе [4] приводятся таблицы и кривые этих параметров в широком диапазоне значений $\frac{a}{b}$. Используя эти данные, а также учитывая реальные размеры криволинейных участков трубопроводов ГТД, формулы (11) и (12) можно несколько упростить. Так, при гнутье трубопровода обычно задают неравенство $r \geq 6a$. Поэтому $\kappa \geq \frac{6h}{a}$ и для всех отношений $\frac{h}{a}$, встречаемых в ГТД, $\beta \ll \kappa^2$. По этой причине в знаменателе формулы (11) величиной β можно пренебречь. При малых значениях эллиптичности (по результатам обмера трубопроводов некоторых двигателей максимальное значение $\frac{b}{a} = 0,9$) величиной $\frac{k^2}{8}$ в знаменателе формулы (12) можно пренебречь, выражение $1 - \frac{\eta}{\xi + \kappa^2}$ заменить на $1 - \frac{9}{10 + 12\kappa^2}$, а большие и малые полуоси эллиптического сечения в знаменателях (11) и (12), а также в κ без заметной погрешности можно заменить средним радиусом $a \approx b \approx \frac{d+D}{4}$. Тогда формулы (11) и (12) упростятся следующим образом

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta}\right)_{\Delta p} = \frac{1-\mu^2}{8} \frac{(D+d)^3}{(D-d)^3} \alpha k^2 \frac{\Delta p}{E}, \quad (13)$$

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta}\right)_{M\theta} = \frac{128(1-\mu^2)r}{\pi(D+d)^3(D-d)} \left(1 - \frac{9}{10 + 12\kappa}\right). \quad (14)$$

На основании данных, приведенных в [4], зависимость α от от-

ношения $\frac{b}{a}$ в пределах $\frac{b}{a} = 0,5 \div 1,0$ можно аппроксимировать прямой линией

$$\alpha = 0,382 + 0,368 \frac{b}{a}. \quad (15)$$

Изменение величины эллипсности по дуге аппроксимируем волной синусоиды

$$\frac{b}{a} = (1 - \varepsilon \sin 2\Theta). \quad (16)$$

Здесь $(1 - \varepsilon)$ — минимальное значение отношения $\frac{b}{a}$, которое относится к центру криволинейного участка.

Подставляя (9), (15) и (16) в (13) и (14) и интегрируя полученные равенства по всей дуге криволинейного участка, получим

$$\phi_{\Delta p} = \frac{3}{16} \frac{(1 - \mu^2)(D + d)^3}{(D - d)^3} \frac{\varepsilon \Delta p}{E}. \quad (17)$$

$$\phi_{M_0} = \frac{128}{\pi} \frac{(1 - \mu^2)r}{(D + d)^3(D - d)} \left(1 - \frac{9}{10 + 12\chi^2}\right) \left[\frac{\pi}{2} M_2 + Q_2 r + Q_1 r \left(1 - \frac{\pi}{2}\right) \right]. \quad (18)$$

Величина полного абсолютного угла поворота одного крайнего сечения относительно другого

$$\phi = \phi_{\Delta p} - \phi_{M_0}. \quad (19)$$

Теперь рассмотрим весь трубопровод в целом. При этом будем пренебрегать радиусомгиба и считать, что при изменении внутреннего давления задается изменение угла в замке Г-образной рамы на величину ϕ .

Условия совместности деформаций в замке запишутся следующим образом:

$$y_{1B} = y_{2B} = 0, \quad \varphi_{1B} + \varphi_{2B} = \phi. \quad (20)$$

Решая совместно (3), где вместо M необходимо подставлять M_0 из (9) при $\Theta = 45^\circ$, а также (8) и (20), получим выражения для определения M , Q_1 , Q_2

$$M = M_0 \varepsilon \Delta p, \quad Q_1 = \frac{3}{2} \frac{M_0}{l_1}, \quad Q_2 = \frac{3}{2} \frac{M_0}{l_2}, \quad (21)$$

где

$$M_0 = \frac{\frac{3}{16} \frac{(1 - \mu^2)(D + d)^3}{(D - d)^3}}{\frac{1}{4} \frac{l_1 + l_2}{l} + \frac{128}{\pi} \frac{(1 - \mu^2)r}{(D + d)^3(D - d)} \left(1 - \frac{9}{10 + 12\chi^2}\right) \left[\frac{\pi}{2} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\pi\sqrt{2}}{4}\right) \left(\frac{r}{l_1} + \frac{r}{l_2}\right) \right]}$$

Если длина трубопровода значительно больше радиусагиба, что почти всегда имеет место во всех трубопроводах ГТД, то вторым слагаемым в знаменателе формулы для M_0 можно пренебречь. Это соответствует тому, что силы Q_1 , Q_2 , T_1 , T_2 и моменты M_1 , M_2 вызывают пренебрежимо малый угол поворота сечения по

сравнению с углом, вызываемым пульсацией давления свободного криволинейного участка. Тогда

$$M_0 = \frac{3}{4} \frac{(1 - \mu^2)(D + d)^3 l}{(l_1 + l)(D - d)^3}$$

С учетом этого упрощения после подстановки (21) в (3) окончательно получим

$$\varphi_{1B} = \frac{3}{16} \frac{(1 - \mu^2)(D + d)^3}{(D - d)^3} \frac{l_1}{l} \frac{\varepsilon \Delta p}{E}, \quad (22)$$

$$\varphi_{1B} = \frac{3}{16} \frac{(1 - \mu^2)(D + d)^3}{(D - d)^3} \frac{l_2}{l} \frac{\varepsilon \Delta p}{E}$$

Квазистатический прогиб с учетом углов поворота (22) для участка *AB*

$$y_c = \varphi_{1B} l_1 (\xi_1^3 - \xi_1^2), \quad (23)$$

для участка *BC* $y_c = \varphi_{2B} l_2 (\xi_2^3 - \xi_2^2)$.

Если $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$, то квазистатический прогиб

$$y_c = \frac{3}{64} \frac{(1 - \mu^2) l (D + d)^3}{(D - d)^3} \frac{\varepsilon \Delta p}{E} (\xi_1^3 - \xi_1^2). \quad (24)$$

Легко убедиться, что максимальный прогиб будет в случае расположения криволинейного участка у одного из концов трубопровода

$$y_c = \frac{3}{16} \frac{l(1 - \mu^2)(1 + d)^3}{(1 - d)^3} \frac{\varepsilon \Delta p}{E} (\xi_1^3 - \xi_1^2). \quad (25)$$

Динамические напряжения

Если известен квазистатический прогиб, то определение динамических резонансных напряжений не представляет особого труда. Для этого достаточно, например, воспользоваться равенством работ сил возбуждения и демпфирования

$$\pi t \omega^2 \int_0^l y_c y_d dx = EI \delta \int_0^l (y_d'')^2 dx, \quad (26)$$

где t — распределенная масса на единицу длины трубопровода;

ω — круговая частота колебаний;

y_d — вторая производная от динамического прогиба по координате;

δ — декремент колебания.

Резонансные напряжения определим для самых неблагоприятных сочетаний форм динамических и квазистатических прогибов. Если возбуждение осуществляется за счет поворота канала, то неблагоприятное сочетание y_c и y_d достигается, когда участки *AB* и *BC* одинаковы, а динамические прогибы на каждом участке соот-

ветствуют первой форме колебания жесткозаделанного прямого трубопровода. При возбуждении овализацией сечения неблагоприятное сочетание имеет место, если гиб находится у одного из концов трубопровода и форма колебания первая.

Динамический прогиб для каждого пролета равноплечего трубопровода и для трубопровода с гибом у конца запишем в виде

$$y_d = AY, \quad (27)$$

A — постоянная;

Y — балочная функция, соответствующая первой форме колебания жесткозаделанного трубопровода.

Подставляя значения прогибов и интегрируя, получим выражения для постоянных A :

при возбуждении поворотом канала

$$A = 0,639 \frac{l}{\delta} \frac{\bar{d}^2}{1 - \bar{d}^2} \frac{\Delta p}{E}; \quad (28)$$

при возбуждении овализацией

$$A = 0,0477 \frac{l}{\delta} \frac{(1 - \mu^2)(1 + \bar{d})^3}{(1 - \bar{d})^3} \frac{\varepsilon \Delta p}{E}. \quad (29)$$

Переходя к максимальным напряжениям, получим

$$\sigma_{\max} = 56,8 \frac{D}{l} \frac{\bar{d}^2}{1 - \bar{d}^2} \frac{\Delta p}{\delta} \quad (30)$$

и

$$\sigma_{\max} = 1,07 \frac{D}{l} \frac{(1 - \mu^2)(1 + \bar{d})^3}{(1 - \bar{d})^3} \frac{\varepsilon}{\delta} \Delta p.$$

Если декремент зависит от напряжений, что имеет место в трубопроводах, закрепленных жесткими зажимами, то последние формулы превращаются в уравнение относительно σ_{\max} . При экспериментальном исследовании трубопроводов, закрепленных жесткими зажимами, выявлена следующая зависимость декремента от напряжения

$$\delta = \delta_0 + \delta_2 \sigma_{\max}^2. \quad (31)$$

Подставляя (31) в (30) и решая уравнения относительно σ_{\max} , получим

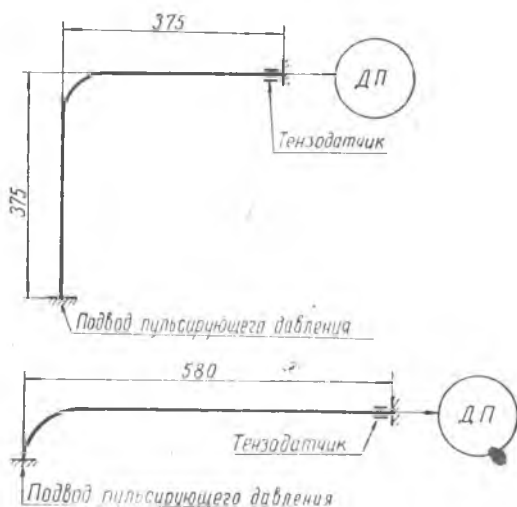
$$\sigma_{\max} = \left[\frac{k}{2\delta_0} + \left(\frac{k^2}{4\delta_0^2} + \frac{\delta_0^3}{27\sigma_2^3} \right)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[\frac{k}{2\delta_0} - \left(\frac{k^2}{4\delta_0^2} + \frac{\delta_0^3}{27\sigma_2^3} \right)^{1/2} \right]^{1/3}, \quad (32)$$

где $k = 56,8 \frac{D}{l} \frac{\bar{d}^2}{1 - \bar{d}^2} \Delta p$ — при возбуждении поворотом канала;

$k = 1,07 \frac{D}{l} \frac{(1 - \mu^2)(1 + \bar{d})^3}{(1 - \bar{d})^3} \varepsilon \Delta p$ — при возбуждении овализацией сечения.

Экспериментальная проверка

Для проверки полученных зависимостей был предпринят эксперимент. Испытывалось два варианта трубопроводов, показанных на фиг. 5. Трубопроводы сечением 8×6 мм закреплялись жесткими зажимами на массивной плите. С одного конца подавалось пуль-



Фиг. 5. Экспериментальные трубопроводы и схема эксперимента.

сирующее давление, на другом конце оно мерилось датчиком пульсаций. Статическое давление было 60 атм , рабочая среда — масло АМГ—10. У одной из заделок наклеивались тензодатчики. Результаты эксперимента и расчеты сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Схема	$l, \text{ мм}$	$\Delta p, \text{ атм}$	ε	$f_p, \text{ гц}$	δ_0	$\delta_2 \frac{\text{мм}^4}{\text{кг}^2}$	$\frac{\sigma_p}{\text{мм}^2} \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	$\frac{\sigma_3}{\text{мм}^3} \frac{\text{кг}}{\text{мм}^3}$	$\frac{\sigma_p - \sigma_3}{\sigma_3} 100\%$
1	750	6,8	—	288	0,012	$0,0985 \cdot 10^{-3}$	3,93	3,3	16
2	580	8,2	0,2	119	0,024	$0,197 \cdot 10^{-3}$	2,9	3,5	17

Из таблицы следует удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Картвелишвили. «Поперечные колебания и динамическая прочность трубопроводов в связи с кавитационными явлениями в турбомашинах». Изв. ВНИИ Гидротехники им. Веденеева, т. 49, 1953.
 2. В. С. Ушаков. «Колебания и динамическая устойчивость трубопроводов самолетных гидросистем». Диссертация, Рига, 1956.
 3. А. А. Комаров. «Исследование эксплуатационной надежности трубопроводов гидравлических систем». Диссертация, ГВФ, 1962.
 4. В. И. Феодосьев. «Упругие элементы точного приборостроения», Оборонгиз, 1949.
-