

А. П. Зобнин

## РАСЧЕТ УПРУГО-ДЕМПФЕРНОГО КОЛЬЦА

Достоинствами опор, в которых применяются упругие кольца типа «Аллисон», являются простота изготовления, надежность, а также возможность при сравнительно небольших габаритах получить упругие опоры большей жесткости. Несмотря на распространение подобных опор, методика их расчета разработана недостаточно, особенно для упругих колец с малым числом выступов ( $n = 3-4$ ).

В статье приведена точная аналитическая методика расчета жесткости и прочности идеального симметричного упруго-демпферного кольца с тремя внешними и тремя внутренними

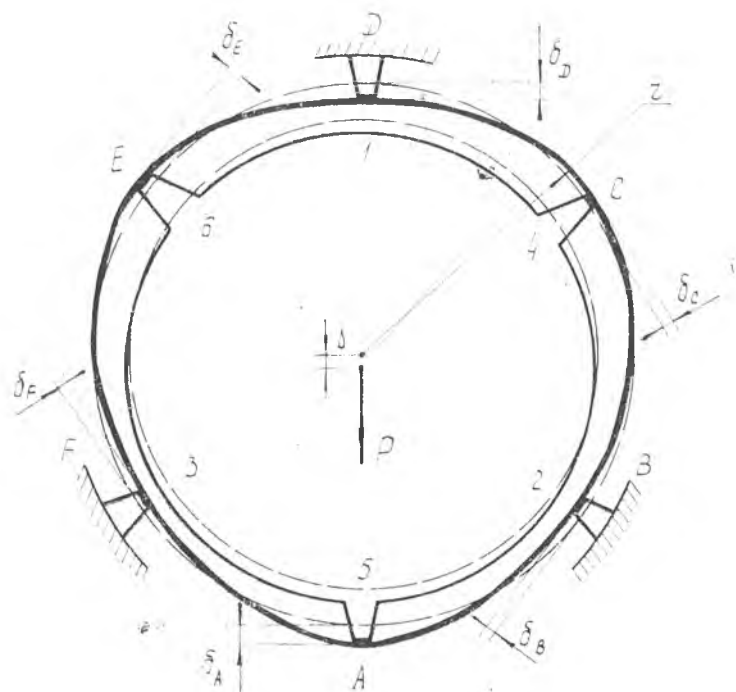


Рис. 1. Модель упругого кольца с тремя внешними и тремя внутренними выступами

выступами, находящегося в исходном напряженном состоянии, с учетом возможности отрыва выступов. Методика применима для расчета упругих колец с любым количеством произвольно расположенных выступов.

Упругое кольцо (рис. 1) посажено с натягами  $\delta_1$  и  $\delta_2$  в корпус и на вал соответственно. Под натягами понимаются величины:

$$\delta_1 = \frac{1}{2}(d_3 - d_1); \quad \delta_2 = \frac{1}{2}(d_2 - d_4),$$

где  $d_1$  и  $d_2$  — посадочные диаметры соответственно в корпусе и на валу;  $d_3$  и  $d_4$  — соответственно наружный и внутренний посадочные диаметры кольца.

Нагрузив вал силой  $P$ , будем полагать, что при этом не образовался зазор ни под одним из выступов.

Обозначив через  $\Delta$  посадку вала под действием силы  $P$ , найдем деформации кольца в местах расположения выступов:

$$\begin{aligned} \delta_B &= \delta_D = \delta_F = \delta_1; \\ \delta_A &= \delta_2 + \Delta; \\ \delta_C &= \delta_E = \delta_2 - \Delta/2. \end{aligned} \quad (1)$$

Будем считать, что усилие под выступами сосредоточено в точке (трением о выступы пренебрегаем).

Разрежем кольцо в сечении  $A$  (рис. 2). Симметрия кольца и распределение нагрузок относительно вертикального диаметра  $AD$  свидетельствует о том, что поперечная сила в сечении  $A$  равна нулю. Изгибающий момент в сечении  $x_2$  и продольная сила  $x_1$  статически неопределимы.

Учитывая уравнения статики

$$P = P_6, \quad P_5 = P_4 + P, \quad P_2 = P_3, \quad P_1 = P_2 - P, \quad (2)$$

получим схему нагружения кольца (рис. 2).

Выразим реакции  $x_1$  и  $x_2$  через неизвестные усилия  $P_2$  и  $P_4$ . Для этого составим выражения расхождения кольца и угла поворота в сечении  $A$  в канонической форме:

$$\delta_{10} + \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 = 0, \quad \delta_{20} + \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 = 0, \quad (3)$$

где  $\delta_{10}$  — взаимное расхождение в сечении  $A$  от действия заданной нагрузки;  $\delta_{11}$  — расхождение от действия единичных продольных сил  $x_1 = 1$ ;  $\delta_{12}$  — расхождение от действия единичных моментов  $x_2 = 1$ ;  $\delta_{20}$  — суммарный поворот в сечении  $A$  от заданной нагрузки;  $\delta_{21}$  — поворот от действия единич-

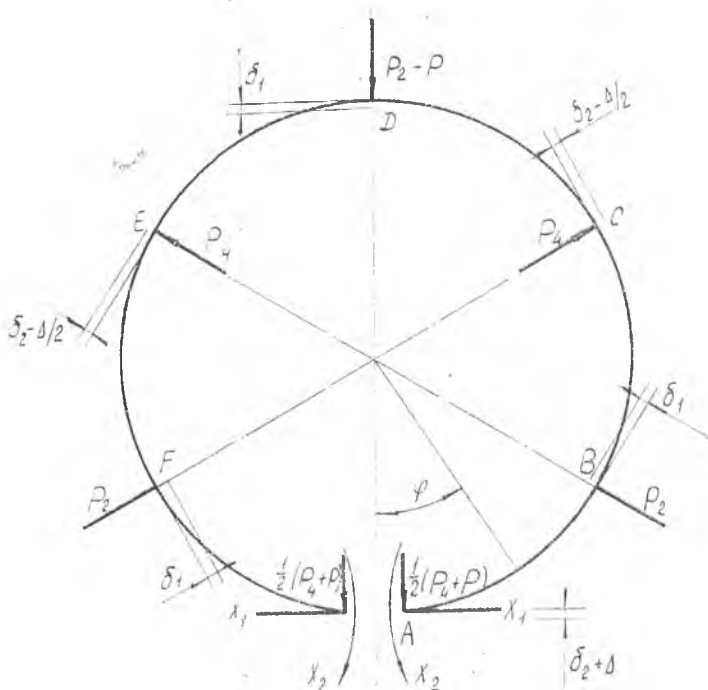


Рис. 2. Расчетная схема упругого демиферного кольца

ных продольных сил  $x_1 = 1$ ;  $\delta_{22}$  — поворот от действия единичных моментов  $x_2 = 1$ .

Определяя величины  $\delta_{10} \div \delta_{22}$  с помощью соответствующих интегралов Мора и решая уравнения (3), найдем

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}}{6} (2P_2 - P_4), \quad x_2 = \frac{r}{\pi} \left[ -P - \left( \frac{\sqrt{3}}{3}\pi - \frac{3}{2} \right) P_2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{6}\pi - \frac{3}{2} \right) P_4 \right]. \quad (4)$$

Для расчета неизвестных усилий под выступами  $P_2, P_4$  (см. рис. 2) и посадки вала  $\Lambda$  под действием силы  $P$  составим выражения групповых перемещений в точках  $A$  и  $D, C$  и  $F, B, D$  и  $F$ :

$$\delta_A + \delta_D = -\frac{r^3}{EI} \left[ \left( \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right) P + \left( \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6} - \frac{3}{\pi} \right) (P_4 - P_2) \right];$$

$$\begin{aligned} \delta_C + \delta_F &= -\frac{r^3}{EI} \left[ \left( \frac{\pi}{24} - \frac{2}{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) P + \left( \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6} - \frac{3}{\pi} \right) (P_4 - P_2) \right]; \\ \delta_B + \delta_D + \delta_F &= -\frac{3r^3}{EI} \left[ \left( \frac{\pi}{18} + \frac{\sqrt{3}}{12} - \frac{1}{\pi} \right) P + \left( -\frac{\pi}{9} - \frac{\sqrt{3}}{12} + \frac{3}{2\pi} \right) P_2 + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\pi}{18} + \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{3}{2\pi} \right) P_4 \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Из рис. 2 имеем:

$$\begin{aligned} \delta_C + \delta_F &= \delta_1 - \delta_2 + \Delta/2; \\ \delta_B + \delta_D + \delta_F &= 3\delta_1; \\ \delta_A + \delta_D &= \delta_1 - \delta_2 - \Delta. \end{aligned} \quad (6)$$

Вычитая из второго уравнения системы уравнений (5) первое и учитывая равенство (6), найдем

$$\Delta = \left( \frac{5\pi}{36} - \frac{\sqrt{3}}{6} \right) \frac{Pr^3}{EI} = 0,148 \frac{Pr^3}{EI}. \quad (7)$$

При отсутствии зазоров под всеми выступами жесткость упругого кольца в направлении силы

$$c = \frac{P}{\Delta} = \frac{36}{5\pi - 6\sqrt{3}} \frac{EI}{r^3} = 6,772 \frac{EI}{r^3}. \quad (8)$$

Рассчитывая из уравнения (5) усилия под выступами и выражая коэффициенты в численном виде, получим:

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{EI}{r^3} (314,000 \delta_1 - 280,882 \delta_2) + 0,333 P; \\ P_4 &= \frac{EI}{r^3} (314,000 \delta_2 - 280,882 \delta_1) - 0,333 P. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнения (9) позволяют рассчитать кольцо на отсутствие зазоров. Сделаем это для одинаковых натягов  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ . В этом случае вначале произойдет отрыв верхнего внешнего выступа Д.

Условие отсутствия отрыва:

$$P \leq 46,682 \frac{\delta EI}{r^3}. \quad (10)$$

Определим жесткость упругого кольца в случае образования зазора под верхним внешним выступом Д.

В этом случае система уравнений (5) остается справедливой, если полагать, что  $P_2 = P$ . Последние два уравнения (6) становятся неверными, так как теперь  $\delta_D \neq \delta_1$ . Величина  $\delta_D$

становится неизвестной. Исключая ее из равенства (5), получим:

$$\begin{aligned} \delta_B + \delta_F - \delta_A &= -\frac{r_3}{EI} \left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2\pi} \right) P + \left( \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2\pi} \right) P_4 \right]; \\ \delta_C - \delta_F &= -\frac{r_3}{EI} \left[ \left( \frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{8} \right) P + \left( \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6} - \frac{3}{\pi} \right) P_4 \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Учитывая, что

$$\delta_B + \delta_F - \delta_A = 2\delta_1 + \delta_2 + \Delta, \quad \delta_C + \delta_F = \delta_1 - \delta_2 + \Delta/2, \quad (12)$$

из уравнения (11) можно определить:

$$P_4 = 0,929 P + 62,740 \frac{\delta_2 EI}{r_3}; \quad (13)$$

$$P = (13,166 \delta_1 - 13,094 \delta_2 + 6,583 \Delta) \frac{EI}{r_3}. \quad (14)$$

Из выражения (14) получим жесткость кольца

$$c' = \frac{\partial P}{\partial \Delta} = 6,583 \frac{EI}{r_3}. \quad (15)$$

При дальнейшем увеличении силы  $P$  происходит отрыв верхних внутренних выступов. Условие отрыва:

$$P_4 = 0. \quad (16)$$

Полагая в первом уравнении системы уравнений (11)  $P_4 = 0$  и воспользовавшись первым уравнением системы (12), найдем

$$P = 5,175 (2\delta_1 + \delta_2 + \Delta) \frac{EI}{r_3}. \quad (17)$$

Жесткость кольца в этом случае

$$c'' = \frac{\partial P}{\partial \Delta} = 5,175 \frac{EI}{r_3}. \quad (18)$$

Таким образом, исследуемое упругое кольцо обладает кусочно-линейной жесткостной характеристикой.

У реальных колец ширина выступов, характеризуемая центральным углом  $\alpha$ , соизмерима с длиной упругого элемента. Как рекомендуется в работе [4], учтем этот факт с помощью коэффициента

$$\eta = (120^\circ - \alpha^\circ) / 120^\circ. \quad (19)$$

С учетом коэффициента  $\eta$  перепишем формулы (8), (15) и (18):

$$c = 6,772 \frac{EI}{(\eta r)^3}, \quad c' = 6,583 \frac{EI}{(\eta r)^3}, \quad c'' = 5,175 \frac{EI}{(\eta r)^3}. \quad (20)$$

Выражения (11), (4), (5) и (17) позволяют рассчитать кольцо на прочность. Установлено, что при расчете прочности кольца напряжениями от продольной силы можно пренебречь. При отсутствии зазоров под всеми выступами изгибающий момент максимален в сечении А. Здесь при  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$

$$M = -9,572 \frac{\gamma EI}{l^2} = 0,289 Pr. \quad (21)$$

На рис. 3 сплошной линией показана зависимость жесткости кольца от внешней нагрузки  $P$ , а пунктирной линией — аналогичная зависимость, полученная экспериментально в работе [4] для кольца с  $r = 12$  см;  $h = 1,5$  см;  $b = 4$  см;  $\alpha = 20^\circ$ .

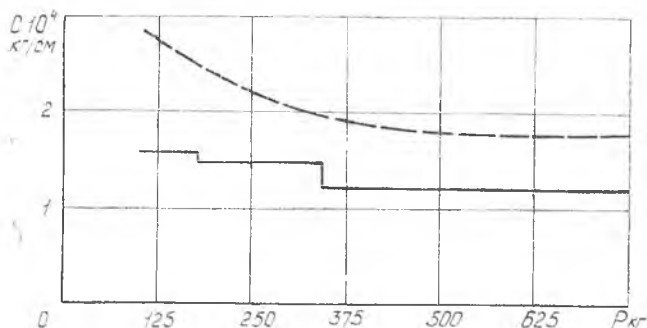


Рис. 3. Зависимость жесткости упругого кольца от внешней нагрузки: ————— результаты аналитического расчета; — — — — результаты эксперимента

Отклонение результатов расчета от результатов эксперимента в зоне больших нагрузок составляет 33%. Эта разница может быть объяснена тем, что в предлагаемой методике силы трения о выступы и моменты от распределенных по поверхностям выступов сил реакции, препятствующих повороту сечений кольца в местах расположения выступов, не учитываются (отмеченные факторы приводят к увеличению жесткости кольца). Однако приведенная методика расчета допускает возможность учета этих факторов.

В работе [4] на основании данных тензометрирования рекомендуется формула для подсчета максимальных напряжений в кольце от действия заданной внешней нагрузки  $P$ . При малой ширине выступов ( $\eta = 1$ ) она имеет вид

$$\sigma_{\max} = 0,2 Pr/W.$$

Если не учитывать напряжения от действия продольной силы, то согласно равенству (21) величина максимальных напряжений от действия внешней силы

$$\sigma_{\max} = 0,289 Pr/W.$$

Эта формула дает завышенное значение максимальных напряжений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Артемов Е. А.* Экспериментальное и расчетное определение податливости упругих опор турбомашин. Изв. вузов, «Авиационная техника». Казанский авиационный институт, 1965, № 2.
2. *Шекан Г. Г.* Исследование и конструирование некоторых упруго-демпферных опор для высокооборотных электрических машин. Дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук. М., 1972.
3. ОСТ 1 10778-72. Двигатели газотурбинные. Кольца упругие опор роторов. Конструкция и размеры. М., 1972.
4. *Кельзон А. С., Прядилов В. И., Фигурнов И. М.* Экспериментальное исследование упругих опор вращающихся валов. В сб.: «Судовые силовые установки». Л., «Транспорт», 1970, № 9.

УДК 621.165:621.438—253

*В. А. Фролов, В. А. Колесников, А. И. Ермаков*

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ЗАМКОВЫХ СОЕДИНЕНИИ ЛОПАТОК КОМПРЕССОРА

При колебаниях лопаток турбомашин возникающее рассеяние энергии обусловлено рядом факторов, одним из которых является потеря энергии на трение по контактным поверхностям замкового соединения. Для лопаток компрессора с креплением типа «ласточкин хвост» величина этих потерь особенно мала [1], так как в поле центробежных сил существенно возрастает жесткость соединения лопаток с диском. При этом смещение контактных поверхностей замка лопатки относительно сопрягаемых поверхностей диска, хотя и имеет место, становится крайне малым.

Для повышения демпфирующих свойств замков необходимо обеспечить их подвижку и разработать новые демпфирую-